



**“MANEJO DE LIQUIDEZ EN UNA ECONOMÍA TOTALMENTE
DOLARIZADA (ETD)”**

**Trabajo de Investigación presentado
para optar al Grado Académico de
Magíster en Economía**

Presentado por

Sr. Adrian Guillermo Armas Braithwaite

Asesor: Profesor Saki Bigio

2016

Resumen ejecutivo

Este documento presenta un modelo bancario para una economía totalmente dolarizada (ETD). En este caso, el manejo de liquidez del banco comercial enfrenta la restricción de falta de prestamista de última instancia y puede quebrar cuando no tiene suficiente liquidez para pagar sus obligaciones. Ello genera escenarios en donde el banco incurra en *narrow banking*. El modelo trabaja con una economía cuyo sistema bancario tiene acceso imperfecto al mercado de préstamos internacionales, por lo que es factible evaluar la dinámica de este tipo de economías ante una salida de capitales externos.

Índice

Índice de tablas.....	v
Índice de gráficos.....	vi
Índice de anexos.....	vii
Capítulo I. Introducción.....	1
Capítulo II. Revisión de literatura.....	4
Capítulo III. Modelo	6
1. Descripción y leyes de movimiento.....	6
1.1 Marco general.....	6
1.2 Préstamos.....	6
1.3 Depósitos.....	7
1.4 Mercado interbancario	8
1.5 Costo de liquidez.....	10
1.6 Reservas.....	11
1.7 Autoridad monetaria	12
2. Problema del banco comercial.....	12
2.1 <i>Lending stage</i>	13
2.2 <i>Balancing stage</i>	13
2.3 Representación de una variable de estado (<i>single-state representation</i>)	14
2.4 Determinación del equilibrio en el problema de portafolio	17
3. Equilibrio de mercados (<i>market clearing</i>).....	22
3.1 Mercado de créditos.....	22
3.2 Mercado de dinero	22
3.3 Agregados monetarios	22
3.4 Mercado interbancario	22
Capítulo IV. Simulación	24
1. Calibración.....	25
2. Perfecto acceso al mercado internacional de reservas	25
Capítulo V. Análisis teórico: Prima por liquidez	30

Conclusiones y recomendaciones	32
Conclusiones.....	32
Recomendaciones.....	32
Bibliografía.....	34
Anexos.....	36
Nota biográfica.....	39

Índice de tablas

Tabla 1.	Tasa de interés mínima necesaria para que el banco deje de realizar <i>narrow banking</i> , en función a la probabilidad de no recibir un préstamo (columnas) y el coeficiente de aversión al riesgo (filas)	20
Tabla 2.	Calibración de parámetros	25

Índice de gráficos

Gráfico 1.	Resultados del problema de portafolio.....	18
Gráfico 2.	Comparación entre un valor del coeficiente de aversión al riesgo menor a 1 y otro mayor 1.	20
Gráfico 3.	Reservas positivas cuando el coeficiente de aversión al riesgo es mayor a 1...	21
Gráfico 4.	Dinámica ante un aumento en el promedio de retiros.	26
Gráfico 5.	Dinámica ante un aumento en el promedio de retiros y el retorno de depósitos.....	27
Gráfico 6.	Dinámica ante un aumento de la media de los retiros, el retorno de los depósitos y el retorno de las reservas.	28

Índice de anexos

Anexo 1. Derivación de la propiedad de separación de portafolio.....	37
--	----

Capítulo I. Introducción

Con la expansión del rol de la banca desde proveedor de servicios de pago, con cien por ciento de cobertura a sus depósitos (*narrow banking*), hacia la intermediación financiera en el siglo XIX se generó el riesgo de corridas bancarias tan documentadas en la literatura. Como respuesta a ello, se crearon la mayoría de bancos centrales en el siglo pasado con el mandato de dar “elasticidad al circulante” (caso de la Reserva Federal de Estados Unidos – FED, por sus siglas en inglés, en 1913 o del Banco de Reserva del Perú en 1922) y estabilidad al sistema financiero con una entidad emisora de dinero fiduciario que fuera prestamista de última instancia.

Sin embargo, existen economías que no cuentan con moneda propia y que han adoptado por diferentes motivos (falta de institucionalidad macroeconómica o por búsqueda de una mayor integración financiera y comercial) al dólar como su moneda oficial, renunciando a contar con un Banco Central emisor de moneda propia y por ende limitando su rol de prestamista de última instancia¹. Entre estas economías totalmente dolarizadas (ETD) se encuentran Panamá, Ecuador, El Salvador y Zimbabue. Caso distinto es el de Montenegro que escogió tener al euro como moneda de curso legal.

La literatura en dolarización se ha enfocado en economías parcialmente dolarizadas y los trabajos que discuten ETD suelen enfocarse en las ventajas y desventajas de la conversión. Este trabajo ahonda la investigación sobre ETD enfocándonos en el efecto que tiene la falta de prestamista de última instancia en el manejo de liquidez por parte de los bancos comerciales. Para ello se modela el manejo de liquidez de un sistema bancario sin prestamista de última instancia.

El manejo de liquidez es uno de los problemas principales de un banco y se puede explicar de la siguiente forma en un contexto de total dolarización: Cuando un banco emite un crédito simultáneamente emite un depósito. En esta transacción el banco recibe un beneficio, dado que cobra una mayor tasa de interés en créditos que la que paga por los depósitos. Los depósitos pueden ser usados por parte del prestamista para realizar transacciones o cambiar de institución financiera en cualquier momento. Dado que los créditos son ilíquidos el banco necesita activos líquidos que permitan al depositante sacar sus depósitos, estos son las reservas. Mientras mayor sean los depósitos en relación con las reservas es más probable que el banco necesite pedir prestado reservas en el mercado interbancario local o a lo que se denominará mercado internacional de reservas (que también puede tomar la forma de un banco transnacional que

¹ Para más información sobre el rol de prestamista de última instancia se recomienda Bagehot (1873).

presta a sus subsidiarias en diferentes países) ante un retiro de depósitos, lo cual obliga al banco a incurrir en un costo.

Los bancos, a diferencia de otras empresas, pueden no solo quebrar por insolvencia sino además por no cumplir con las obligaciones inmediatas que tienen hacia sus depositantes. En economías donde el banco central emite su propia moneda y toma el rol de prestamista de última instancia no hay posibilidad de quiebra por falta de liquidez. En cambio, el banco central en una ETD no emite su propia moneda y por ello no puede actuar como un prestamista de última instancia. Ello genera la posibilidad de que el banco no consiga la cantidad de reservas necesarias para pagar sus obligaciones y quiebre. En síntesis, en una ETD mientras menor sean las reservas de un banco en relación a sus depósitos no solo es más probable que este incurra en el costo asociado a pedir reservas prestadas a otros bancos, además es más probable que el banco quiebre.

El presente trabajo de investigación estudia el manejo de liquidez de un banco comercial para lo cual se desarrolla un modelo que determina el equilibrio del mercado interbancario local y permite la posibilidad a los bancos de prestarse en el mercado internacional de reservas y de quebrar por falta de liquidez. En este documento se presenta la solución del problema de portafolio de un banco comercial tomando los precios como dados, es decir, sin determinar el equilibrio del mercado. Los resultados muestran que el banco puede realizar *narrow banking* para niveles razonables de tasas de interés crediticia bajas.

Además se estudia la dinámica del sistema bancario totalmente dolarizado ante una salida transitoria de capitales en dos situaciones: cuando esta se da de manera exógena y cuando ocurre a raíz de un aumento en la tasa de referencia de la FED. En ambos caso se asume que existe perfecto acceso al mercado internacional de reservas.

La relevancia del modelo presentado se puede extender no solo al caso actual de economías sin prestamista de última instancia, sino también para estudiar el manejo de liquidez en periodos de uso de dinero metálico como la época del patrón oro.

El modelo desarrollado en este trabajo toma como base el planteado por Bigio y Bianchi (2014). Este trabaja en una economía que cuenta con moneda propia, modela un banco comercial que tiene como problema principal el manejo de liquidez, el mercado interbancario y al banco central. Este documento toma la modelación de un banco comercial y permite que el banco

pueda quebrar por falta de liquidez y reemplaza la opción de acceso a una ventanilla de descuento con acceso imperfecto al mercado internacional de reservas, además al tratarse de una ETD no se modela al banco central. Por último, el problema del banco comercial planteado en este documento es similar al planteado por Bigio y Bianchi (2014) cuando el acceso al mercado internacional de reservas es perfecto, dado que la función de prestamista de última instancia está siendo tomada por el mercado internacional de reservas.

El documento está organizado de la siguiente manera: la primera sección o capítulo es introductorio. En el siguiente capítulo se muestra la revisión de literatura. En el tercer capítulo se presenta el modelo y los resultados del problema de portafolio del banco comercial; seguidamente, en el cuarto capítulo, los resultados de las simulaciones. En el quinto capítulo se muestra el análisis teórico del modelo. Finalmente presentamos las conclusiones, recomendaciones y la agenda de investigación a las que hemos llegado luego de realizar la investigación.

Capítulo II. Revisión de literatura

La literatura en economías dolarizadas ha enfocado sus esfuerzos en el caso de economías parcialmente dolarizadas. Siguiendo esta línea de investigación, uno de los trabajos más influyentes es el realizado por Ize y Levy Yeyati (2001) el cual muestra que la dolarización financiera tiene una fuerte persistencia cuando la volatilidad esperada de la inflación se mantiene alta en comparación con la varianza del tipo de cambio real. Este resultado es obtenido mediante la minimización de la varianza del portafolio de un banco en una economía parcialmente dolarizada.

Este documento de investigación brinda un aporte dentro de la literatura de modelación de bancos y dolarización. En esta línea encontramos trabajos como el de Terrones y Catado (2000) que presenta un modelo bancario con dos monedas y se enfoca en los determinantes de la dolarización en depósitos y créditos. El trabajo de Calvo-Gonzalez, Basso y Jurgilas (2007) expande la literatura existente permitiendo diferencias en las tasas de interés con el fin de que estas expliquen la dolarización financiera. Sus resultados empíricos muestran que la diferencia de tasas de interés importa tanto para la dolarización en créditos como en depósitos, además el acceso de fondos extranjeros en el sistema bancario incrementa la dolarización crediticia mientras disminuye la dolarización de depósitos. En esta línea, Brzoza-Brzezina, Kolasa y Makarski (2015) construyen una economía pequeña y abierta con créditos denominados en moneda extranjera y local con el fin de mostrar el efecto que tiene su presencia sobre la política económica y el bienestar de los agentes. Ellos calibran el modelo para Polonia y muestran que la presencia de créditos en moneda extranjera tiene un efecto negativo sobre la efectividad de la política monetaria y ligeramente positiva sobre la política macro prudencial, además muestran que los créditos en moneda extranjera mejoran el bienestar de los agentes cuando los *shocks* en la tasa de interés dominan y disminuyen el bienestar cuando los *shocks* al tipo de cambio dominan.

Trabajos como el de Quispe-Agnoli (2002) y Quispe-Agnoli y Whisler (2006) discuten las ventajas y desventajas de dolarizar totalmente una economía, el primero concentrándose en Ecuador, El Salvador y Panamá y el segundo solo en los dos últimos. Ambos mencionan la falta de prestamista de última instancia (*Lender of Last Resort*, LOLR) como una posible desventaja y como posible solución líneas externas de crédito y fondos de reservas². Además el primero menciona que dada la ausencia de prestamista de última instancia en Panamá, los bancos del

² Esta solución también es formulada por Calvo (2001).

exterior realizan la función de prestamista de última instancia incrementando su exposición en la economía panameña cuando las condiciones económicas no son favorables. Es más, los bancos domésticos tienen líneas de crédito con bancos del extranjero que cuentan con subsidiarias en Panamá³. Entre los trabajos que se enfocan en sugerir soluciones para economías altamente dolarizadas ante corridas de liquidez se encuentra el de Ize, Kiguel y Levy Yeyati (2005). Tomando en cuenta estas ideas el modelo ilustra la falta de prestamista de última instancia así como permite que los bancos puedan conseguir fondeo del exterior para evitar problemas de liquidez.

El marco del modelo está basado en Bigio y Bianchi (2014) para ETD. Ellos modelan un banco comercial enfocándose en el problema de manejo de liquidez. Además modelan el mercado interbancario y a la autoridad monetaria con el fin de determinar qué combinación de *shocks* explican mejor la crisis financiera del 2008. Dado que el modelo se encuentra pensado para Estados Unidos, la autoridad monetaria cumple el rol de prestamista de última instancia.

³ Para más información sobre el caso de Panamá ver Moreno-Villalaz (1999). Para más información sobre el caso de Ecuador ver Beckerman y Solimano (2002). Para información sobre Montenegro ver Fabris, Vukajlović-Grba, Radunović y Janković (2004).

Capítulo III. Modelo

La finalidad de esta sección es derivar una oferta de créditos y una demanda de reservas. El modelo que se desarrollará toma el modelo presentado por Bigio y Bianchi (2014) y lo formulan en un contexto de una economía totalmente dolarizada. Dado que tomamos del modelo Bigio y Bianchi (2014) la formulación del mercado interbancario, como ellos nos basamos en la formulación del mercado interbancario de Afonso y Lagos (2012).

1. Descripción y leyes de movimiento

1.1 Marco general

El tiempo es discreto, está indexado por t y tiene un horizonte de tiempo infinito. Existe un continuo de bancos comerciales, estos se encuentran indexados por $z \in [0,1]$. Los banqueros reciben dividendos de las utilidades del banco comercial, estos representan el consumo del banquero. Se asume una utilidad instantánea débilmente cóncava sobre los dividendos que tiene la siguiente forma $u(DIV) = \frac{DIV^{1-\gamma}}{1-\gamma}$. Cada periodo se divide en dos etapas: *Lending stage* (l) y *balancing stage* (b) para poder estudiar separadamente el proceso de expansión crediticia y fondeo del proceso de manejo de liquidez por parte del banco. En la primera etapa de creación del crédito (*lending stage*) los bancos comerciales demandan depósitos y reservas, y ofrecen préstamos. En la segunda etapa de manejo del balance (*balancing stage*) el banco comercial no puede modificar los montos elegidos de depósitos y créditos, una fracción $\omega \in [-\infty, 1]$ de los depósitos son retirados y el banco tiene la posibilidad de acudir al mercado interbancario local o al mercado internacional de reservas para demandar u ofertar reservas; los préstamos de reservas se asumen a plazos de un día (*overnight*).

En cada periodo las variables de estado son el *stock* de préstamos B , depósitos D_t y reservas C_t , a continuación se detalla cómo evoluciona cada uno de estos:

1.2 Préstamos

El banco comercial otorga préstamos a las firmas durante el *lending stage*. El valor de los nuevos préstamos emitidos es I_t y el banco recibe un pago perpetuo de $I_t(1 - \delta)\delta^n$ desde el periodo $t + 1 + n$ para todo $n \geq 0$. Dada la estructura de pagos los préstamos muestran la siguiente evolución:

$$B_{t+1} = \delta B_t + I_t$$

Al emitir un préstamo, el banco comercial a su vez emite depósitos por $q_t I_t$, donde q_t es el precio del préstamo en términos del numerario. Por ende, el banco recibe una ganancia inmediata de $(1 - q_t)I_t$. Durante el *balancing stage* los préstamos no pueden ser comercializados (activos ilíquidos).

1.3 Depósitos

Se asume que la oferta de depósitos es perfectamente elástica, lo que supone que los depositantes tienen la opción de retirar libremente sus depósitos hacia el exterior. Todos los depósitos reciben un retorno exógeno de R^D ⁴. Los depósitos varían durante el *lending stage* por diferentes razones. Por un lado, los depósitos se elevan cuando: (i) Se emite un préstamo, automáticamente los depósitos incrementan en $q_t I_t$; (ii) el banco paga dividendos (DIV_t) a sus accionistas; y (iii) el banco adquiere reservas (φ_t)⁵. Por otro lado, los depósitos disminuyen en $(1 - \delta)B_t$ cada periodo cuando se amortiza la deuda. Por ende la evolución de los depósitos es la siguiente:

$$\frac{D_{t+1}}{R^D} = D_t + DIV_t + q_t I_t + \varphi_t - (1 - \delta)B_t$$

Además existen requerimientos de capital, los cuales funcionan como una restricción de apalancamiento para el banco comercial. La restricción es la siguiente:

$$D_t \leq \kappa E_t$$

Donde E_t es el patrimonio en el periodo t .

Durante el *balancing stage* una fracción $\omega \in \{-\infty, 1\}$ de los depósitos son retirados⁶. Esta fracción es una variable aleatoria $\omega \sim F_t(\omega)$, donde $F_t(\omega)$ es la función de distribución acumulada de ω , se asume que esta es la misma para todos los bancos y no varía en el tiempo. El modelo asume que los bancos esperan en promedio mantener el saldo de sus respectivos depósitos registrados en el *lending stage*, ya que desconocen la dirección de los pagos de los distintos agentes económicos; es decir $E(\omega) = 0$, donde E es el operador esperanza. La simulación que se presentará posteriormente evalúa el modelo ante una salida de capitales en una ETD, es decir, muestra la dinámica del modelo cuando se pasa de $E(\omega) = 0$ a $E(\omega) > 0$.

⁴ El modelo podría ampliarse para *endogenizar* esta variable y su impacto en el manejo de la liquidez. Por ejemplo, se esperaría que la tasa de interés pasiva en una economía totalmente dolarizada esté en función de la tasa de política monetaria de la FED (*FED Fund Rate*), del riesgo soberano y de los menores costos transaccionales que pueden ofrecer los bancos locales.

⁵ Por ejemplo cuando un depositante trae efectivo al banco comercial.

⁶ Un valor negativo implica la captación de depósitos.

La autoridad monetaria impone un requerimiento de encaje (ρ) sobre los depósitos. Se asume que este requerimiento de encaje o de reservas a los bancos es igual o mayor al nivel mínimo operativo que los bancos consideran necesario para realizar los servicios de pagos a sus depositantes. De otro modo, el requerimiento de encaje sería irrelevante ya que la demanda de reservas bancarias lo excedería permanentemente.

El requerimiento de encaje toma importancia en el *balancing stage* dado que el retiro de depósitos acerca al banco a no cubrir el requerimiento de encaje, para evitar este escenario el banco demandará reservas. El déficit de encaje se define como: $x_t = \rho \frac{D_t}{R^D} - p_t C_t$, donde p_t es el precio de las reservas en términos del numerario. El numerario en este caso son los depósitos.

1.4 Mercado interbancario

La gran mayoría de transacciones de una economía se realizan a través del sistema financiero con movimientos anuales que exceden largamente el PBI nominal y las ETD no son la excepción. Como consecuencia de ello, hay incentivos en una ETD a que surja un mercado de préstamos interbancarios local, usando como reservas sea las cuentas corrientes en su banco central (aunque ya no emita dinero fiduciario) para fines de cumplimiento de los requisitos de liquidez o mediante depósitos a la vista en bancos internacionales. El mercado interbancario se asume *Over the counter* (OTC) y funciona de la siguiente forma: Una vez que el *lending stage* haya culminado y se ejecuten los abonos o retiros de depósitos no anticipados algunos bancos tendrán un déficit de encajes y otros un superávit de encajes.

Los bancos que cuenten con superávit de encajes ofrecerán reservas en el mercado interbancario a la tasa r_t^f , la porción de las reservas ofrecidas que no han sido tomadas serán ofertadas en el mercado internacional de reservas a la tasa de interés r_t^p . Esta última tasa la podemos visualizar como la tasa de un depósito *overnight* en la banca internacional.

Los bancos con déficit de encaje demandarán esta cantidad en el mercado interbancario local a la tasa de r_t^f . De no lograr cerrar el déficit los bancos comerciales acudirán al mercado internacional de reservas donde con probabilidad k recibirán financiamiento a la tasa r_t^a y con probabilidad $(1 - k)$ no lo recibirán. El monto de déficit no cubierto en el mercado interbancario local ni en el mercado de reservas internacional recibirá una penalidad de ψ por ciento, donde $\psi > r_t^a$.

Los bancos usan un proceso de regateo a lo Nash (*Nash bargaining*) para determinar el emparejamiento de la oferta y demanda de reservas en el mercado interbancario local. A continuación se muestra el planteamiento del problema:

$$\text{Max}_{\{r^f\}} (m_b(kr^a + (1 - k)\psi) - m_b r^f)^\xi (m_l r^f - m_l r^p)^{1-\xi}$$

La variable de elección es la tasa interbancaria (r^f), m_l es la utilidad marginal de las reservas prestadas por el banco y m_b la utilidad marginal de las reservas que el banco pide prestadas. La condición de primer orden es la siguiente:

$$\frac{r^f - r^p}{(1 + kr^a + (1 - k)\psi) - (1 + r^f)} = \frac{1 - \xi}{\xi}$$

Note que al ser $\frac{1-\xi}{\xi}$ positivo r^f se encontrará entre $[r^p, kr^a + (1 - k)\psi]$ ⁷.

Es importante recalcar algunos supuestos del mercado interbancario local. Primero, si un banco comercial no logra prestar o cubrir el déficit no pierde la oportunidad de ir al mercado internacional de reservas, entendido este como el mercado de créditos externos al que puede acceder la banca local y el mercado de depósitos en la banca internacional, según sea el caso. Segundo, el banco no puede mandar una orden al mercado interbancario pidiendo más reservas de las que necesita u ofreciendo más reservas que el monto de reservas superavitarias, en otras palabras, por simplicidad vamos a suponer que no hay oportunidades de arbitraje de un banco local frente a otro⁸. Por último, se asume que los intereses son pagados con depósitos.

Algunas notas sobre la inclusión del mercado internacional de reservas en el modelo. En primer lugar k mide el grado de acceso al crédito externo de la banca local. Este grado dependerá negativamente del nivel de endeudamiento externo existente, positivamente del grado de integración financiera internacional (por ejemplo, presencia de bancos internacionales), de las condiciones macroeconómicas domésticas, entre otros. Un valor de 1 de este parámetro significa un acceso inmediato al fondeo externo, lo que equivaldría a que el sistema financiero cuenta con un prestamista de última instancia internacional en la práctica.

⁷ En un modelo clásico con prestamista de última instancia ψ funciona como un estigma a pedir prestado en la ventanilla de redescuento.

⁸ Este supuesto se rompería si hay fricciones en el mercado de préstamo interbancario tales como límites de exposición crediticia entre los bancos o situaciones de asimetría de la información donde un banco toma un préstamo el mismo día de un banco para recolocararlo a otro a una tasa mayor.

En segundo lugar, estamos suponiendo racionamiento de crédito en este mercado, ello justifica que no se modele la oferta de fondeo externo y sí un nivel de acceso y de tasa de interés de crédito externo. En tercer lugar, la diferencia entre r^a y r^p se puede interpretar como el riesgo soberano. Por último, se supone que los préstamos de reservas por parte del mercado internacional de reservas son a un día, así como los realizados en el mercado interbancario local.

Definamos M^+ como la oferta de reservas *overnight* y M^- como la demanda de reservas *overnight* en el mercado interbancario, por ende:

$$M^+ = \int_0^1 x^+(z) dz \quad \text{y} \quad M^- = \int_0^1 x^-(z) dz$$

Donde $x^+(z)$ es la cantidad de reservas superavitarias del banco z y $x^-(z)$ es la cantidad deficitaria de reservas del banco z ; por lo menos una de las dos variables debe ser cero para el banco z .

Los valores que toman M^+ y M^- nos permiten encontrar probabilidades endógenas de encuentro. Definimos $\delta^- = \min(1, \frac{M^+}{M^-})$ como la probabilidad de que un banco comercial con déficit de reservas encuentre un préstamo en el mercado interbancario y $\delta^+ = \min(1, \frac{M^-}{M^+})$ como la probabilidad de que un banco superavitario encuentre un banco comercial al cual prestar en el mercado interbancario.

1.5 Costo de liquidez

Tomando en cuenta lo discutido anteriormente, el beneficio marginal de tener exceso de reservas es el siguiente:

$$\chi_t^l = \delta^+ r_t^f + (1 - \delta^+) r_t^p$$

es decir con probabilidad δ^+ el exceso de reservas encontrará una contraparte en el mercado interbancario local y ganará la tasa de interés r_t^f y con probabilidad $(1 - \delta^+)$ no encontrará una contraparte, lo cual obligará al banco comercial a depositar el exceso de reservas en el mercado internacional de reservas recibiendo un interés de r_t^p . El costo marginal de tener déficit de reservas es el siguiente:

$$\chi_t^b = \gamma^- r_t^f + (1 - \gamma^-) k r_t^a + (1 - \gamma^-)(1 - k) \psi$$

con probabilidad γ^- el banco comercial recibirá un préstamo del mercado interbancario local a la tasa r_t^f , con probabilidad $(1 - \gamma^-)k$ recibirá un préstamo del mercado de reservas

internacional a la tasa r_t^a y con probabilidad $(1 - \gamma^-)(1 - k)$ no recibirá un préstamo y por ende terminará el periodo con un déficit de reservas y por ello tendrá que pagar como castigo a la autoridad monetaria $x_t^b \psi$.

El costo de liquidez se define como $\chi_t = x_t^b x^- - x_t^l x^+$. Por último, nótese que la falta de prestamista de última instancia induce a que el banco comercial pueda no cubrir su déficit de reservas. Cuando existe prestamista de última instancia, de no encontrar un préstamo de reservas en el mercado interbancario local, el banco siempre tiene la posibilidad de realizar una operación de inyección de liquidez en ventanilla a la tasa de redescuento.

Definamos la probabilidad de que un banco reciba un préstamo *overnight* (del mercado interbancario local o del mercado internacional de reservas) como $\gamma^b = \gamma^- + (1 - \gamma^-)k$.

1.6 Reservas

Durante el *lending stage* el banco comercial adquiere φ reservas y emite I_t préstamos, lo cual repercute en la evolución de sus depósitos. En agregado, la demanda total de reservas de la economía es igual a una fracción MO_t de las reservas emitidas por la FED, es decir $MO_t = \int_0^1 C_t(z)$.

El banco conoce la magnitud de retiros de depósitos que ha enfrentado durante el *balancing stage* y cuenta con reservas bancarias para poder pagar sus obligaciones con los depositantes. Sin embargo, el banco puede quedarse sin reservas y por ende quebrar. A continuación estudiamos cuándo esta situación se puede dar. Cabe recalcar que en este modelo la quiebra del banco solo ocurre cuando el retiro de depósitos supera a las reservas, es decir, el modelo incluye solo quiebra por falta de liquidez, no por falta de solvencia. Las reservas del periodo siguiente serán iguales a las reservas del periodo actual menos el retiro de depósitos más el déficit de reservas cubierto por los préstamos *overnight* recibidos del mercado interbancario y del mercado internacional de reservas.

$$pC_{t+1} = pC_t - \frac{\omega D_t}{R^D} + \gamma^b x^-$$

$$pC_{t+1} = pC_t - \frac{\omega D_t}{R^D} + \gamma^b \left(\rho \frac{(1 - \omega) D_t}{R^D} - \left(pC_t - \frac{\omega D_t}{R^D} \right) \right)$$

Luego:

$$pC_{t+1} \leq 0 \Leftrightarrow \omega \geq \frac{pC_t(1 - \gamma^b) + \frac{\rho D_t}{R^D} \gamma^b}{\frac{D_t}{R^D} (1 - \gamma^b) + \frac{\rho D_t}{R^D} \gamma^b} = g(C, D)$$

Nótese que cuando γ^b es igual a 1, $g(C, D)$ es igual a 1, y por ende el banco comercial no puede quebrar. Este caso se da cuando hay perfecto acceso al mercado internacional de reservas. En otras palabras, el mercado internacional de reservas reemplaza perfectamente la función de prestamista de última instancia cuando k es igual a 1.

Definimos la función indicadora P que toma el valor de 1 cuando el banco no quiebra y 0 cuando el banco quiebra.

$$P \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \leq g(C, D) \\ 0 & \text{si } \omega > g(C, D) \end{cases}$$

Nótese que $g(C, D)$ es creciente en C y por ende P es creciente en C , es decir, una mayor posesión de reservas por parte del banco comercial reduce la probabilidad de quiebra.

Por otro lado, recuerde del apartado anterior que el costo de liquidez χ_t es igual a $\chi_t^b x^- - \chi_t^l x^+$, por lo tanto, una mayor posesión de reservas disminuye el costo de liquidez.

1.7 Autoridad monetaria

En una ETD la entidad monetaria no puede emitir masa monetaria, sin embargo puede contar con la facultad de elegir el requerimiento de encaje (ρ) y el castigo por no cubrir los requerimientos de encaje (ψ). Además supondremos que la autoridad monetaria elige el requerimiento de capital (κ).

Cabe mencionar que el requerimiento de encaje comenzó a operar antes de la aparición de los bancos centrales con la emisión de dinero fiduciario como mecanismo de protección a los depositantes y de reducción de probabilidades de corridas y pánicos bancarios en el siglo XIX en EE.UU. Hoy en día, si bien Ecuador y El Salvador ya no cuentan con su propia moneda y son ETD, sus respectivos bancos centrales mantienen la función de establecer requisitos de liquidez a sus sistemas financieros.

2. Problema del banco comercial

A partir de ahora, dejamos de usar los subíndices que indican tiempo. La nueva notación es la siguiente: si Z es una variable al inicio del periodo, \tilde{Z} es su valor al final del *lending stage* y al

inicio del *balancing stage*. De igual manera, \hat{Z} es su valor al final del *balancing stage* y al comienzo del siguiente periodo. La función de valor en el *lending stage* está denotada por V^l y la función de valor durante el *balancing stage* se encuentra denotada por V^b . Definimos el vector X que incluye información sobre las decisiones de política y la distribución de retiros (F).

A continuación se analiza el problema del banco comercial. La estrategia que se seguirá a continuación es tomada del trabajo de Bigio y Bianchi (2014), esta consiste en formular el problema del banco comercial como un problema de dos etapas (*lending* y *balancing stage*), colapsar estas dos etapas a una única etapa por periodo, mostrar que el problema se puede representar con una única variable de estado y por último separar el problema del banco en un problema de elección de dividendos y portafolio

2.1 Lending stage

Durante el *lending stage* el banco comercial escoge la cantidad de préstamos a ofrecer, la adquisición de reservas y la cantidad de dividendos. Como restricciones el banco comercial enfrenta la evolución de los saldos de depósitos, préstamos y reservas, así como el requerimiento de capital. Formalmente el problema es el siguiente:

$$V^l(C, B, D; X) = \max_{\{I, DIV, \varphi\}} + V^b(\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}; \tilde{X})$$

$$\frac{\tilde{D}}{R^D} = D + DIV + qI + \varphi - B(1 - \delta)$$

$$\tilde{C} = C + \varphi$$

$$\tilde{B} = \delta\tilde{B} + I$$

$$\frac{\tilde{D}}{R^D} \leq \kappa(q\tilde{B} + p\tilde{C} - \frac{\tilde{D}}{R^D})$$

2.2 Balancing stage

En el *balancing stage* los créditos son ilíquidos y se efectúan retiros de depósitos que son compensados con una caída en las reservas. Dado el retiro de depósitos el déficit de encaje es:

$$x = \rho \frac{\tilde{D}(1 - \omega)}{R^D} - \left(p\tilde{C} - \frac{\omega\tilde{D}}{R^D} \right)$$

Recuerde del apartado anterior que el costo de liquidez está definido $\chi(x) = x_t^b x^- - x_t^l x^+$. Además un rango de valores de ω generan que el banco quiebre. Ello se captura en la función indicadora P que toma el valor de 1 si el retiro no genera que el banco quiebre y cero si genera que el banco quiebre.

La función de valor durante el *balancing stage* es la siguiente:

$$V^b(\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}; \tilde{X}) = \beta E[PV^l(\hat{C}, \hat{B}, \hat{D}; \hat{X})/\tilde{X}]$$

$$\hat{B} = \tilde{D} - \frac{\omega \tilde{D}}{R^D} + \chi(x)$$

$$p\hat{C} = p\tilde{C} - \frac{\omega \tilde{D}}{R^D}$$

$$\hat{B} = \tilde{B}$$

Es posible colapsar el problema de dos etapas en un mismo periodo a una sola ecuación de Bellman sustituyendo V^b en V^l :

$$V^l(C, B, D; X) = \max_{\{I, DIV, \varphi\}} + \beta E\left(PV^l\left(p\tilde{C} - \frac{\omega \tilde{D}}{R^D}, \tilde{B}, \tilde{D} - \frac{\omega \tilde{D}}{R^D} + \chi(x)/\tilde{X}\right); \tilde{X}\right)$$

$$\frac{\tilde{D}}{R^D} = D + DIV + qI + \varphi - B(1 - \delta)$$

$$\tilde{C} = C + \varphi$$

$$\tilde{B} = \delta \tilde{B} + I$$

$$\frac{\tilde{D}}{R^D} \leq \kappa(q\tilde{B} + p\tilde{C} - \frac{\tilde{D}}{R^D})$$

2.3 Representación de una variable de estado (*single-state representation*)

El problema del banco puede ser caracterizado con una sola variable de estado, el patrimonio del banco después de las amortizaciones es $E = pC + (\delta q + 1 - \delta)B - D$. Substituyendo la evolución de las reservas y préstamos, $\tilde{C} = C + \varphi$ y $\tilde{B} = \delta \tilde{B} + I$, en la evolución de los depósitos obtenemos:

$$q\tilde{B} + p\tilde{C} + DIV - \frac{\tilde{D}}{R^D} = pC + (\delta q + 1 - \delta)B - D = E$$

Esta ecuación toma la forma de una restricción de presupuesto donde E son los recursos que posee el banco comercial. Con estas dos ecuaciones podemos presentar el problema con solo una variable de estado:

$$V(E) = \max_{\{\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}, DIV\}} U(DIV) + \beta E(PV(\hat{E}))$$

$$E = q\tilde{B} + p\tilde{C} + DIV - \frac{\tilde{D}}{R^D}$$

$$\begin{aligned} \acute{E} &= (\delta\acute{q} + 1 - \delta)\tilde{B} + \acute{p}\tilde{C} - \tilde{D} - \chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{D}}{R^D} - \acute{p}\tilde{C}\right) \\ \frac{\tilde{D}}{R^D} &\leq \kappa(q\tilde{B} + \acute{p}\tilde{C} - \frac{\tilde{D}}{R^D}) \end{aligned}$$

Dejando de lado la función indicadora P el problema es similar al problema de consumo-ahorro típico, sujeto a una restricción de endeudamiento. Los dividendos toman el papel del consumo, el banco comercial puede ahorrar en préstamos y reservas, y puede, por otro lado, tomar deuda emitiendo depósitos. Además la restricción de capital toma el papel de la restricción de endeudamiento. La función indicadora agrega que el problema se compare con uno de consumo-ahorro donde el agente puede morir, es decir, a partir de un periodo dejar de recibir utilidad instantánea. La probabilidad de morir (o quebrar en nuestro modelo) es resultado de la distribución de *shock* ω y de la elección de préstamos, reservas y depósitos.

Dado que la función es CRRA, podemos representar la función de valor de la siguiente forma:

$$V(E; X) = v(X)E^{1-\gamma}$$

donde $v(X)$ satisface:

$$\begin{aligned} v(X) &= \max_{\{c, \tilde{b}, \tilde{d}, div\}} U(div) + \beta E[v(\acute{X}/X)]E_\omega(P(\acute{e})^{1-\gamma}) \\ 1 &= q\tilde{b} + \acute{p}\tilde{c} + div - \frac{\tilde{d}}{R^D} \\ \acute{e} &= (\delta\acute{q} + 1 - \delta)\tilde{b} + \acute{p}\tilde{c} - \tilde{d} - \chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{d}}{R^D} - \acute{p}\tilde{c}\right) \\ \frac{\tilde{d}}{R^D} &\leq \kappa(q\tilde{b} + \acute{p}\tilde{c} - \frac{\tilde{d}}{R^D}) \end{aligned}$$

donde $[\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}, DIV] = [\tilde{c}, \tilde{b}, \tilde{d}, div]E$ y $\frac{E'}{E} = \acute{e}$

Nótese que bajo esta representación del problema las funciones de política de $\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}, DIV$ pueden ser recuperadas escalando $\tilde{c}, \tilde{b}, \tilde{d}, div$ por E . Es más, dos bancos con diferentes patrimonios son versiones escaladas de un banco con una unidad de patrimonio.

Para llegar a la representación mostrada se divide las tres restricciones entre E . Luego en la función objetiva se reemplaza la conjetura $V(E; X) = v(X)E^{1-\gamma}$. Tomando en cuenta que $U(DIV) = U(div)E^{1-\gamma}$ la ecuación de Bellman toma la siguiente forma:

$$v(X)E^{1-\gamma} = \max_{\{\tilde{c}, \tilde{b}, \tilde{d}, \text{div}\}} U(\text{div})E^{1-\gamma} + \beta E[v(\hat{X}/X)]E_{\omega}(P\hat{E}^{1-\gamma})$$

Dividiendo la ecuación entre $E^{1-\gamma}$ obtenemos el resultado mostrado previamente.

Una propiedad muy útil de este problema es que satisface la separación de portafolio, la elección de dividendos es independiente de la decisión de portafolio de préstamos, reservas y depósitos. Usando el principio de *optimalidad* de Bellman podemos separar el problema en dos partes.

$$v(X) = \max_{\{\text{div}\}} U(\text{div}) + \beta E[v(\hat{X}/X)]\Omega^{1-\gamma}(1 - \text{div})^{1-\gamma}$$

Donde Ω es el resultado del siguiente problema:

$$\Omega = \max_{\{w_c, w_b, w_d\}} (E_{\omega} P [R^B w_b + R^c w_c - R^d w_d - R^X(w_d, w_c)]^{1-\gamma})^{1/1-\gamma}$$

$$P \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \leq \frac{w_c(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b}{w_d(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b} = g(w_c, w_d) \\ 0 & \text{si } \omega > \frac{w_c(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b}{w_d(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b} = g(w_c, w_d) \end{cases}$$

Donde $R^c = \frac{\dot{p}}{p}$, $R^B = \frac{\dot{q}\delta+1-\delta}{q}$, $R^X = \chi((\rho + \omega(1-\rho))w_d - w_c)$, $w_c = \frac{p\tilde{c}}{1-\text{div}}$, $w_b = \frac{q\tilde{b}}{1-\text{div}}$, $w_d = \frac{\tilde{d}}{(1-\text{div})R^d}$.

El problema de maximización de Ω consiste en determinar el portafolio compuesto por activos con diferente riesgo, liquidez y retorno. Este problema de manejo de liquidez considera que el banco puede quebrar a causa de la falta de prestamista de última instancia y busca maximizar el retorno esperado del patrimonio del banco: $\acute{e} = \frac{E}{E} = R^E = R^B w_b + R^c w_c - R^d w_d - R^X(w_d, w_c)$. El problema de portafolio no es estándar, dado que considera retornos no lineales, así como en el problema de portafolio derivado en Bigio y Bianchi (2014).

El retorno de los préstamos es lineal $R^B = \frac{\dot{q}\delta+1-\delta}{q}$. Los retornos de las reservas y depósitos pueden ser separados en una parte independiente y otra conjunta. La parte independiente de los

retornos de las reservas es $R^C = \frac{\dot{p}}{p}$. La parte independiente de los retornos de los depósitos es R^D . El retorno conjunto depende de ω y captura el costo de tener pocas reservas. El costo de liquidez depende de condiciones del mercado interbancario y el mercado internacional de reservas y está dado por: $R^X = \chi((\rho + \omega(1 - \rho))w_d - w_c)$, donde, como hemos mencionado, χ toma el valor de χ^l cuando el banco cuenta con exceso de reservas o χ^b cuando el banco cuenta con déficit de reservas. Además, la función indicadora agrega otra no linealidad a los retornos de las reservas y depósitos, dado que el valor del portafolio toma el valor de cero cuando la función $g(w_c, w_d)$ es menor a la fracción retirada de los depósitos ω . El riesgo y retorno de cada activo depende del estado agregado de la economía. Por ende la solución del problema varía con el tiempo.

Dada la solución del problema de portafolio el ratio de dividendo y la función de valor se pueden encontrar resolviendo estas ecuaciones:

$$\text{div}(X) = \frac{1}{1 + [\beta(1 - \gamma)E(v(\dot{X}\backslash X)) P\Omega^{1-\gamma}]^{\frac{1}{\gamma}}}$$

y

$$v(X) = \frac{1}{1 - \gamma} \left[1 + [\beta(1 - \gamma)E(v(\dot{X}\backslash X)) P\Omega^{1-\gamma}]^{\frac{1}{\gamma}} \right]^\gamma$$

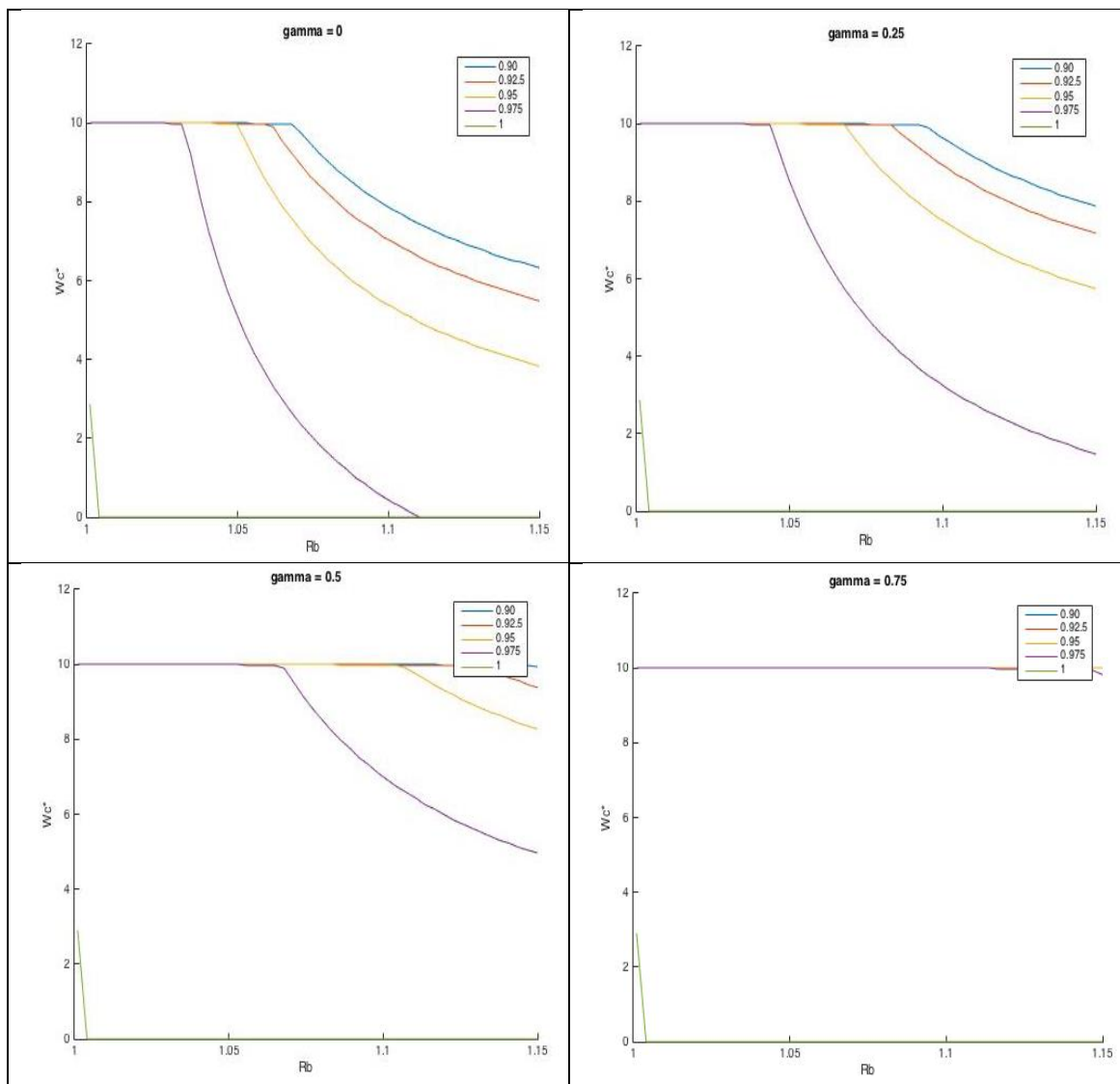
2.4 Determinación del equilibrio en el problema de portafolio

A continuación se presenta el resultado del problema de portafolio bajo algunos supuestos. En primer lugar no se modela la dinámica del mercado interbancario y se asume que $\chi^l = 0,0001$ y $\chi^b = 0,025$. Además se asume que se cumple la restricción de capital, por ende $w_d = \kappa$, y que $\kappa = 10$, $\rho = 0,05$, $R^d = 1,0079$ y que la FED realiza operaciones que generan que $R^c = 1$ (es decir la FED genera estabilidad de precios en la ETD).

Los gráficos (reunidos en el gráfico 1) que se presentan en seguida muestran en el eje de las ordenadas el valor óptimo que toma el peso de las reservas en el portafolio en función del retorno de los créditos R^b (en el eje de las abscisas) y de la probabilidad de recibir un préstamo *overnight* en el mercado interbancario o el mercado internacional de reservas cuando se incurre en un déficit de encaje γ^b (líneas de diferentes colores). Además cada gráfico se diferencia por el valor que toma el coeficiente de aversión al riesgo γ . Las tasas de interés crediticias varían entre 0,10% y 15% y las probabilidades de no obtener un préstamo toma los valores 10%, 7,5%, 5%, 2,5% y 0. En relación con la distribución de retiros se asume que estos toman distribución uniforme con media cero.

Recuérdese que $w_d = \kappa = 10$, por ende la restricción del problema de portafolio toma la siguiente forma: $w_b + w_c = 1 + w_d = 11$, dado que w_c y w_b no pueden ser negativos ambos pueden tomar valores en el rango $[0,11]$.

Gráfico 1. Resultados del problema de portafolio



Fuente: Elaboración propia 2015.

En primer lugar nótese que cuando hay perfecto acceso al mercado internacional de reservas no hay posibilidad de que el banco quiebre por falta de liquidez ($\gamma^b = 1$). El resultado en este caso es similar al que se da cuando existe prestamista de última instancia. Este resultado es similar en todos los paneles, es decir varía ligeramente por cambios en la aversión al riesgo del banquero. En efecto, cuando la tasa de interés de préstamos es casi nula las reservas bancarias se ubican en

alrededor de 25% en el modelo y a partir de tasas de interés de préstamos superiores a 0,4% (40 puntos básicos) las reservas bancarias son nulas⁹.

Cuando no hay prestamista de última instancia o perfecto acceso al mercado externo ($\gamma^b < 1$) el peso que se le asigna a las reservas varía rotundamente en comparación al caso $\gamma^b = 1$. Para niveles bajos en la tasa de interés de préstamos el peso en el portafolio de los préstamos es de 91%, el cual es equivalente al peso que tienen los depósitos, por ende, para niveles bajos de tasa de interés de préstamos el banco realizará *narrow banking*, es decir sus reservas son iguales a sus depósitos y solo presta su patrimonio. Nótese que estos mismos niveles de tasa de interés predicen un porcentaje de reservas que varía entre 0 y 25% cuando el mercado internacional toma el papel de prestamista de última instancia. Para dejar de realizar *narrow banking*, es decir, que el banco preste parte de sus depósitos, la tasa de interés de préstamos debe ser más alta que la tasa de interés mínima que hace que el peso de las reservas sea cero cuando $\gamma^b = 1$. Cabe recalcar que las simulaciones se realizaron para tasa de interés crediticias mayores a la tasa de interés de reservas (cero), por ello el resultado previo consiste en prestar todo lo que no genere posibilidad de quiebra, es decir, prestar el patrimonio, dado que basta que las reservas sean infinitesimalmente menores a la cantidad de depósitos para que exista posibilidad de quebrar.

Cuando γ^b decrece la probabilidad de no recibir un préstamo cuando se incurre en déficit de reservas crece, es decir aumenta la probabilidad de quebrar; para compensar este aumento en la probabilidad de quebrar el banco aumenta el peso que tiene de reservas en su portafolio con el fin de aumentar $g(w_c, w_d)$ y por ende reducir la probabilidad del evento de quiebra. Dado que se demandan más reservas mientras menor sea γ^b , cuando γ^b se reduce se necesitará una mayor tasa de interés crediticia para que el banco acepte incurrir en la posibilidad de quebrar, es decir, deje de realizar *narrow banking*.

Por otro lado, cambios en el nivel de aversión al riesgo tienen poco efecto sobre el peso óptimo de reservas cuando $\gamma^b = 1$, sin embargo tiene efectos importantes cuando $\gamma^b < 1$. En particular, mientras menor sea la aversión al riesgo menor es la tasa de interés de préstamos necesaria para que el banco no opere bajo *narrow banking*. Cabe recalcar que aun en el caso extremo de neutralidad al riesgo, es decir $\gamma = 0$, se incurre en *narrow banking*. Este resultado nos muestra que un banquero conservador conlleva una menor probabilidad de quiebra bancaria.

⁹ Es interesante notar que bancos centrales como el de Inglaterra y de México tenían requerimientos de encaje nulos. Se toma como distancia entre las tasas de interés de préstamos 0,3% y se toma como tasa inicial de préstamos 0,10%, por ende el resultado entre las tasas 0,10% y 0,4% es desconocido, pero se espera que entre estos valores el peso de las reservas se encuentre entre 25% y cero.

En resumen, definamos R^* como el retorno mínimo con el cual el banco comercial deja de incurrir en *narrow banking*, entre R^c y R^* el retorno de los créditos R^B no tiene efecto sobre la elección de portafolio, esta es $w_c = w_d$. Para valores de R^B mayores a R^* , $w_c < w_d$, y a más R^B mayores son los incentivos a emitir préstamos, por ello, para tasas mayores a las necesarias para dejar de elegir *narrow banking*, aumentos en la tasa de interés crediticia aumentan el peso de los créditos en el portafolio, w_b , y reducen el peso de las reservas en el portafolio, w_c . Esto ocurre hasta que $w_c = 0$ y $w_b = \kappa + 1$.

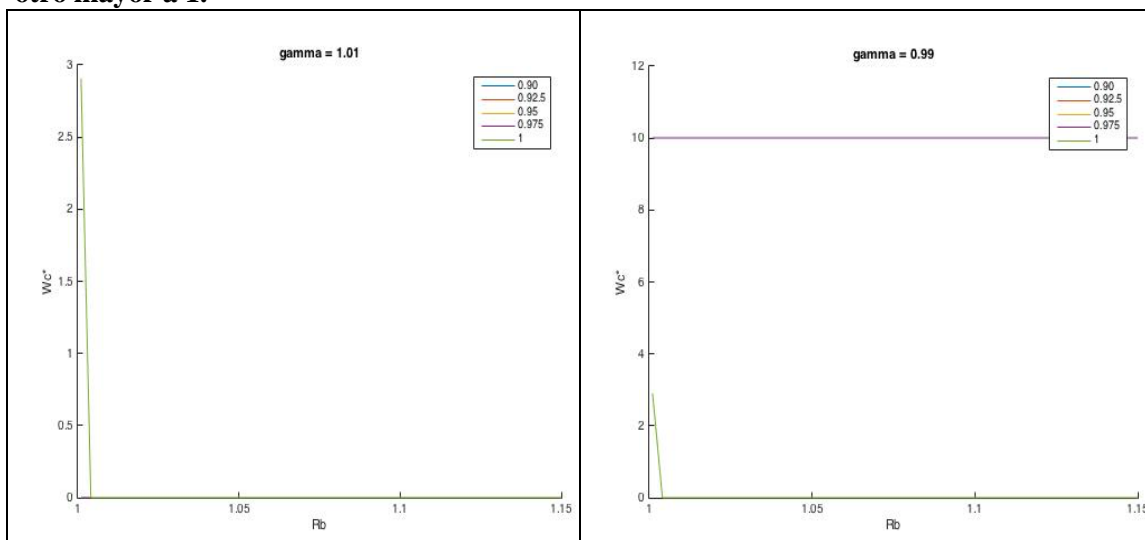
A continuación se muestra las tasas de interés mínimas necesarias para que el banco deje de operar bajo *narrow banking*.

Tabla 1. Tasa de interés mínima necesaria para que el banco deje de realizar *narrow banking*, en función a la probabilidad de no recibir un préstamo (columnas) y el coeficiente de aversión al riesgo (filas)

	0,025	0,025	0,075	0,1
0	2,84%	4,36%	4,97%	5,57%
0,25	3,75%	5,57%	6,79%	7,70%
0,5	5,57%	8,61%	10,44%	11,96%
0,75	11,66%	>15%	>15%	>15%
0,99	>15%	>15%	>15%	>15%

Fuente: Elaboración propia 2015.

Gráfico 2. Comparación entre un valor del coeficiente de aversión al riesgo menor a 1 y otro mayor a 1.

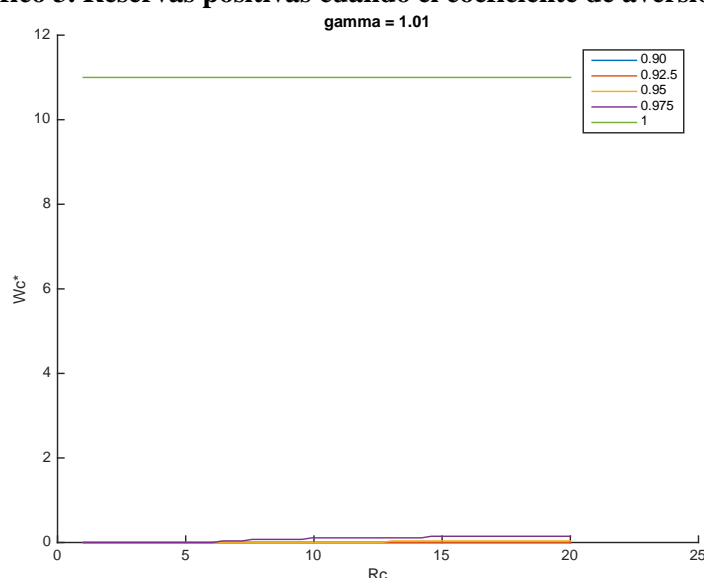


Fuente: Elaboración propia 2015.

Dado que la función de utilidad es del tipo CRRA, esta toma valores negativos cuando el coeficiente de aversión al riesgo es mayor a uno. Ello no genera ninguna anomalía cuando el problema no permite que el banco comercial quiebre dado que aumentar los dividendos acerca el valor que toma la utilidad instantánea a cero. Quebrar en el modelo planteado permite que todas las utilidades instantáneas futuras sean cero a partir del periodo de quiebra; dado que de no quebrar las utilidades instantáneas futuras serán negativas es óptimo para el banco comercial quebrar.

El banco maximiza la probabilidad de quebrar eligiendo no tener reservas, lo cual se dará si el retiro de depósitos es positivo. Dado que no hay certeza en la quiebra, valores altos de la tasa de interés de las reservas y el beneficio marginal de tener exceso de reservas en comparación a la tasa de interés crediticia pueden generar que el banco elija tener una cantidad positiva de reservas. En el ejercicio visto previamente este no es el caso dado que el retorno de los préstamos es mayor o igual al retorno de las reservas y el retorno de tener exceso de reservas es bajo, por ello el banco escoge no tener reservas en todas las simulaciones. A continuación se presenta una calibración donde el coeficiente de aversión al riesgo es mayor a 1, en particular 1,01, el retorno de los préstamos es 1 y el retorno de las reservas varía de 0 a 20, el resto de parámetros y supuestos son los mismos del caso anterior.

Gráfico 3. Reservas positivas cuando el coeficiente de aversión al riesgo es mayor a 1



Fuente: Elaboración propia 2015.

Esta simulación muestra que existe la posibilidad de tener reservas positivas cuando el coeficiente de aversión al riesgo es mayor a 1, sin embargo se necesita que el retorno de las reservas sea muy superior al retorno de los préstamos. Como se vio previamente, esto se da porque elegir no tener reservas no garantiza la quiebra de los bancos. Los retornos de reservas mínimos para garantizar

reservas positivas son de 5,5 cuando $\gamma^b = 0,975$ y de 13 cuando $\gamma^b = 0,95$, para los casos de $\gamma^b = 0,925$ y $\gamma^b = 0,9$ se necesitan retornos de reservas superiores a 20.

3. Equilibrio de mercados (*market clearing*)

3.1 Mercado de créditos

Consideramos una demanda de créditos con pendiente negativa con respecto al retorno de los créditos, es decir, creciente en el precio de los préstamos. En particular, consideramos una demanda con elasticidad constante:

$$q_t = \theta(I_t^D)^\epsilon, \epsilon > 0, \theta > 0$$

Donde ϵ es la semi-elasticidad de la demanda de crédito con respecto a q_t . Por lo tanto, la condición de limpieza de mercado es:

$$B_t - \delta B_{t-1} = I_t^S = I_t^D = \theta(I_t^D)^\epsilon$$

3.2 Mercado de dinero

Las reservas que se transan en una ETD en el mercado interbancario son el total de activos internacionales de la banca local mantenidos de forma indirecta a través de depósitos en la autoridad monetaria que los deposita a su vez en el exterior o directa a través de depósitos a la vista en bancos internacionales. Suponemos además que las reservas que se comercian en el mercado interbancario no son prestadas afuera del mercado. Por ello, la condición de equilibrio del mercado de dinero es:

$$MO_t = \int_0^1 \tilde{c}_t(z) E_t(z) dz$$

Donde MO_t es una fracción de los depósitos totales en dólares en bancos internacionales, los cuales equivalen a una fracción de las reservas en dólares controladas por la FED.

3.3 Agregados monetarios

Los depósitos constituyen la creación de dinero por los bancos $M_t^1 = \int_0^1 \tilde{d}_t(z) E_t(z) dz$.

Tomando en cuenta que en esta economía no hay circulante el multiplicador monetario endógeno

es: $\mu = \frac{M_t^1}{MO_t}$

3.4 Mercado interbancario

Las condiciones de equilibrio del mercado interbancario dependen de γ^+ y γ^- , las probabilidades

de encontrar una contraparte en el mercado interbancario. Estas a su vez dependen de la masa de reservas en déficit y superávit, M^+ y M^- . Durante el *lending stage* los bancos son idénticos re-escalados por el patrimonio. Para encontrar M^- haremos algunos supuestos relacionados a la ocurrencia de quiebra. Supondremos que un banco que recibe un *shock* $\omega > g(w_c, w_d)$, es decir, un retiro de depósitos que fuerce al banco a quedarse sin reservas, participará en el mercado interbancario intentando conseguir las reservas necesarias para cubrir el déficit de reservas. Además suponemos que un banco que va a quebrar paga las reservas prestadas antes de quebrar.

El *shock* que lleva a $x = 0$ es $\omega^* = \frac{1}{1-\rho} \left(\frac{w_c}{w_d} - \rho \right)$. Por ende la masa de déficit es:

$$M^- = E[x(\omega)/\omega > \omega^*](1 - F(\omega^*))$$

y la masa de superávit es:

$$M^+ = E[x(\omega)/\omega < \omega^*]F(\omega^*)$$

Capítulo IV. Simulación

Las simulaciones consisten en ver el desarrollo de las variables del modelo ante una salida de capitales en la economía, lo cual se interpretará como un cambio en la media de ω pasando de ser cero a positiva. En este documento se tocará el caso donde existe perfecto acceso al mercado de reservas internacional, es decir cuando $k = 1$. El caso en el cual el acceso es imperfecto, es decir $k < 1$, se realizará en futuras investigaciones.

Para modelar la salida de capitales nos basaremos en el documento de Calvo, Izquierdo y Mejía (2008), que investiga las *systemic sudden stops*, de acuerdo a este documento una *sudden stop* se caracteriza por tener largas e inesperadas salida de capitales al exterior. Basandonos en esta idea, las simulaciones se realizarán del periodo cero al 5, de este modo el *shock* será inesperado para los agentes. Además, el mismo trabajo comenta que las salidas de capitales coinciden con incrementos en los *spreads*, por ello la segunda simulación incluirea dos *shocks* en simultáneo: un aumento de R^d y un aumento en la media de ω desde periodo 0 hasta el 5. Por último, se realizará una tercera simulación donde se modelará un aumento en la tasa de interés de la FED, lo cual se asumirá que tiene un impacto positivo sobre R^d , R^c y la media de ω . Cabe recalcar que en las tres simulaciones que se mostrarán a continuación los *shocks* son determinísticos, por ello los agentes saben cuándo acaba el *shock*.

Para fines computacionales simplificaremos los infinitos valores entre $[-\infty, 1]$ que puede tomar ω a solo dos: $\omega_1 < 0$ y $\omega_2 > 0$, con probabilidad π y $1 - \pi$, respectivamente. Además supondremos que la realización ω_1 genera un superávit de reservas y ω_2 un déficit de reservas. Adicionalmente supondremos que la restricción de desigualdad del capital es activa, por ende $w_d = \kappa$.

Luego, reemplazando la restricción, $w_c = 1 + \kappa - w_b$, en la función objetivo el problema de portafolio toma la siguiente forma:

$$\max_{w_b} \pi f(w_b, w_1) + (1 - \pi)P(w_b)f(w_b, w_2)$$

$$P \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \leq \frac{(1 + \kappa - w_b)(1 - \gamma^b) + \rho\kappa\gamma^b}{\kappa(1 - \gamma^b) + \rho\kappa\gamma^b} = g(w_b) \\ 0 & \text{si } \omega > \frac{(1 + \kappa - w_b)(1 - \gamma^b) + \rho\kappa\gamma^b}{\kappa(1 - \gamma^b) + \rho\kappa\gamma^b} = g(w_b) \end{cases}$$

Donde:

$$f(w_b, \omega) = [R^B w_b + R^C(1 + \kappa - w_b) - R^D \kappa - R^X(w_b, w_1)]^{1-\gamma}$$

1. Calibración

Se asumen los siguientes valores para los parámetros del modelo:

Tabla 2. Calibración de parámetros

κ	10	r^a	0,03
β	0,96	r^p	0-
γ	2,5	ψ	0,04
δ	0	π	0,5
ρ	0,05	ω_1	-0,15
$\frac{1}{\epsilon}$	1/1,18	ω_2	0,15
θ	1	ξ	0,5
R^D	1,0079	k (Acceso imperfecto)	--
k (Perfecto acceso)	1		

Fuente: Elaboración propia 2015.

Además, como Bigio y Bianchi (2014), se asume que el retorno de las reservas toma el valor de 1, por ende hay estabilidad de precios.

2. Perfecto acceso al mercado internacional de reservas

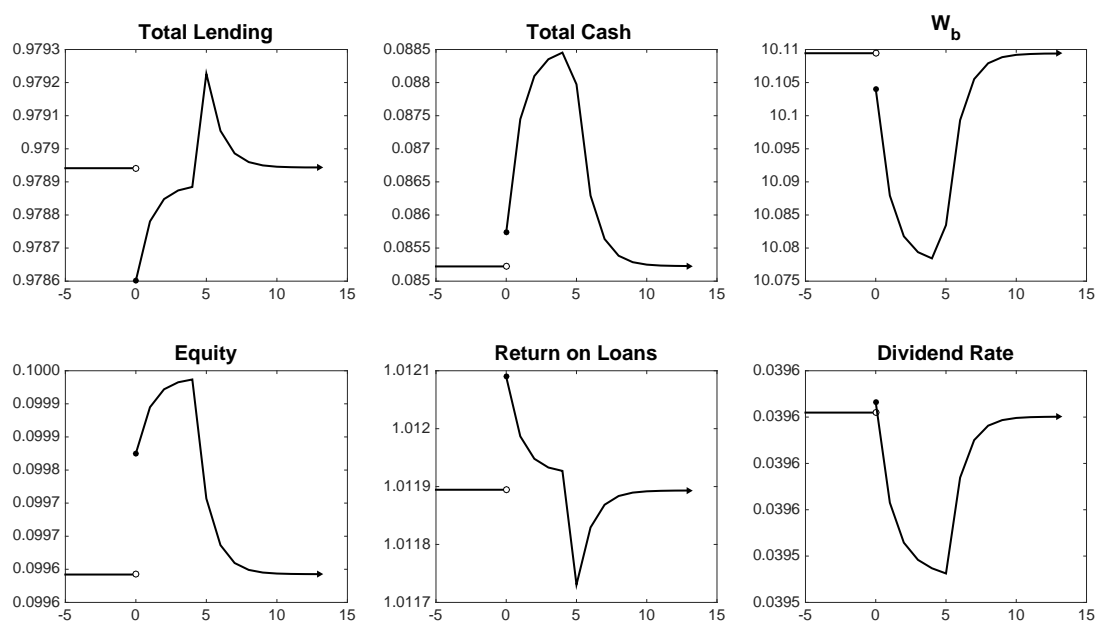
Primero estudiaremos una salida de capitales en un contexto de perfecto acceso al mercado internacional de reservas. Nótese que cuando $k = 1$, la probabilidad de encontrar un préstamo *overnight* es $\gamma^b = \gamma^- + (1 - \gamma^-)k = 1$ y por ende $g(w_b) = 1$ lo cual implica que $P = 1$ independientemente del valor de ω . Luego el problema de portafolio toma la siguiente forma:

$$\max_{w_b} \pi f(w_b, w_1) + (1 - \pi) f(w_b, w_2)$$

Nótese que en este caso la falta de prestamista de última instancia en una ETD no repercute sobre el banco comercial dado que es reemplazado por el perfecto acceso al mercado internacional de reservas. En este caso, la tasa de interés pasiva del mercado internacional de reservas funciona como la tasa de interés de exceso de reservas que suele imponer un banco central y la tasa de interés activa toma el rol de la tasa de interés de descuento.

La primera simulación consiste en un cambio no anticipado en la media de ω , pasando de ser cero a ser positiva. La media de ω en esta versión del modelo es $E(\omega) = \pi\omega_1 + (1 - \pi)\omega_2$, esta es cero inicialmente dado que $\pi = 0,5$ y $\omega_1 = -\omega_2$, para que esta sea positiva se asumirá que π , la probabilidad de estar en el estado de superávit de reservas, pasa de 0,5 a 0,49. Como se mencionó anteriormente, el *shock* es no esperado y dura del periodo cero hasta el quinto periodo.

Gráfico 4. Dinámica ante un aumento en el promedio de retiros



Fuente: Elaboración propia 2015

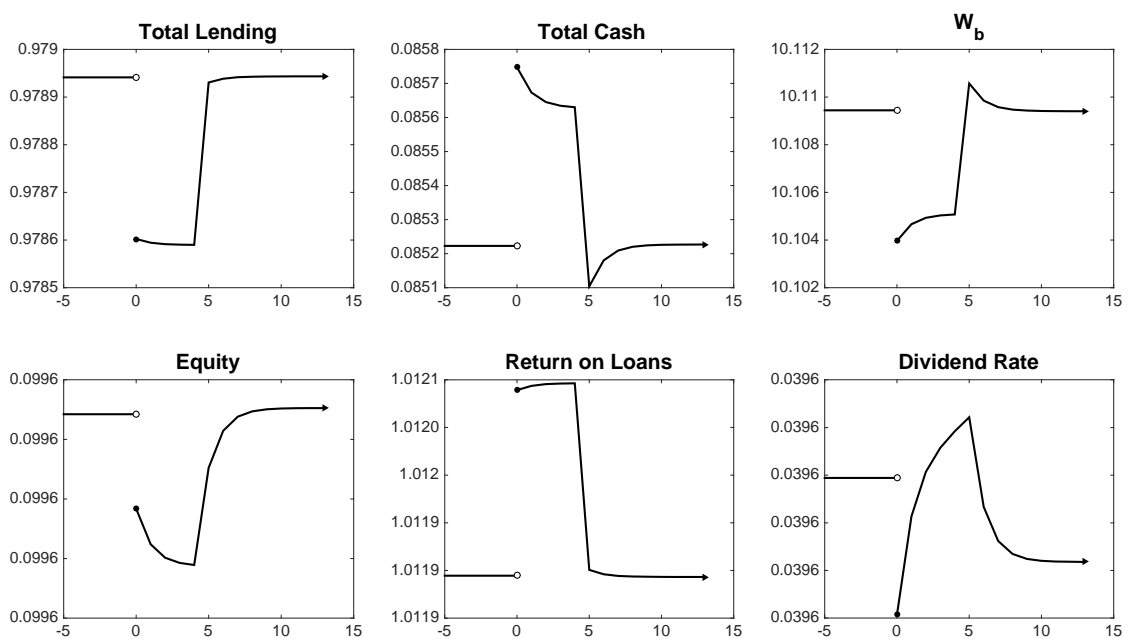
El aumento en la media de los retiros aumenta el costo por falta de liquidez, por ende para reducir este costo el banco incrementa su posición en reservas, reduciendo su posición en préstamos. Dado que se asume que en todo instante hay estabilidad de precios en la ETD, la FED provee las reservas necesarias para que el retorno de reservas se mantenga constante. Como los bancos sustituyen reservas por préstamos, la oferta de préstamos cae, lo cual incrementa el retorno de los préstamos y reduce la cantidad de préstamos agregada, además los bancos sustituyen dividendos por reservas, lo cual genera una caída en la cantidad de dividendos.

El aumento inicial de los retornos de préstamos y que los bancos sepan con certeza que el *shock* acabará en el periodo 5 inducen a que los créditos aumenten a partir del periodo 1. Ello y el aumento progresivo de las reservas generan que los dividendos caigan durante todo el tiempo que se mantiene el *shock*. El aumento en los retornos de los préstamos genera un aumento en el

patrimonio, pero a medida que la tasa cae debido al aumento en la oferta de préstamos el patrimonio cae.

Como se mencionó previamente, las salidas de capitales se encuentran relacionadas con aumentos en los *spreads*. En el modelo visto previamente el retorno de los depósitos R^D , es exógeno, por ello la siguiente la simulación muestra la dinámica del modelo cuando pasa de 0,5 a 0,49 y R^D de 1,0079 a 1,0081.

Gráfico 5. Dinámica ante un aumento en el promedio de retiros y el retorno de depósitos



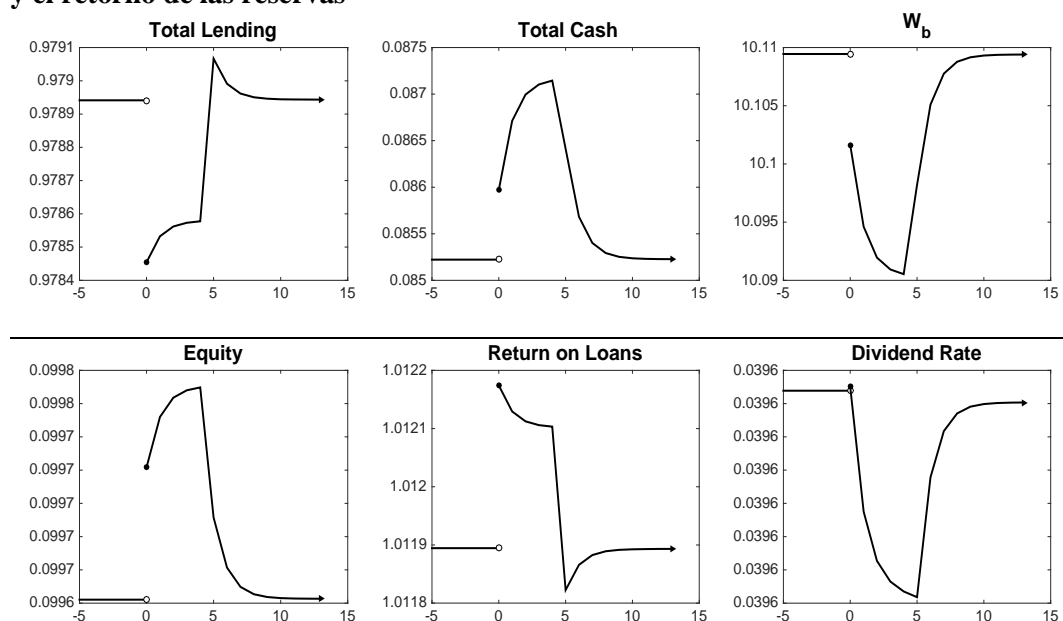
Fuente: Elaboración propia 2015.

Así como en el caso anterior, el aumento en la media de los retiros genera un aumento en el costo de liquidez, lo cual reduce el peso que tienen los préstamos en el portafolio y por lo tanto aumentan el peso que tiene las reservas en el portafolio, e igual que en el anterior caso la FED emite reservas para mantener el retorno de las reservas constantes. La reducción en la oferta de préstamos genera un aumento en sus retornos. A diferencia del anterior caso donde vimos que luego del incremento de los retornos aumentaban los préstamos y se reducían sus retornos, en este caso los préstamos se mantienen bajos así como los retornos altos por casi todo el periodo de *shock*. Ello se da por el aumento en el costo de los depósitos. Para ofrecer préstamos en el *lending stage* el banco emite depósitos, por ende el banco comercial, teniendo conocimiento que el aumento en los costos de depósitos es transitorio, prefiere mantener la cantidad de préstamos baja durante los periodos de *shock*. A su vez notamos que las reservas aumentan inicialmente y

luego caen debido al aumento en el precio de los depósitos. El aumento en el costo de los depósitos y los incentivos a tener reservas para disminuir el costo de liquidez generan una reducción en los dividendos. Por otro lado, la reducción de los préstamos durante todo el periodo de *shock* y la reducción de las reservas a partir del primer periodo son mayores a la caída en los depósitos, la caída del costo de liquidez y el aumento de los dividendos a partir del primer periodo, por ello el patrimonio cae durante el *shock*.

A continuación simularemos una salida de capitales generada por un aumento de la tasa de interés de referencia de la FED. Un aumento de la tasa de interés de referencia en la economía estadounidense genera un aumento de la tasa de interés de depósitos en los bancos de Estados Unidos y, dado que las reservas de los bancos comerciales de la ETD están en manera de depósito en estos bancos, las reservas se encarecen, es decir aumenta R^C . El aumento de las tasas de Estados Unidos genera un influjo de capitales en la economía estadounidense y una salida de capitales de la ETD. Por ello se simulará el cambio en π de 0,5 a 0,49 y el cambio en R^C de 1 a 1,0001. Como se mencionó anteriormente, las salidas de capitales están relacionadas a aumentos de los *spreads*, por ende, en esta simulación R^D pasará de 1,0079 a 1,0081. El aumento en los retornos de depósitos en Estados Unidos genera, con el fin de evitar arbitraje, que R^D aumente. Además R^D aumenta a causa del aumento en los *spreads*. Estas dos razones generan que el cambio en R^D sea mayor al cambio en R^C .

Gráfico 6. Dinámica ante un aumento de la media de los retiros, el retorno de los depósitos y el retorno de las reservas



Fuente: Elaboración propia 2015

Como en los casos previos, el aumento en la media de los retiros aumenta el costo de liquidez incentivando un aumento en el peso de las reservas en el portafolio y, por ello, también una caída en el peso de los préstamos en el portafolio. Este efecto se ve reforzado por el aumento en los retornos de las reservas, el cual incentiva a tener más reservas y por sustitución menos préstamos. La caída en los préstamos se ve reforzada por el aumento en el costo de los depósitos, esta caída genera una contracción en la oferta de préstamos y por ende un aumento en su retorno y una caída en los préstamos agregados. Dado que durante el periodo de *shock* las reservas aumentan, los préstamos se recuperan de su caída inicial, y el costo de obtener depósitos ha aumentado, cayendo los dividendos durante el periodo de *shock*. Por último, los efectos vistos previamente generan que el patrimonio aumente durante el periodo en el cual la economía está influenciada por los *shocks*.

Capítulo V. Análisis teórico: Prima por liquidez

Escribamos el problema de portafolio del banco incorporando la restricciones en la función objetivo y definiendo E_{ω}^* como $E_{\omega}^*[(R^E)^{1-\gamma}] = E[P(R^E)^{1-\gamma}] = \int_{-\infty}^{g(w_c, w_d)} (R^E)^{1-\gamma}$

$$\max_{w_c \in [0, 1+w_d], w_d \in [0, \kappa]} (E_{\omega}^*[R^B - (R^B - R^C)w_c + (R^B - R^D)w_d - R^X(w_d, w_c)]^{1-\gamma})^{1/1-\gamma}$$

De esta forma, la función de utilidad se puede interpretar de la siguiente forma: Si los bancos no mantienen reservas ni emiten depósitos obtienen un retorno del patrimonio de R^B . La emisión de depósitos provee un arbitraje directo de $R^B - R^D$ pero aumenta el costo de liquidez $R^X(w_d, w_c)$. Sin embargo, el costo de liquidez puede ser reducido aumentando la cantidad de reservas, no obstante se pierde el costo de oportunidad del uso de reservas, la emisión de préstamos, medido por $R^B - R^C$.

Derivando con respecto a w_c y w_d se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$w_c: R^B - R^C = -\frac{E_w^*[(R^E)^{-\gamma} R_{w_c}^X]}{E_w^*(R^E)^{-\gamma}} + \frac{(R^E)^{1-\gamma}|_{\omega=g(w_c, w_d)}}{(1-\gamma)E_w^*(R^E)^{-\gamma}} g(w_d, w_c)_{w_c}$$

$$w_d: R^B - R^D = \frac{E_w^*[(R^E)^{-\gamma} R_{w_d}^X] + \mu}{E_w^*(R^E)^{-\gamma}} + \frac{(R^E)^{1-\gamma}|_{\omega=g(w_c, w_d)}}{(1-\gamma)E_w^*(R^E)^{-\gamma}} g(w_d, w_c)_{w_d}$$

Donde μ es el multiplicador asociado al requerimiento de capital. Realizando unos arreglos sobre la condición de primer orden de w_c obtenemos el siguiente resultado:

$$R^B - R^C = -E_w^*(R_{w_c}^X) - \frac{Cov_w^*[(R^E)^{-\gamma} R_{w_c}^X]}{E_w^*(R^E)^{-\gamma}} + \frac{(R^E)^{1-\gamma}|_{\omega=g(w_c, w_d)}}{(1-\gamma)E_w^*(R^E)^{-\gamma}} g(w_d, w_c)_{w_c}$$

El lado izquierdo de la ecuación se interpreta como la prima por liquidez. El lado derecho consiste en el beneficio adicional de aumentar las reservas: $-E_w^*(R_{w_c}^X)$, ajustado por la prima de riesgo de liquidez y el aumento en la probabilidad de no quebrar. La prima por riesgo de liquidez será positiva cuando la caída en el costo de liquidez y el retorno del patrimonio muestren una covarianza negativa, lo cual disminuye la prima por liquidez, por el contrario, si la

covarianza es positiva la prima por liquidez aumentará. Por otro lado, cuando $\gamma < 1$ la reducción en la probabilidad de quebrar es un beneficio para el banco, por lo tanto aumentar las reservas genera un incremento en $g(w_c, w_d)$, lo cual reduce la cantidad de estados de la economía donde el banco quiebra y por ello aumenta la prima por liquidez.

Realizando unos arreglos sobre la condición de primer orden de w_d obtenemos el siguiente resultado:

$$R^B - R^D \geq E_w^*(R_{w_d}^\chi) + \frac{Cov_w^*[(R^E)^{-\gamma} R_{w_d}^\chi]}{E_w^*(R^E)^{-\gamma}} + \frac{(R^E)^{1-\gamma} |_{\omega=g(w_c, w_d)}}{(1-\gamma)E_w^*(R^E)^{-\gamma}} g((w_d, w_c)_{w_d})$$

Esta ecuación cumple con igualdad si $w_d < \kappa$. La expresión muestra que $R^B - R^D$ es igual al incremento en el costo de liquidez ajustado por la prima por riesgo de liquidez y el aumento en la probabilidad de quebrar.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

El documento presenta un modelo que se enfoca en el manejo de liquidez por parte de los bancos comerciales en una ETD. Dado que no existe prestamista de última instancia, el banco tiene la posibilidad de quebrar; en estos casos encontramos que el banco puede tener una cantidad de reservas igual a la de sus depósitos, y por lo tanto prestar solo su patrimonio, es decir realizar *narrow banking*. Ello ocurre para un rango de tasas de interés en el cual de no existir la posibilidad de quebrar las reservas estarían entre 0% y 25% de la cantidad de depósitos. El resultado previo se da cuando el coeficiente de aversión al riesgo es menor a 1; cuando este es mayor a 1, encontramos que existen fuertes incentivos a maximizar la probabilidad de quiebra no teniendo reservas, sin embargo, dado que no hay certeza en la quiebra, retornos muy altos de reservas pueden generar que estas se emitan.

Las simulaciones buscan modelar el efecto de una salida de capitales sobre indicadores bancarios. Se trabajan tres posibles salidas de capitales, una en donde solo la media de los retiros se vuelva positiva, otra donde ello ocurre y además aumenta la tasa de interés de los depósitos, y la última donde los dos eventos anteriores ocurren y además aumenta el retorno de las reservas. En las tres encontramos que las reservas aumentan y los préstamos caen, sin embargo la evolución de estos durante el periodo de *shock* varía. En particular se encuentra que en el segundo caso los préstamos no aumentan, así como sus retornos no caen durante el periodo de *shock*, mientras que en los otros dos sí. Los efectos sobre el patrimonio y dividendos varían de acuerdo a la especificación.

Recomendaciones

Como agenda de investigación, en futuros trabajos se estudiará el resultado del problema de portafolio bajo distintas distribuciones de retiros y cambios en la varianza de ellos; además se encontrará el estado estacionario cuando no hay perfecto acceso al mercado internacional de reservas. En relación con las simulaciones, se realizarán las tres simulaciones presentadas previamente, permitiendo infinitos estados de la economía; además se realizarán las tres simulaciones vistas previamente para el caso donde no hay perfecto acceso al mercado internacional de reservas. Por último, se estudiarán *shocks* estocásticos y posibles medidas de la autoridad monetaria para mejorar el bienestar.

A pesar de que el estado estacionario no se ha encontrado en el modelo presentado, el resultado de portafolio sugiere que una economía que carece de un prestamista de última instancia experimenta una mayor demanda de reservas por parte de los bancos comerciales, lo cual repercute en una menor oferta de préstamos y mayor tasa de interés crediticia. Tomando en cuenta los múltiples beneficios que trae el acceso al crédito para los individuos y empresas en una sociedad, se sugiere que los hacedores de política consideren el posible efecto negativo sobre los créditos que traería el perder la moneda oficial de una economía. Por otro lado, el resultado del problema de portafolio sugiere que el efecto negativo sobre el crédito se puede reducir mediante un mayor acceso al mercado internacional de reservas por parte de los bancos comerciales. En esta línea, realizar políticas que integren el mercado financiero local al mercado internacional es de vital importancia en economías totalmente dolarizadas o eurorizadas.

Además es importante que los hacedores de política consideren los beneficios de tener empresas con subsidiarías en el extranjero, dado que estas posiblemente tengan un mayor crédito por parte del banco matriz, lo cual en el modelo planteado se interpreta como un mayor acceso al mercado internacional de reservas.

Bibliografía

- Afonso, G. y Lagos, R. (2012). “Trade Dynamics in the Market for Federal Funds”. *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports* (549).
- Bagehot, W. (1873). *Lombard Street: A Description of the Money Market*. Gran Bretaña: Johnstone, E.; Hartley Withers, eds.
- Beckerman, P. y Solimano, A. (2002). *Crisis and Dollarization in Ecuador*. Washington D.C.: The World Bank.
- Bigio, S. y Bianchi, J. (2014). *Banks, Liquidity Management and Monetary Policy* (20490).
- Brzoza-Brzezina, M.; Kolasa, M.; y Makarski, K. (2015). “Monetary and macroprudential policy with foreign currency loans”. *Working Paper Series* (1783).
- Calvo, G. A.; Izquierdo, A.; y Mejía, L. F. (2008). “Systemic Sudden Stops: The Relevance of Balance-Sheet Effects and Financial Integration”. *Inter-American Development Bank, Research Department*.
- Calvo, G. A. (2001). “Capital Markets and the Exchange Rate, with Special Reference to the Dollarization Debate in Latin America”. *Journal of Money, Credit and Banking*.
- Calvo, G. A. (1998). “Capital Flows and Capital-Market Crises: The Simple Economics of Sudden Stops”. *Journal of Applied Economics* 1 (1), 35-54.
- Calvo-Gonzalez, O.; Basso, H. S.; y Jurgilas, M. (2007). “Financial Dollarization: The Role of Banks and Interest Rates”. *European Central Bank Working Paper Series* (748).
- Chang, R. y Velasco, A. (1999). “Liquidity Crises in Emerging Markets: Theory and Policy”. *FRB Atlanta Working Paper* (99-15).
- Fabris, N.; Vukajlović-Grba, D.; Radunović, T.; y Janković, J. (2004). “Economic Policy in Dollarized Economies with a special review of Montenegro”. *The Central Bank of Montenegro*.
- Ize, A.; Kiguel, M. A.; y Levy Yeyati, E. (2005). “Managing Systemic Liquidity Risk in Financially Dollarized Economy”. *IMF Working Paper*.
- Ize, A., & Levy Yeyati, E. (2001). Financial Dollarization. *Journal of International Economics* (59), 323-347.
- Moreno-Villalaz, J. (1999). “Lessons from the Monetary Experience of Panama: A Dollar Economy with Financial Integration”. *Cato Journal* 18 (3), 421-439.
- Quispe-Agnoli, M. (2002). “Costs and Benefits of Dollarization”. Paper prepared for the conference “Dollarization and Latin America: Quick Cure or Bad Medicine?”. *Latin American and Caribbean Center*.

- Quispe-Agnoli, M. y Whisler, E. (2006). "Official Dollarization and the Banking System in Ecuador and El Salvador". *Atlanta Economic Review*. 91 (3), 55-71.
- Terrores, M. y Catao, L. (2000). "Determinants of Dollarization: The Banking Side". *IMF Working Paper* (00/146).

Anexos

Anexo 1. Derivación de la propiedad de separación de portafolio

A continuación se detallan los pasos para llegar a la siguiente representación:

$$v(X) = \max_{\{div\}} U(div) + \beta E[v(\hat{X}/X)] \Omega^{1-\gamma} (1 - div)^{1-\gamma}$$

Donde Ω es el resultado del siguiente problema:

$$\max_{\{w_c, w_b, w_d\}} (E_\omega P[R^B w_b + R^c w_c - R^d w_d - R^\chi(w_d, w_c)]^{1-\gamma})^{1/1-\gamma}$$

$$P \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \leq \frac{w_c(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b}{w_d(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b} = g(w_c, w_d) \\ 0 & \text{si } \omega > \frac{w_c(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b}{w_d(1-\gamma^b) + \rho w_d \gamma^b} = g(w_c, w_d) \end{cases}$$

Donde $R^c = \frac{p}{1-div}$, $R^B = \frac{q\delta+1-\delta}{q}$, $R^\chi = \chi((\rho + \omega(1-\rho))w_d - w_c)$, $w_c = \frac{p\tilde{c}}{1-div}$,

$$w_b = \frac{q\tilde{b}}{1-div}, w_d = \frac{\tilde{d}}{(1-div)R^d}$$

De la representación:

$$v(X) = \max_{\{\tilde{c}, \tilde{b}, \tilde{d}, div\}} U(div) + P\beta E[v(\hat{X}/X)] E_\omega(\acute{e})^{1-\gamma}$$

$$1 = q\tilde{b} + p\tilde{c} + div - \frac{\tilde{d}}{R^D}$$

$$\acute{e} = (\delta q + 1 - \delta)\tilde{b} + p\tilde{c} - \tilde{d} - \chi\left(\frac{(\rho + \omega(1-\rho))\tilde{d}}{R^D} - p\tilde{c}\right)$$

$$\frac{\tilde{d}}{R^D} \leq \kappa(q\tilde{b} + p\tilde{c} - \frac{\tilde{d}}{R^D})$$

Donde $[\tilde{C}, \tilde{B}, \tilde{D}, DIV] = [\tilde{c}, \tilde{b}, \tilde{d}, div]E$ y $\frac{E'}{E} = \acute{e}$

De la primera restricción restamos a ambos lados $1 - div = q\tilde{b} + p\tilde{c} - \frac{\tilde{d}}{R^D}$, luego se divide entre $1 - div$ a ambos lados y usando las definiciones de w_d, w_c, w_b mostradas previamente se llega al resultado.

Luego reemplazamos la segunda ecuación $\acute{e} = (\delta q + 1 - \delta)\tilde{b} + p\tilde{c} - \tilde{d} - \chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{d}}{R^D} - p\tilde{c}\right)$ en la función objetivo. Luego dividimos y multiplicamos q a \tilde{b} , p a \tilde{c} y R^D a \tilde{d} .

Tomando en cuenta las definiciones de R^B , R^C y R^D la restricción toma la siguiente forma:

$$\acute{e} = R^B q \tilde{b} + R^C p \tilde{c} - \frac{R^D \tilde{d}}{R^D} - \chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{d}}{R^D} - p\tilde{c}\right)$$

Dividiendo y multiplicando $(\acute{e})^{1-\gamma}$ por $(1 - div)$ y considerando la definición de w_d, w_c, w_b

$$\acute{e}^{1-\gamma}(1 - div)^{1-\gamma} = R^B w_b + R^C w_c - R^D w_d - \frac{\chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{d}}{R^D} - p\tilde{c}\right)}{1 - div}$$

Tome en cuenta que el costo de liquidez es lineal en el déficit de encaje, por ende:

$$\frac{\chi\left(\frac{(\rho + \omega(1 - \rho))\tilde{d}}{R^D} - p\tilde{c}\right)}{1 - div} = \chi\left((\rho + \omega(1 - \rho))w_d - w_c\right)$$

Para transformar la restricción de capital basta con dividir a ambos lados por $1 - div$. Por último, para transformar a P basta con dividir al denominador y numerador por $1 - div$.

Nota biográfica

Adrian Guillermo Armas Braithwaite

Nació en Lima el 30 de septiembre de 1990. Es Bachiller y Magíster en Economía por la Universidad del Pacífico.

Cuenta con 3 años de experiencia en investigación y 5 años de experiencia docente, desempeñándose como jefe de prácticas en el Departamento Académico de Economía y Escuela de Postgrado de la Universidad del Pacífico. Actualmente trabaja como asistente de investigación externo de Ph.D Oswaldo Molina, profesor a tiempo completo de la Escuela de Postgrado de la Universidad del Pacífico.