



**“SUPERCICLOS DE COMMODITIES: CADENAS DE MARKOV  
PARA EXPLICAR CAMBIOS DE RÉGIMEN Y SU IMPORTANCIA  
PREDICTIVA”**

**Trabajo de Investigación presentado  
para optar al Grado Académico de  
Magíster en Economía**

**Presentado por**

**Sr. Juan de Dios Cárdenas Antón**

**Asesor: Profesor Diego Winkelried Quezada**

**2016**

El presente trabajo está dedicado a todas las personas que me han acompañado en los últimos seis años de vida.

Agradezco principalmente a Rosario, Victor Hugo, Llerme y Mercedes por su aliento diario. Asimismo, agradezco al profesor Diego Winkelried, por su apoyo constante en la elaboración de este documento.

## Resumen ejecutivo

Los modelos Markov-Switching han sido utilizados como una alternativa no lineal en el estudio de las series de tiempo, donde los principales estudios se han dado sobre los tipos de cambio y las tasas de interés. En el desarrollo de estos se ha encontrado la existencia de patrones *long swing*, que representan ciclos o períodos de gran duración, sea de expansión o contracción.

Este concepto ha sido tratado, de manera bastante similar, en el estudio de *commodities*. Los modelos lineales que se han encargado del estudio de estas series de tiempo han denominado comúnmente a los ciclos de *commodities* como superciclos. Estos superciclos consisten en ciclos con largos períodos de expansión y contracción de precios, que juntos podrían durar entre 20 y 70 años (Erten y Ocampo 2013).

La data existente señala que existe una correlación negativa entre el dólar y los precios de los *commodities*. Esta correlación puede ser vista desde el lado de la demanda, donde una apreciación del dólar encarece los precios de los *commodities*, presionándolos a la baja. Asimismo, puede ser visto desde el lado de valor de refugio, donde frente a situaciones de estrés global, los *commodities*, como el oro, suelen apreciarse frente a monedas que se deprecian.

El objetivo del documento es enlazar los tres hechos mencionados previamente. Los modelos Markov-Switching han concluido que existen *long swings* a lo largo del tiempo sobre los tipos de cambio del dólar frente a otras monedas. Así, dada la correlación negativa entre el dólar y los precios de los *commodities*, se espera poder aplicar el mismo método.

La aplicación de estos modelos sobre los *commodities* buscará comprobar la existencia de *long swings* en la historia de los mismos, lo cual ratificaría la existencia de los superciclos que han sido estudiados a través de los procesos lineales. Asimismo, buscará comparar el poder predictivo de los modelos propuestos, con los modelos lineales utilizados por la literatura.

El trabajo estará estructurado de la siguiente manera: el capítulo II hace una revisión de la literatura relacionada a modelos de Markov-Switching y sus aplicaciones, luego, en el capítulo III, se hace una breve introducción de los modelos y las pruebas de hipótesis a utilizar. En el capítulo IV, se brindan los resultados empíricos sobre los *commodities*. Posteriormente, los capítulos V y VI realizan pruebas sobre el buen ajuste de los modelos y *tests* para comprobar

*long swings*, respectivamente. El capítulo VII presentará el poder predictivo de los modelos y lo comparará con el de los modelos lineales, y el capítulo VIII buscará hacer un análisis más exhaustivo para índices agregados de *commodities*. Finalmente, se mostrarán las conclusiones del estudio.

## Índice de contenidos

|                                                                  |      |
|------------------------------------------------------------------|------|
| Índice de tablas.....                                            | vii  |
| Índice de gráficos .....                                         | viii |
| Capítulo I. Introducción y motivación .....                      | 1    |
| Capítulo II. Revisión de literatura.....                         | 5    |
| Capítulo III. Metodología y modelo .....                         | 8    |
| 1. Proceso de estimación.....                                    | 11   |
| 2. Pruebas de hipótesis.....                                     | 13   |
| Capítulo IV. Aplicación del modelo en <i>commodities</i> .....   | 14   |
| Capítulo V. Pruebas de buen ajuste ( <i>Good Fit</i> ) .....     | 31   |
| 1. <i>Regime Classification Measure</i> (RCM) .....              | 31   |
| 2. <i>Smoothed Probability Indicator</i> (SPI).....              | 32   |
| 3. Criterios de información: Akaike (AIC) y Bayesian (BIC) ..... | 32   |
| Capítulo VI. Pruebas de hipótesis.....                           | 37   |
| Capítulo VII. Predicción del modelo .....                        | 42   |
| Capítulo VIII. Índices agregados.....                            | 45   |
| Conclusiones .....                                               | 53   |
| Bibliografía .....                                               | 57   |

## Índice de tablas

|           |                                                            |    |
|-----------|------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1.  | Clasificación de <i>commodities</i> bajo estudio .....     | 14 |
| Tabla 2.  | Resultados de estimaciones – medias .....                  | 16 |
| Tabla 3.  | Resultados de estimaciones – varianza .....                | 19 |
| Tabla 4.  | Resultados de estimaciones – persistencia .....            | 24 |
| Tabla 5.  | Pruebas de <i>Good Fit</i> - RCM y SPI.....                | 33 |
| Tabla 6.  | Criterios de información .....                             | 35 |
| Tabla 7.  | Pruebas de Wald.....                                       | 39 |
| Tabla 8.  | Predicción de modelos – ECM .....                          | 43 |
| Tabla 9.  | Resultados índices agregados – medias .....                | 45 |
| Tabla 10. | Resultados índices agregados – varianzas.....              | 46 |
| Tabla 11. | Resultados índices agregados – persistencia .....          | 47 |
| Tabla 12. | Prueba de Wald en probabilidades.....                      | 48 |
| Tabla 13. | Resultados índices agregados - duración (meses) .....      | 48 |
| Tabla 14. | Resultados índices agregados - pruebas de buen ajuste..... | 50 |
| Tabla 15. | Predicción de modelos - índices agregados.....             | 51 |

## Índice de gráficos

|             |                                                         |    |
|-------------|---------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1.  | Evolución cobre, oro y tipo de cambio euro – dólar..... | 3  |
| Gráfico 2.  | Definición de estados .....                             | 10 |
| Gráfico 3.  | Restricción en varianza y media .....                   | 11 |
| Gráfico 4.  | Restricción de dos estados con varianza asociada.....   | 11 |
| Gráfico 5.  | Duraciones Modelo 1 (regímenes de medias) .....         | 28 |
| Gráfico 6.  | Duraciones Modelo 2 (regímenes de medias) .....         | 29 |
| Gráfico 7.  | Duraciones Modelo 3 (regímenes de varianzas) .....      | 30 |
| Gráfico 8.  | Índice bebidas - probabilidades de estado 1.....        | 49 |
| Gráfico 9.  | Índice industriales - probabilidades de estado 1.....   | 50 |
| Gráfico 10. | Índice agrícolas - probabilidades de estado 1.....      | 51 |
| Gráfico 11. | Índice metales - probabilidades de estado 1.....        | 52 |



## Capítulo I. Introducción y motivación

El estudio de los ciclos económicos se ha dado, durante gran tiempo, a través de modelos lineales. Dentro de ellos, están los trabajos de Nelson y Plosser (1982) y Harvey (1985), quienes utilizaron los procesos ARIMA con la finalidad de mostrar una tendencia alrededor de un ciclo de largo plazo. Asimismo, King, Plosser y Watson (1991), basándose en las ideas iniciales de cointegración (Engle 1987), realizaron un análisis similar de las series de tiempo en economía, intentando identificar los componentes que determinan los ciclos.

El estudio de Hamilton (1989) marcó una pauta importante en el estudio de ciclos económicos al proponer un análisis a través de modelos no lineales. El modelo propuesto, Markov-Switching (M-S en adelante), se caracterizó por ser capaz de modelar quiebres en media y/o varianza dentro de la historia. Dentro de la serie, se busca incorporar dos o más procesos generadores de datos que vayan alternando unos con otros a lo largo de la historia, formando, así, los distintos regímenes o estados de la serie. La forma en como alternan estos regímenes, o transición entre los estados, se da a través de cadenas de Markov.

Desde entonces, distintos autores han utilizado este modelo como base para poder aplicarlo en distintas series. Dentro de las aplicaciones más resaltantes, se encuentran los estudios sobre ciclos en las tasas de interés y tipo de cambio, entre otros.

Inicialmente, el estudio sobre estos ciclos se centró en las tasas de interés con Evans y Lewis (1995), Lewis (1991), Sola y Driffill (1994), García y Perron (1996), Ang y Bekaert (2002), entre otros. Luego, tomando en cuenta los estudios sobre tasas de interés, el nuevo campo de estudio se enfocó en las monedas y los ciclos en el tipo de cambio. Los trabajos de Engel y Hamilton (1990), Engel (1994), Bollen, Gray y Whaley (2000), Marsh (2000), y Dewachter (2001) comprobaron que los tipos de cambio del dólar contra distintas monedas de la zona euro, libra esterlina y yen japonés podían ser explicados a través de estos modelos.

Adicionalmente, utilizaron estos resultados para sustentar la teoría de la existencia de patrones similares a *long swings* en los tipos de cambio. Estos *long swings* representan ciclos de larga duración y elevada persistencia, que pueden ser vistos como superciclos.

Dentro del estudio de ciclos económicos, la idea de superciclos ha estado presente para poder caracterizar a aquellos ciclos de extensa duración. Esta idea ha sido aplicada particularmente a

*commodities* (Cuddington & Jerrett 2008a; Erten & Ocampo 2013). Se ha indicado que los precios de estos muestran largas fluctuaciones impulsadas, principalmente, por fenómenos de demanda asociados al surgimiento de grandes economías industrializadas y que pueden durar décadas. En la historia moderna, se han podido ver fases expansivas en los precios de los *commodities*. Los ejemplos más claros han ocurrido durante la industrialización de América en el siglo XIX, la reconstrucción de Europa y Japón a mediados del siglo XX y el crecimiento económico de China desde finales del siglo XX.

Los trabajos de Cuddington y Jerrett (2008a) y Erten y Ocampo (2013) sugirieron que los superciclos en los precios de *commodities* primarios están asociados a un componente de series de tiempo, no observable, que dura desde 20 hasta 70 años (en estos, las fases ascendentes podrían durar de 10 a 35 años). Dado que los tamaños de muestras sobre los precios de los *commodities* no van más allá de algunos siglos, las pruebas de raíz unitaria podrían confundir fácilmente un ciclo de larga duración, pero estacionario, con una raíz unitaria (Harvey *et al.* 2010).

La literatura actual menciona la correlación negativa entre el dólar y los *commodities*. Los trabajos de Ridler y Yandle (1972), Côté (1987), Gilbert (1989) y Rezitis (2015) han podido comprobar esta relación a través de distintos métodos. Esta correlación se puede ver a través de dos caminos: (i) los precios internacionales de *commodities* están expresados en dólares, por lo cual un encarecimiento de un *commodity*, reduce la cantidad de demanda del mismo; y, (ii) en el caso de algunos *commodities*, que sirven como refugio frente al valor del dólar, el efecto se da frente a especulación de los mercados financieros, como es el caso del oro y la plata.

Esta relación se puede notar en el gráfico 1, donde es posible observar la evolución de precios del cobre, oro y el tipo de cambio euro-dólar<sup>1</sup> desde 1990 hasta hoy. En el eje derecho se puede apreciar el tipo de cambio, mientras que en el eje izquierdo se observa el precio del cobre (centavos por libra) y el precio del oro (dólar por onza<sup>2</sup>).

En el gráfico se puede apreciar que existe una correlación positiva entre el tipo de cambio<sup>3</sup> y el precio de los metales. Con relación a los *long swings* en el tipo de cambio y superciclos en los precios de los metales, es posible identificar tres patrones en su historia. En primer lugar, desde 1990 hasta el 2001, es posible ver una fase contractiva en los precios y en el tipo de cambio. Posteriormente, es posible ver, desde el 2002 hasta el 2012, una fase expansiva en el precio de

---

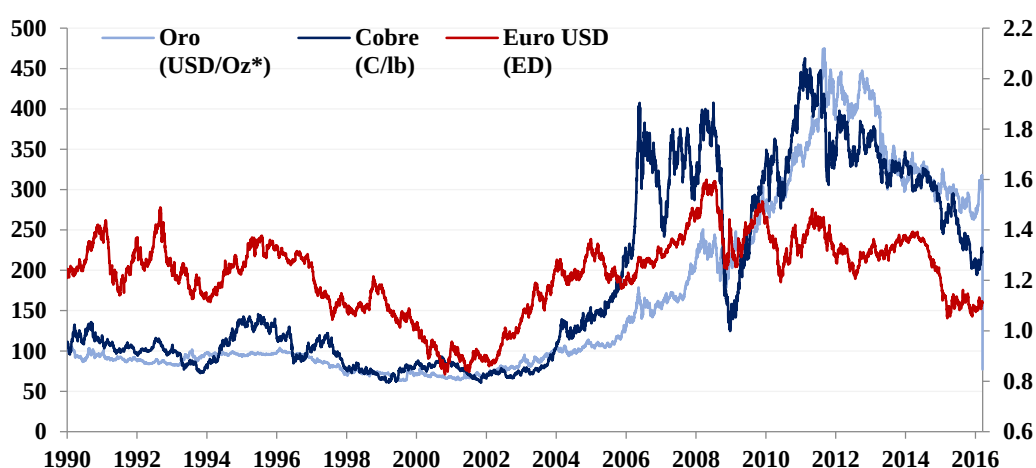
<sup>1</sup> Para los años antes de la creación del euro, Bloomberg forma una canasta de las monedas asociadas.

<sup>2</sup> Se ajusta la data por motivos de escala en el gráfico.

<sup>3</sup> Debido al uso de euro-dólar, una apreciación del dólar implica una caída en el tipo de cambio.

los metales y el tipo de cambio<sup>4</sup>. Esta fase expansiva va acompañada de la historia del *boom* de demanda de minerales por parte de China. Finalmente, a partir del 2012, se está viendo un ciclo contractivo, con precios de los *commodities* disminuyendo y el tipo de cambio regresando a la paridad. Ello se debe, en gran parte, a la recuperación de los Estados Unidos luego de la crisis y del debilitamiento de China.

**Gráfico 1. Evolución cobre, oro y tipo de cambio euro – dólar**



Fuente: Bloomberg (2016). Elaboración Propia.

Los *commodities*, en general, han direccionado en gran magnitud el desarrollo de los países emergentes. Sin embargo, el comportamiento de estos no ha podido ser determinado claramente a través del tiempo, y mucho menos previsto. Por ese motivo, el crecimiento de los países dependientes de *commodities* ha mostrado tendencias volátiles.

Luego del gran *boom* de China, que impulsó fuertemente la demanda por metales, la reducción de demanda, unida a mayor producción de metales, ha llevado a los precios a reducirse en gran magnitud. El impacto en las economías de este ciclo de contracción en los metales se viene dando en dos etapas: (i) hay una reducción en valor de exportaciones, con efecto inmediato, y (ii) la variación de inversión privada para desarrollar nuevos proyectos mineros ha venido cayendo.

El estudio de series de tiempo requiere que existan modelos capaces de explicar y predecir los movimientos de los precios de los *commodities*. La finalidad de ello es que las economías

<sup>4</sup> Se ve la gran caída generada por la crisis del 2008, pero se corrige rápidamente.

expuestas tomen las políticas necesarias para aprovechar los períodos de expansión, y que se preparen para los períodos de contracción de precios. Así, el presente trabajo considera que la existencia de *long swings* en las tasas de interés y en los tipos de cambio debería dar pie a la posibilidad de encontrar una tendencia similar en los precios de *commodities*.

Debido a la relación negativa entre *commodities* y el dólar, se propone usar modelos de cambios de régimen, determinados por cadenas de Markov, que sean capaces de explicar correctamente el movimiento de los precios. Asimismo, la investigación trae a discusión la posibilidad de poder predecir, con un menor margen de error, el movimiento de los precios de los *commodities*.

## Capítulo II. Revisión de literatura

Los modelos de cambio de régimen han sido comúnmente utilizados para poder explicar los ciclos económicos de PBI, Tasas de interés y Tipo de Cambio. El trabajo inicial de Hamilton (1989) procuró dar un marco para modelar las series de PBI. En este, indicó que las tasas de crecimiento de series no estacionarias podrían estar sujetas a cambios discretos en el tiempo, y, si bien estas no podían ser observadas, sí se podían usar herramientas estadísticas para inferir estos cambios. De esta manera, usando el modelo de M-S, encontró que a lo largo del ciclo económico del PBI de Estados Unidos<sup>5</sup>, se podían identificar dos escenarios: (i) escenario de crecimiento (+1.2%) y (ii) escenario de recesión (-0.4%).

Adicionalmente, en el estudio se comparó el M-S con los modelos lineales de Box Jenkins, utilizados por Beveridge y Nelson (1981) y Campbell y Mankiw (1987), con y los modelos de Componentes Inobservables de Harvey y Todd (1983), Clark (1987) y Watson (1986). La premisa inicial parte de conocer por qué en series con claros cambios en régimen (cuyas transiciones se dan a través de Markov), es posible encontrar relaciones lineales autorregresivas. Así, se encuentra que un modelo ARIMA podría describir correctamente una serie que contenga cambios en régimen, lo cual sustentaba los trabajos con los que se comparó. Sin embargo, existe una ganancia adicional al incorporar las probabilidades condicionales del sistema, que podrían cambiar el valor de las predicciones del PBI hasta en 1 punto porcentual.

Posteriormente, Engel y Hamilton (1990) adoptaron la metodología inicial para determinar la existencia de *long swings* en el tipo de cambio del dólar contra el franco francés, el marco alemán y la libra inglesa. Este estudio se caracterizó porque, además de proponer cambios en media, los autores procuraron verificar la existencia de cambios similares en la varianza, y forman, de igual manera, regímenes a lo largo de la historia de estos. De esta manera, su estudio concluyó que es posible encontrar cambios en régimen dentro de la historia de estos tipos de cambio, cada uno de ellos de manera separada<sup>6</sup>, donde dichos cambios formaban *long swings* a lo largo del tiempo, reafirmando los resultados de Dornbusch (1986; 1987) y Schulmeister (1987), quienes permitían, dentro de sus modelos, la persistencia en los movimientos de los tipos de cambio.

Al igual que el trabajo inicial de Hamilton (1989), un objetivo adicional fue mostrar que el poder predictivo de este modelo era superior a aquellos modelos que modelaban los movimientos del

---

<sup>5</sup> Data Post Guerra (2Q1951- 4Q1984).

<sup>6</sup> No se podría ver como un gran ciclo del dólar, pues no incorporaría los eventos idiosincráticos a cada país.

tipo de cambio a través de *Random Walk* (RW en adelante). Algunos de los trabajos que siguen esta línea son los de Mussa (1979), Meese y Singleton (1982) y Meese y Rogoff, (1983a; 1983b). Así, encontraron que los modelos de M-S sí podían mostrar mejor performance que los RW, principalmente en horizontes pequeños de tiempo.

Ang y Bekaert (2002) intentaron aplicar el modelo de M-S en las tasas de interés de Estados Unidos, Alemania y Reino Unido. Para ello, tomaron como idea principal los trabajos de Lewis (1991), Evans y Lewis (1995), Sola & Driffill (1994), Garcia y Perron (1996), y Bekaert, Hodrick y Marshall (2001), quienes habían aplicado previamente estos modelos sobre las tasas de interés en Estados Unidos. En su estudio, encuentran que, comúnmente, los modelos de un solo régimen son mejores para explicar la historia que los estimados por modelos M-S. Ello había sido previamente demostrado por Bekaert, Hodrick y Marshall (2001) y Gray (1996), quienes determinaron que estos modelos son útiles cuando se observan datos de elevadas tasas de interés, mientras que bajas tasas de interés son mejor explicadas por modelos tipo RW.

Adicionalmente, buscan comparar los modelos de M-S con los modelos lineales de un solo régimen a través de dos caminos, distintos a los *tests* sobre residuos. Así, el primer criterio investiga el buen ajuste de los modelos, donde se espera tener una ganancia de los modelos M-S al poder reconocer patrones no lineales en las series de tiempo. El segundo criterio es impulsar una nueva métrica (*Regime Classification Measure* - RCM), cuya finalidad es comparar el comportamiento de los distintos modelos M-S y su capacidad de identificar correctamente a qué estado pertenece cada observación en la serie. Finalmente, obtuvieron que el poder predictivo de los modelos no lineales de M-S son mejores en predicciones fuera de la muestra.

Los modelos M-S han sido aplicados en *commodities* de manera específica por algunos autores. Dentro de estos, se encuentra el trabajo de Chen y Forsyth (2010), quienes analizan el precio del gas natural. Ellos identifican que los modelos de M-S son mejores<sup>7</sup> que los modelos tradicionales de un solo régimen para la explicación de los precios *spot*, así como para la de los precios de los futuros. De manera adicional, concluyen que estos modelos pueden mostrar la existencia de distintos regímenes en el mercado, así como los cambios discretos que los generan, lo cual es una ganancia adicional frente a los modelos de un solo régimen.

Los precios de la electricidad, por otro lado, fueron estudiados por Deng (2000), De Jong (2005), Huisman y Mahieu (2003), y Weron, Bierbrauer y Trück (2004), quienes encontraron que los modelos de M-S tienen mejor *performance* que los modelos GARCH y los modelos de *jump*

---

<sup>7</sup> Dados por eventos exógenos.

*diffusion*, al mostrar un mejor ajuste en la data y al poder capturar de forma más precisa los saltos en los precios de electricidad.

Chen e Insley (2012) estudiaron el comportamiento de los precios de la madera con la finalidad de establecer un modelo claro de valoración del valor de las tierras otorgadas para extracción de madera, de tal manera que existieran buenas negociaciones entre el estado y la empresa. En el estudio, comparan el modelo de M-S con un modelo de un solo régimen. Para ello, aparte de usar solo la historia de los precios *spot*, toman como variables independientes a los precios de los futuros y a los precios de las opciones de compra. Así, encuentran que ambos modelos muestran un ajuste razonable, pero el error medio es menor para los modelos M-S.

Con respecto a los metales, Cheng, Shao y Guo (2013) realizan un estudio sobre la variación de los precios del cobre, entre enero del 2001 y marzo del 2011, a partir de modelos M-S. En este, dejan de utilizar dos regímenes y agregan un tercer estado. Así, definen que el comportamiento de esta serie cuenta con un régimen de crecimiento, uno de un salto significativo y un último de caída. Las duraciones de estos fueron de 63, 1,62 y 1,93 días, respectivamente. Ello muestra que el mayor período de duración es aquel de subida de precios, lo cual va en sentido con el *boom* de *commodities* base generado por la industrialización China en los años de estudio.

En el lado de los metales preciosos, como el oro, Sopipan, Sattayatham y Premanode (2012) aplicaron el modelo M-S, incluyendo un componente GARCH (1,1), para comprobar la ganancia generada frente a distintos modelos GARCH<sup>8</sup> en la explicación de la serie y la predicción de la misma. Dentro del estudio, encuentran que la explicación de la historia de la volatilidad del precio del oro se puede modelar a través de típicos modelos GARCH, así como un M-S GARCH. Sin embargo, muestran que existe una mayor ganancia acumulada en los retornos, que se podrían generar con actividades de *trading* si se utilizaran las predicciones del M-S GARCH para períodos de 30 días.

---

<sup>8</sup> GARCH (1,1), EGARCH (1,1) y GJR-GARCH (1,1).

### Capítulo III. Metodología y modelo

Los modelos de cambio de régimen permiten identificar cambios drásticos dentro de la historia de una determinada serie de tiempo, los cuales suelen tener distintas consecuencias, como cambios o saltos en media y/o varianza que podrían perjudicar el estudio lineal de las series.

El modelo a utilizar propone encontrar distintos “estados” en la historia de las series, con una duración prolongada<sup>9</sup>, y que muestre finalmente ciclos largos en la data. La transición entre los estados encontrados la comprenden cambios discretos que se determinan a través de Cadenas de Markov, cuya finalidad es incorporar la probabilidad condicional de cambio de un estado a otro.

La especificación de un modelo de cambio de régimen, en media, de múltiples estados consiste en una serie de tiempo que incorpora  $k$  distintos regímenes, o estados, donde cada uno cuenta con una media distinta:  $[\mu_1; \mu_k] \forall k \in \mathbb{R}$ . De esta manera, el proceso generador de datos sería el siguiente:

$$y_t = s_t + \varepsilon_t$$

Donde  $s_t$  toma el valor de  $\mu_k$  de acuerdo al régimen en el que se encuentre. El valor de  $s_t$  se reevalúa de período en período, a través de Cadenas de Markov. En estas, se indica la probabilidad condicional de estar en el estado  $j$  en el período  $t$ , luego de haber estado en el escenario  $i \forall i = [1, k]$ , en el período  $t - 1$ . Estas probabilidades son representadas a través de Matrices de Markov  $[p_{ij}]_k \forall i, j \in [1; k]$ , de la siguiente forma:

$$\Pi = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix}_k$$

Donde, se debe cumplir:

$$\sum_{i=1}^k p_{ij} = 1 \forall i \in [1, k] \text{ para cada } j \in [1, k]$$

---

<sup>9</sup> A lo que se denominará persistencia en adelante.



El presente documento traerá a discusión dos tipos de modelos: modelos de dos regímenes y modelos de cuatro regímenes. Respecto de los modelos que solo cuenten con dos regímenes o estados, se busca que esta diferencia se dé a través de media, varianza o ambos. En el caso de contar con distintas medias, pero una sola varianza, se buscará que la primera represente todas las fases expansivas de los precios de *commodities* ( $\mu_1 \geq 0$ ); y la segunda, una fase contractiva con ( $\mu_2 < 0$ ).

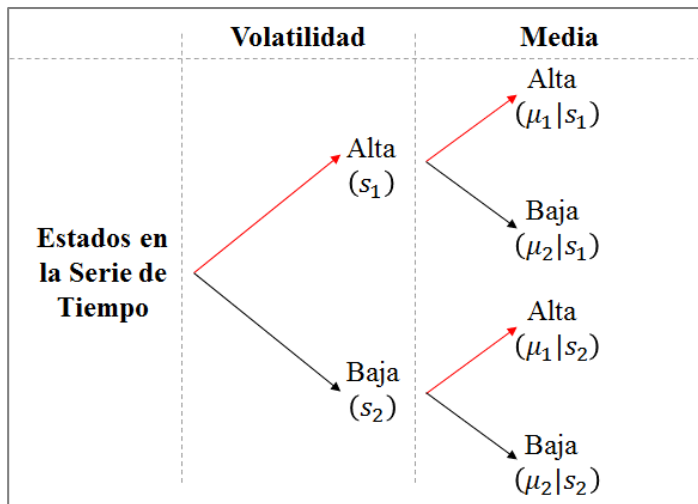
En el caso de contar con dos varianzas distintas (heterocedasticidad), mientras se tiene una sola media, se busca identificar períodos de mayor y menor volatilidad en la serie ( $s_1 > s_2$ ).

Por último, un modelo considerará que existen dos medias distintas, donde cada una de ellas contará con una varianza asociada, pero se regirán bajo una cadena de Markov que solo especifique dos escenarios posibles.

Así, para poder explicar los distintos modelos utilizados se usará como punto de partida las ideas mostradas por Goutte (2014). En su estudio, realiza un análisis sobre modelos de M-S para tipo de cambio, utilizando cuatro posibles estados, para los que parte con dos varianzas distintas, en cada una de las cuales es posible identificar dos medias.

En el gráfico 2 se presenta el modelo general de cuatro estados, el cual consiste en, inicialmente, encontrar dos varianzas distintas en la historia de la serie (volatilidad alta y baja), y, dentro de cada una de ellas, ubica dos medias distintas (media alta y media baja). Este modelo estaría dirigido por una matriz de cuatro por cuatro, que incorpora la mezcla de dos cadenas de Markov (una de varianzas y otra de medias), en la que, finalmente, la regla que regirá los cambios entre estados seguirá siendo la misma.

**Gráfico 2. Definición de estados**

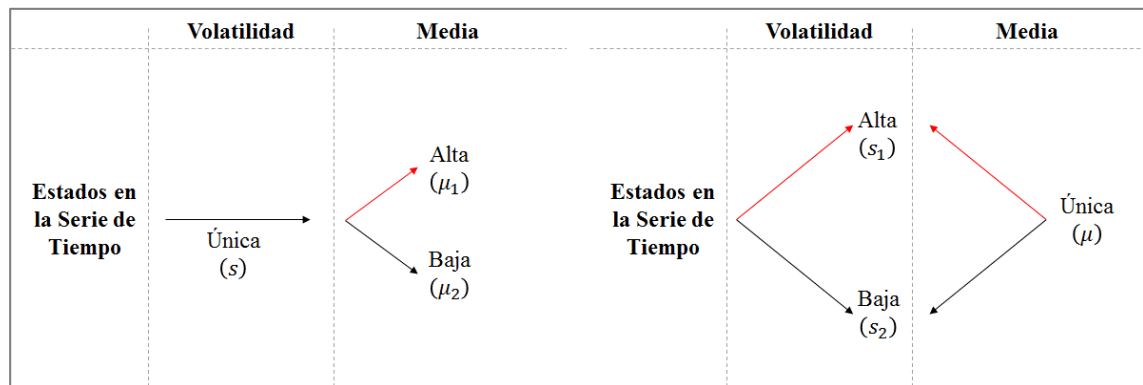


Fuente: Goutte (2014)

En el caso de los modelos de dos estados, estos son restricciones que se aplican sobre el modelo de cuatro estados. Por ejemplo, para el caso de dos medias distintas con una sola varianza, básicamente se restringe el uso de las dos cadenas de Markov a una sola. En este caso, la varianza ya estaría dada (tomada como única), mientras que las medias sí se regirían a través de matrices.

De manera similar, en el caso de existir dos varianzas para una sola media, se simplifica a una sola cadena, pero se elimina el segundo proceso (medias). El gráfico 3 muestra el comportamiento bajo estos dos modelos.

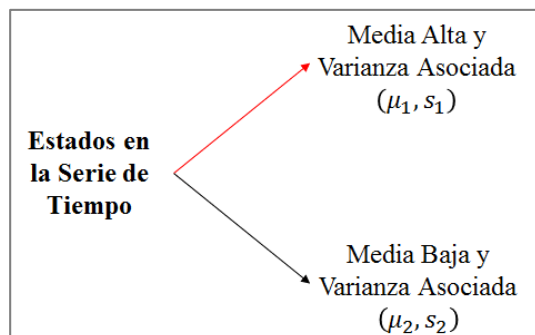
**Gráfico 3. Restricción en varianza y media**



Fuente: Goutte (2014)

Posteriormente, el último modelo implica dos estados, dentro de los cuales existe una media y una varianza asociada. Este caso, presenta una mayor diferenciación, porque la cadena de Markov que define la transición entre estados solo toma una decisión conjunta (media y varianza al mismo tiempo). Así, el gráfico 4 muestra el proceso de decisión que tomaría el modelo para poder determinar los estados en los que se ubicará la serie de tiempo.

**Gráfico 4. Restricción de dos estados con varianza asociada**



Fuente: Goutte (2014)

## 1. Proceso de estimación

El filtro de Hamilton es utilizado para poder determinar los parámetros ( $\theta$ ) que van a caracterizar los estados de cada uno de los regímenes e identificar las probabilidades de transición entre estos.

$$\theta = (\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, p_{11}, p_{22}, p_{33}, p_{44})$$

Este procedimiento iterativo implica que su distribución es una combinación de normales.

Tomando el caso de dos regímenes de medias, con una sola media ( $s_t = 1, 2$ ), se podría representar como una distribución  $N(\mu_1, \sigma^2)$  el primer régimen; y como una distribución  $N(\mu_2, \sigma^2)$ , el segundo régimen. Con ello, la variable dependiente será condicional a la variable no observable que identifica el régimen en el cual se presenta, y se puede representar como:

$$y_t | s_t \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

Adicionalmente la función de densidad, a utilizarse más adelante, condicional a la variable de estado se define como:

$$f(y_t | s_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - \mu_{s_t})^2\right) \text{ para } s_t = 1, 2$$

De esta manera, las probabilidades condicionales estarán regidas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Prob[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= p_{11}, \\ Prob[S_t = 1 | S_{t-1} = 2] &= 1 - p_{11}, \\ Prob[S_t = 2 | S_{t-1} = 2] &= p_{22}, \\ Prob[S_t = 2 | S_{t-1} = 1] &= 1 - p_{22}. \end{aligned}$$

El filtro de Hamilton (1989) estima, inicialmente, las probabilidades de transición de estados. Luego, calcula la distribución conjunta de densidad entre  $y_t$  y  $(S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-r})$ . Finalmente, para poder completar el modelo, maximiza la log distribución de estos valores con respecto a los parámetros poblacionales contenidos en  $\Theta$ .

$$L(y_t | \Theta) = \sum_{t=1}^T \log(f(y_t; \Theta))$$

## 2. Pruebas de hipótesis

Para poder comprobar la existencia de medias y/o varianzas estadísticamente distintas, en primer lugar, se podría modelar la existencia de una sola media contra la existencia de dos (es decir, un *RW* contra un *M-S*). Sin embargo, como lo mencionan Engel y Hamilton (1990), existiría un problema de identificación de los parámetros  $[p_{11}, p_{22}]$ <sup>10</sup>, que no son estimados en el *RW*.

En ese caso y usando el modelo de los mismos autores, se proponen utilizar tres pruebas de hipótesis, tomando en cuenta el *Wald Test*.

La prueba inicial se daría sobre las medias de los regímenes. Esta prueba busca comprobar si existe una diferencia estadística entre ambas medias. De esta manera, la prueba de hipótesis sería  $H_0^1: \mu_1 = \mu_2$  y el estadístico de Wald tendría la forma:

$$\chi_{(1)}^2 \approx \frac{[\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2]^2}{[v\hat{a}r(\hat{\mu}_1) + v\hat{a}r(\hat{\mu}_2) + 2c\hat{o}v(\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2)]}$$

En el caso del modelo que incorpore cambios en la varianza, se realizará la misma prueba para poder verificar si efectivamente existe heterocedasticidad en la data. Con ello, la hipótesis nula sería:  $H_0^2: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ . Donde el estadístico tomaría una forma similar al del test para medias:

$$\chi_{(1)}^2 \approx \frac{[\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2]^2}{[v\hat{a}r(\hat{\sigma}_1) + v\hat{a}r(\hat{\sigma}_2) + 2c\hat{o}v(\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2)]}$$

Finalmente, para poder determinar la existencia de dos estados distintos, se aplica un estadístico de Wald que permite identificar si las probabilidades de persistencia ( $p_{11}$  y  $p_{22}$ ) son independientes una de otra. Así, Engel y Hamilton (1990) proponen usar la siguiente forma:

$$\chi_{(1)}^2 \approx \frac{[\hat{p}_{11} - \hat{p}_{22}]^2}{[v\hat{a}r(\hat{p}_{11}) + v\hat{a}r(\hat{p}_{22}) + 2c\hat{o}v(\hat{p}_{11}, \hat{p}_{22})]}.$$

---

<sup>10</sup> De ser el caso, también incluiría a  $p_{33}$  y  $p_{44}$ .

## Capítulo IV. Aplicación del modelo en *commodities*

La data que se utiliza de *commodities* fue obtenida del Fondo Monetario Internacional (2016). Se utilizó una frecuencia mensual desde enero de 1980 hasta marzo del 2016 ( $y_{it}$  = Precio del commodity "i" en período "t"). Adicionalmente, se descontó la data de precios por el índice de precios al productor de Estados Unidos, obtenido desde Bloomberg ( $\tilde{y}_{1t} = \frac{y_{it}}{ppi_t}$ ). La data sobre la cual se aplicarán los modelos es la variación mensual a través de diferencias del logaritmo ( $var_{it} = (\log(\tilde{y}_{1t}) - \log(\tilde{y}_{1,t-1})) * 100$ ).

Los *commodities* fueron clasificados de acuerdo al destino final de consumo (Comestibles e Industriales). Así, se trabajaron con 46 series de *commodities*, de las cuales cuatro son índices agregados (Industriales, Bebidas, Agrícolas y Metales). En la tabla 1 se puede ver la división dentro de cada uno de estos grupos.

**Tabla 1. Clasificación de *commodities* bajo estudio**

| Commodity                                 | Commodity              |
|-------------------------------------------|------------------------|
| <b>Comestibles</b>                        | <b>Bebidas</b>         |
| <b>Comida</b>                             | Índice Bebidas         |
| <b>Cereales</b>                           | Café                   |
| Trigo                                     | Granos de Cacao        |
| Maíz                                      | Te                     |
| Arroz                                     | <b>Industriales</b>    |
| Cebada                                    | Índice Industriales    |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> | <b>Agrícolas</b>       |
| Soya                                      | Índice Agrícolas       |
| Aceite de Soya                            | Madera Dura            |
| Harina de Soya                            | Madera Aserrada Dura   |
| Aceite de Palma                           | Madera Blanda          |
| Aceite de Girasol                         | Madera Aserrada Blanda |
| Aceite de Oliva                           | Algodón                |
| Aceite de Colza                           | Caucho                 |
| Mani                                      | <b>Metales</b>         |
| <b>Carne</b>                              | Índice Metales         |
| Carne                                     | Aluminio               |
| Carne de Cordero                          | Cobre                  |
| Pollo                                     | Iron Ore               |
| Cerdo                                     | Plomo                  |
| <b>Comida Marina</b>                      | Níquel                 |
| Pescado                                   | Estaño                 |
| Camarón                                   | Zinc                   |
| Carne de Pescado                          | Uranio                 |
| <b>Otros</b>                              | <b>Energía</b>         |
| Azúcar                                    | Carbón                 |
| Plátano                                   | Crudo de Petróleo      |
| Naranjas                                  | <b>Otros</b>           |
|                                           | Pieles                 |
|                                           | Lana                   |
|                                           | Lana fina              |

Fuente: Fondo Monetario Internacional (2016)

Con las series previamente mencionadas se desarrollaron cinco modelos (un modelo lineal y cuatro M-S), con la finalidad de poder demostrar que existen diferencias relevantes entre modelos de un solo régimen, modelos de dos regímenes y un modelo de cuatro regímenes.

Por el lado del modelo lineal, se utilizó una regresión simple con una constante. Este modelo pretende capturar la historia de los *commodities* como una sola media de las variaciones y una sola varianza a lo largo de la misma. Este y otros modelos, como AR(1) y GARCH(1,1), son los que típicamente se han utilizado para poder explicar los cambios en la historia de los *commodities* y en los tipos de cambio.

Dentro de los modelos M-S, en primer lugar, se utilizó el modelo que consiste en determinar dos medias distintas dentro de la serie, donde cada una de ellas está asociada con un régimen (subida o caída de precios). De esta forma, cada una tiene una varianza para el estado en el que se encuentra. Una idea general, similar a esta, fue vista en los estudios lineales a través del *leverage effect* Chevallier y Ielpo (2014), donde se muestra que los períodos de caída de precios suelen ser causantes de mayor volatilidad que aquellos de subida de precios.

En segundo lugar, se evaluó el modelo básico de M-S. Este modelo es una simplificación del anterior, pues asume una sola varianza a lo largo del tiempo que no se mueve bajo el mismo patrón que las medias. En tercer lugar, se utilizó un M-S de dos períodos, también simplificado, pero de manera distinta. En este caso, se permite tener varianzas distintas en cada uno de los estados, con la finalidad de poder capturar mejor las características idiosincráticas de cada régimen. Sin embargo, solo maneja una media en todo el tiempo.

Finalmente, se aplicó el M-S de cuatro estados. Este modelo es similar al primero, al usar dos medias y dos varianzas, pero se diferencia en que las varianzas no están, necesariamente, asociadas a cada una de las medias. La ganancia de este modelo es permitir que tanto la varianza como las medias tengan cadenas de Markov que permitan combinar dos varianzas (altas y baja) con dos medias (alta y baja).

En la tabla 2 se resumen los resultados obtenidos bajo los modelos previamente mencionados con respecto a las medias. En ella se buscan identificar la capacidad que tienen para capturar las medias, pues se esperaría que el M-S sea capaz de identificar una media positiva y una media negativa (asumiendo dos estados). Asimismo, se esperaría que la media, cuando se asumen dos varianzas, sea distinta a la media otorgada por un modelo MCO.

El principal resultado obtenido es que, efectivamente, los modelos que cuentan con dos estados pueden identificar dos medias distintas (una positiva y una negativa). Así, se encontró que el primer modelo M-S (Mod 1) es capaz de identificar estas medias distintas en el 74% de los casos. Frente a ello, el M-S que solo cuenta con una varianza (Mod 2) es capaz de identificar un mayor número de casos (83%).

Finalmente, el M-S de cuatro estados (Mod 4) permite tener una mejor identificación, al capturar el 89% de casos con estas medias distintas. Inicialmente, ello indicaría que existe una ganancia al asumir varianzas distintas a lo largo del tiempo, pero esta podría representar una pérdida si solo se asumiera que existe una cadena de Markov (que rige media y varianza al mismo tiempo).

En el caso de los modelos con una sola media (MCO y Mod 3), en el 56% de los casos estos muestran medias claramente distintas (una positiva y otra negativa) o medias sustancialmente distintas<sup>11</sup>. Sin embargo, para poder determinar si existe una ganancia/pérdida por incluir heterocedasticidad en el modelo, las medias deberían ser estadísticamente distintas, lo cual será demostrado más adelante.

**Tabla 2. Resultados de estimaciones – medias**

| <i>Commodities</i>                        | MCO   | Mod 1   |         | Mod 2   |         | Mod 3 | Mod 4   |         |
|-------------------------------------------|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|
|                                           | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ |
| <b>Comestibles</b>                        |       |         |         |         |         |       |         |         |
| <b>Comida</b>                             |       |         |         |         |         |       |         |         |
| <b>Cereales</b>                           |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Trigo                                     | -0,19 | -0,51   | 0,37    | -0,77   | 12,83   | -0,36 | -5,56   | 0,21    |
| Error Estándar                            | 0,28  | 0,26    | 0,72    | 0,29    | 1,85    | 0,22  | 1,75    | 0,54    |
| Maíz                                      | -0,08 | 0,26    | -1,56   | -0,34   | 17,82   | 0,10  | 3,55    | -1,53   |
| Error Estándar                            | 0,27  | 0,26    | 1,36    | 0,26    | 3,12    | 0,23  | 0,56    | 0,41    |
| Arroz                                     | -0,19 | -0,47   | 2,84    | -0,56   | 25,72   | -0,26 | -0,89   | 4,29    |
| Error Estándar                            | 0,28  | 0,23    | 2,76    | 0,24    | 2,08    | 0,24  | 0,42    | 1,45    |
| Cebada                                    | -0,04 | 0,46    | -0,78   | -2,32   | -0,04   | 0,22  | 5,34    | -0,71   |
| Error Estándar                            | 0,33  | 0,30    | 0,86    | 12,369  | 0,33    | 0,26  | 0,88    | 0,33    |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Soya                                      | -0,10 | -0,28   | 0,27    | -0,33   | 17,05   | -0,17 | -1,13   | 4,02    |
| Error Estándar                            | 0,26  | 0,29    | 0,76    | 0,28    | 4,08    | 0,23  | 0,50    | 1,09    |
| Aceite de Soya                            | -0,10 | -0,29   | 0,54    | -0,66   | 11,19   | -0,15 | -2,32   | 3,27    |
| Error Estándar                            | 0,28  | 0,34    | 1,06    | 0,60    | 5,82    | 0,26  | 2,70    | 3,42    |

<sup>11</sup> Se asume que se puede hablar de medias sustancialmente distintas al tener que una es por lo menos el doble que otra (sean ambas positivas o negativas).



| <i>Commodities</i>    | MCO   | Mod 1   |         | Mod 2   |         | Mod 3 | Mod 4   |         |
|-----------------------|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|
|                       | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ |
| Harina de Soya        | -0,09 | -0,52   | 0,47    | -1,52   | 5,37    | -0,23 | -2,01   | 3,95    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,29  | 0,37    | 0,64    | 0,77    | 2,02    | 0,26  | 0,39    | 0,84    |
| Aceite de Palma       | -0,14 | 0,13    | -0,80   | -14,52  | 0,66    | 0,02  | 3,83    | -1,90   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,37  | 0,34    | 1,10    | 2,54    | 0,40    | 0,32  | 1,36    | 0,77    |
| Aceite de Girasol     | -0,04 | -0,57   | 2,67    | -0,29   | 56,50   | -0,47 | -1,25   | 6,19    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,35  | 0,24    | 1,96    | 0,30    | 4,42    | 0,23  | 0,37    | 1,65    |
| Aceite de Oliva       | -0,03 | -0,08   | 0,18    | -9,64   | 0,33    | -0,05 | -0,78   | 3,42    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,21  | 0,20    | 0,75    | 1,66    | 0,21    | 0,17  | 0,25    | 0,71    |
| Maní                  | -0,03 | -0,45   | 0,93    | -0,82   | 25,15   | -0,37 | -0,94   | 5,08    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,36  | 0,21    | 1,16    | 0,30    | 1,94    | 0,20  | 0,22    | 0,92    |
| <b>Carne</b>          |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Carne                 | -0,12 | -0,09   | -0,05   | -0,31   | 9,78    | -0,08 | -3,23   | 0,54    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,19  | 0,20    | 0,52    | 0,22    | 3,77    | 0,16  | -       | -       |
| Carne de Cordero      | -0,22 | -0,23   | -0,20   | -0,78   | 6,94    | -0,23 | -1,90   | 1,56    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,20  | 0,21    | 0,68    | 0,23    | 1,27    | 0,17  | 0,37    | 0,40    |
| Pollo                 | 0,10  | -0,24   | 4,73    | -0,21   | 5,27    | 0,07  | -0,02   | 5,27    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,11  | 0,10    | 0,80    | 0,10    | 0,53    | 0,13  | 0,11    | 0,83    |
| Cerdo                 | -0,21 | -0,06   | -5,36   | -0,32   | 59,86   | -0,09 | -0,07   | -7,27   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,52  | 0,49    | 12,49   | 0,50    | 10,68   | 0,49  | -       | -       |
| <b>Comida Marina</b>  |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Pescado               | -0,20 | -0,06   | -0,30   | -0,78   | 11,86   | -0,14 | 1,25    | -2,89   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,28  | 0,33    | 0,53    | 0,29    | 1,90    | 0,24  | 0,37    | 0,69    |
| Carne de Pescado      | -0,10 | -0,03   | -0,24   | -4,07   | 1,16    | -0,06 | 1,41    | -2,93   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,24  | 0,26    | 0,92    | 1,05    | 0,45    | 0,21  | 0,67    | 0,74    |
| <b>Otros</b>          |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Azúcar                | -0,20 | -0,61   | 0,04    | -1,88   | 13,87   | -0,39 | -4,62   | 2,51    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,44  | 0,50    | 0,72    | 0,54    | 2,24    | 0,37  | 0,61    | 0,47    |
| Plátano               | 0,04  | 0,11    | 0,01    | -1,99   | 36,68   | 0,06  | 8,52    | -0,29   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,78  | 0,42    | 1,04    | 0,81    | 4,82    | 0,38  | 2,29    | 0,56    |
| Naranjas              | -0,02 | -13,31  | -0,01   | -0,01   | -0,01   | 0,40  | -13,31  | -0,01   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,61  | -       | -       | 22,58   | 0,66    | 0,52  | -       | -       |
| <b>Bebidas</b>        |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Índice Bebidas        | -0,21 | -0,85   | 3,10    | -0,62   | 11,28   | -0,40 | -2,30   | 2,13    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,23  | 0,33    | 2,77    | 0,27    | 2,68    | 0,21  | 0,42    | 0,57    |
| Café                  | -0,19 | -0,72   | 2,33    | -0,98   | 19,55   | -0,44 | -1,85   | 4,27    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,37  | 0,43    | 4,10    | 0,34    | 2,46    | 0,33  | 1,01    | 2,42    |
| Granos de Cocoa       | -0,18 | 0,24    | -0,42   | -1,37   | 7,39    | -0,04 | 3,98    | -1,97   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,28  | 0,35    | 0,44    | 0,50    | 1,81    | 0,26  | 0,52    | 0,34    |
| Té                    | -0,14 | -0,70   | 0,22    | -0,70   | 12,89   | -0,37 | -4,24   | 2,54    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,36  | 0,41    | 0,56    | 1,12    | 9,63    | 0,31  | 0,69    | 0,65    |
| <b>Industriales</b>   |       |         |         |         |         |       |         |         |

| <i>Commodities</i>     | MCO   | Mod 1   |         | Mod 2   |         | Mod 3 | Mod 4   |         |
|------------------------|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|
|                        | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ |
| Índice Industriales    | -0,10 | -0,27   | 0,53    | -0,77   | 2,83    | -0,17 | -0,93   | 1,82    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,15  | 0,14    | 0,52    | 0,23    | 0,60    | 0,13  | 0,26    | 0,42    |
| <b>Agriculturales</b>  |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Índice Agrícolas       | -0,10 | -0,04   | -0,13   | -14,54  | 0,01    | -0,05 | 1,32    | -1,34   |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,14  | 0,20    | 0,58    | 2,13    | 0,13    | 0,14  | 0,73    | 0,66    |
| Madera Dura            | -0,04 | -0,34   | 0,48    | -0,47   | 19,89   | -0,25 | -0,71   | 5,99    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,31  | 0,23    | 0,84    | 0,29    | 2,50    | 0,21  | 0,23    | 1,07    |
| Madera Aserrada Dura   | 0,05  | 0,12    | -0,12   | -0,25   | 22,43   | 0,11  | 1,88    | -0,40   |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,24  | 0,12    | 0,76    | 0,21    | 2,36    | 0,12  | 0,64    | 0,27    |
| Madera Blanda          | -0,01 | 0,31    | -0,22   | -0,56   | 15,82   | -0,12 | 2,52    | -1,29   |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,33  | 0,71    | 0,30    | 0,40    | 3,87    | 0,26  | 1,15    | 0,53    |
| Madera Aserrada Blanda | 0,01  | -0,03   | 0,17    | -0,22   | 21,73   | 0,00  | 0,00    | 0,00    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,30  | 0,33    | 0,92    | 0,29    | 4,25    | 0,26  | 18,31   | 0,26    |
| Algodón                | -0,25 | -0,72   | 1,25    | -0,99   | 9,82    | -0,45 | -2,99   | 1,80    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,26  | 0,27    | 1,28    | 0,27    | 1,38    | 0,23  | 0,47    | 0,42    |
| Caucho                 | -0,19 | -0,39   | -0,01   | -1,62   | 6,99    | -0,29 | -7,45   | 0,01    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,31  | 0,29    | 0,54    | 0,38    | 1,32    | 0,23  | 1,51    | 0,26    |
| <b>Metales</b>         |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Índice Metales         | -0,10 | -0,44   | 0,80    | -1,47   | 3,50    | -0,24 | -1,61   | 2,63    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,21  | 0,23    | 0,61    | 0,41    | 0,67    | 0,18  | 0,33    | 0,45    |
| Aluminio               | -0,24 | -0,54   | 0,67    | -1,16   | 5,10    | -0,33 | -1,44   | 4,07    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,26  | 0,28    | 0,89    | 0,37    | 1,20    | 0,28  | 0,39    | 0,88    |
| Cobre                  | -0,03 | -0,25   | 0,68    | -0,67   | 10,74   | -0,11 | -1,18   | 3,46    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,29  | 0,31    | 0,92    | 0,32    | 2,80    | 0,25  | 2,01    | 2,74    |
| Iron Ore               | 0,17  | -0,22   | 0,91    | -0,06   | 51,41   | -0,22 | -0,25   | 1,41    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,28  | 0,03    | 0,80    | 0,23    | 3,40    | 0,03  | 0,03    | 0,15    |
| Plomo                  | -0,06 | -0,48   | 0,73    | -1,03   | 8,52    | -0,27 | -0,84   | 6,05    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,33  | 0,33    | 0,89    | 0,39    | 1,72    | 0,29  | 0,42    | 1,67    |
| Níquel                 | -0,11 | -1,31   | 1,27    | -2,10   | 8,46    | -0,49 | -2,45   | 5,81    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,39  | 0,67    | 0,80    | 0,57    | 1,51    | 0,38  | 0,45    | 0,83    |
| Estaño                 | -0,18 | -0,35   | -0,02   | -1,24   | 6,45    | -0,29 | -4,70   | 0,00    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,26  | 0,22    | 0,48    | 0,36    | 1,35    | 0,18  | 0,79    | 0,23    |
| Zinc                   | 0,02  | -0,09   | 0,23    | -1,24   | 5,85    | -0,02 | -0,14   | 6,05    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,30  | 0,30    | 0,68    | 0,55    | 1,37    | 0,25  | -       | -       |
| Uranio                 | -0,24 | -0,77   | 0,46    | -0,65   | 24,81   | -0,68 | -1,52   | 2,92    |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,32  | 0,16    | 0,70    | 0,29    | 3,67    | 0,15  | 0,22    | 0,47    |
| <b>Energía</b>         |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Carbón                 | -0,10 | -0,05   | -0,13   | -0,74   | 8,94    | -0,05 | 1,05    | -0,15   |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,24  | 0,05    | 0,43    | 0,23    | 1,29    | 0,05  | 0,23    | 0,04    |
| Crudo de Petróleo      | -0,18 | 0,33    | -2,29   | -17,60  | 0,79    | 0,15  | 1,31    | -7,09   |
| <b>Energía</b>         |       |         |         |         |         |       |         |         |

| <i>Commodities</i> | MCO   | Mod 1   |         | Mod 2   |         | Mod 3 | Mod 4   |         |
|--------------------|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|
|                    | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ |
| Error Estándar     | 0,37  | 0,33    | 1,78    | 1,91    | 0,36    | 0,31  | 0,60    | 1,85    |
| <b>Otros</b>       |       |         |         |         |         |       |         |         |
| Pieles             | -0,14 | -0,04   | -0,02   | -44,25  | 0,17    | -0,04 | -0,40   | -0,05   |
| Error Estándar     | 0,31  | 0,22    | 1,30    | 4,06    | 0,27    | 0,21  | 1,08    | 0,21    |
| Lana               | -0,04 | -0,61   | 1,23    | -0,54   | 10,87   | -0,24 | -1,77   | 1,98    |
| Error Estándar     | 0,23  | 0,29    | 0,85    | 0,24    | 1,80    | 0,20  | 0,43    | 0,58    |
| Lana fina          | -0,08 | -0,99   | 1,02    | -1,18   | 10,59   | -0,50 | -4,05   | 0,36    |
| Error Estándar     | 0,30  | 0,29    | 0,79    | 0,34    | 1,80    | 0,23  | 0,60    | 0,32    |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

La tabla 3 muestra los resultados de los modelos desde el enfoque de la varianza. En este caso, es interesante ver los resultados de los modelos M-S, donde el único modelo que cuenta con una varianza es el modelo 2. En este caso, se pueden identificar resultados bastante similares en el modelo 1 y modelo 3, que se diferencian en que el último modelo solo admite una media. Sin embargo, el modelo de cuatro estados sí muestra resultados ligeramente distintos a los anteriores modelos. Lo que se puede extraer de ello es que los modelos 1 y 3, al incorporar solo una cadena de Markov, tienden a diferenciarse poco frente a un modelo que sea capaz de incorporar dos cadenas de Markov, una por media y una por varianza.

Asimismo, es importante resaltar que el modelo 2 muestra varianzas relativamente distintas a las obtenidas por los M-S que sí diferencian varianzas.

**Tabla 13. Resultados de estimaciones – varianza**

| <i>Commodities</i> | Mod 1      |            | Mod 2    | Mod 3      |            | Mod 4      |            |
|--------------------|------------|------------|----------|------------|------------|------------|------------|
|                    | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ |
| <b>Comestibles</b> |            |            |          |            |            |            |            |
| <b>Comida</b>      |            |            |          |            |            |            |            |
| <b>Cereales</b>    |            |            |          |            |            |            |            |
| Trigo              | 3,36       | 8,40       | 5,18     | 3,34       | 8,42       | 3,15       | 8,51       |
| Error Estándar     | 0,34       | 0,72       | 0,23     | 0,33       | 0,72       | 0,43       | 0,89       |
| Maíz               | 3,95       | 10,01      | 5,23     | 3,95       | 10,14      | 2,80       | 8,93       |
| Error Estándar     | 0,29       | 1,42       | 0,20     | 0,30       | 1,54       | 0,36       | 1,20       |
| Arroz              | 4,31       | 13,82      | 4,94     | 3,50       | 9,75       | 2,75       | 8,57       |
| Error Estándar     | 0,23       | 2,59       | 0,18     | 0,47       | 1,61       | 0,27       | 0,79       |
| Cebada             | 3,46       | 9,86       | 6,85     | 3,28       | 9,65       | 2,59       | 9,56       |
| Error Estándar     | 0,34       | 0,83       | 0,25     | 0          | 0,86       | 0,24       | 0,74       |

| Commodities                              | Mod 1      |            | Mod 2    | Mod 3      |            | Mod 4      |            |
|------------------------------------------|------------|------------|----------|------------|------------|------------|------------|
|                                          | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ |
| <b>Aceites Vegetales / CarneProteína</b> |            |            |          |            |            |            |            |
| Soya                                     | 3,42       | 8,07       | 5,11     | 3,42       | 8,11       | 3,05       | 8,39       |
| Error Estándar                           | 0,28       | 0,80       | 0,23     | 0,28       | 0,82       | 0,34       | 1,00       |
| Aceite de Soya                           | 4,47       | 8,49       | 5,19     | 4,48       | 8,53       | 3,64       | 8,02       |
| Error Estándar                           | 0,34       | 1,06       | 0,37     | 0,34       | 1,07       | 1,96       | 4,00       |
| Harina de Soya                           | 3,90       | 7,90       | 5,43     | 3,92       | 7,91       | 2,95       | 7,41       |
| Error Estándar                           | 0,35       | 0,65       | 0,29     | 0,34       | 0,63       | 0,29       | 0,64       |
| Aceite de Palma                          | 5,67       | 11,34      | 6,88     | 5,67       | 11,39      | 5,03       | 10,93      |
| Error Estándar                           | 0,26       | 0,96       | 0,29     | 0,26       | 1,01       | 0,31       | 0,97       |
| Aceite de Girasol                        | 3,92       | 15,29      | 6,25     | 3,94       | 15,62      | 3,46       | 16,98      |
| Error Estándar                           | 0,25       | 1,88       | 0,22     | 0,26       | 2,03       | 0,33       | 2,83       |
| Aceite de Oliva                          | 2,55       | 7,20       | 3,96     | 2,57       | 7,24       | 2,14       | 7,44       |
| Error Estándar                           | 0,30       | 1,03       | 0,16     | 0,28       | 1,01       | 0,23       | 0,99       |
| Maní                                     | 2,84       | 12,82      | 6,00     | 2,88       | 12,99      | 2,53       | 13,43      |
| Error Estándar                           | 0,28       | 1,16       | 0,23     | 0,29       | 1,19       | 0,20       | 1,26       |
| <b>Carne</b>                             |            |            |          |            |            |            |            |
| Carne                                    | 0,00       | 0,00       | 0,00     | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       |
| Error Estándar                           | 0,00       | 0,00       | 0,00     | 0,00       | 0,00       | 0,0        | 0,0        |
| Carne de Cordero                         | 2,89       | 6,20       | 3,54     | 2,89       | 6,20       | 2,27       | 5,94       |
| Error Estándar                           | 0,20       | 0,64       | 0,17     | 0,20       | 0,64       | 0,21       | 0,65       |
| Pollo                                    | 1,85       | 2,36       | 1,88     | 1,49       | 3,20       | 1,24       | 2,15       |
| Error Estándar                           | 0,08       | 0,45       | 0,07     | 0,24       | 0,59       | 0,13       | 0,13       |
| Cerdo                                    | 9,78       | 32,46      | 10,44    | 9,77       | 32,11      | 9,74       | 32,14      |
| Error Estándar                           | 0,39       | 11,74      | 0,37     | 0,40       | 12,27      | 0,21       | 12,29      |
| <b>Comida marina</b>                     |            |            |          |            |            |            |            |
| Pescado                                  | 3,14       | 7,36       | 5,11     | 3,22       | 7,37       | 2,44       | 7,04       |
| Error Estándar                           | 0,44       | 0,50       | 0,22     | 0,34       | 0,49       | 0,24       | 0,47       |
| Carne de Pescado                         | 3,24       | 7,96       | 4,36     | 3,24       | 8,00       | 2,85       | 9,02       |
| Error Estándar                           | 0,30       | 1,23       | 0,19     | 0,30       | 1,23       | 0,22       | 1,41       |
| <b>Otros</b>                             |            |            |          |            |            |            |            |
| Azúcar                                   | 5,08       | 11,05      | 7,75     | 5,10       | 11,05      | 2,79       | 9,70       |
| Error Estándar                           | 0,41       | 0,64       | 0,36     | 0,41       | 0,64       | 0,37       | 0,53       |
| Plátano                                  | 4,22       | 18,62      | 13,78    | 4,22       | 18,62      | 3,42       | 18,42      |
| Error Estándar                           | 0,32       | 0,79       | 0,65     | 0,32       | 0,79       | 0,52       | 0,81       |
| Naranjas                                 | 0,00       | 12,68      | 12,67    | 6,71       | 15,89      | 0,00       | 12,68      |
| Error Estándar                           | -          | -          | 0,45     | 1,16       | 1,32       | -          | -          |
| <b>Bebidas</b>                           |            |            |          |            |            |            |            |
| Índice Bebidas                           | 3,77       | 7,34       | 4,25     | 3,53       | 7,37       | 2,62       | 6,39       |
| Error Estándar                           | 0,33       | 1,14       | 0,21     | 0,44       | 1,38       | 0,28       | 0,73       |
| Café                                     | 5,67       | 13,72      | 6,68     | 5,42       | 12,73      | 4,92       | 12,48      |
| Error Estándar                           | 0,69       | 3,36       | 0,25     | 0,50       | 2,20       | 0,52       | 2,19       |

| <i>Commodities</i>     | Mod 1      |            | Mod 2    | Mod 3      |            | Mod 4      |            |
|------------------------|------------|------------|----------|------------|------------|------------|------------|
|                        | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ |
| Granos de Cocoa        | 3,72       | 6,85       | 5,03     | 6,89       | 3,75       | 2,21       | 6,06       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,30       | 0,38       | 0,27     | 0,40       | 0,33       | 0,29       | 0,37       |
| Té                     | 4,56       | 8,88       | 7,03     | 4,63       | 8,96       | 3,12       | 8,54       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,37       | 0,51       | 0,71     | 0,36       | 0,53       | 0,42       | 0,75       |
| <b>Industriales</b>    |            |            |          |            |            |            |            |
| Índice Industriales    | 2,30       | 4,55       | 2,66     | 2,27       | 4,53       | 1,90       | 4,08       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,11       | 0,38       | 0,11     | 0,11       | 0,40       | 0,17       | 0,52       |
| <b>Agriculturales</b>  |            |            |          |            |            |            |            |
| Índice Agrícolas       | 2,32       | 4,22       | 2,77     | 2,32       | 4,22       | 2,03       | 4,34       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,17       | 0,48       | 0,10     | 0,17       | 0,48       | 0,16       | 0,62       |
| Madera Dura            | 3,17       | 9,80       | 5,67     | 3,18       | 9,78       | 2,93       | 9,20       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,22       | 0,84       | 0,22     | 0,21       | 0,83       | 0,17       | 0,83       |
| Madera Aserrada Dura   | 1,92       | 8,62       | 4,30     | 1,92       | 8,62       | 1,65       | 8,50       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,11       | 0,65       | 0,16     | 0,11       | 0,66       | 0,14       | 0,63       |
| Madera Blanda          | 9,31       | 4,05       | 6,16     | 4,06       | 9,31       | 8,43       | 3,57       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,70       | 0,32       | 0,30     | 0,32       | 0,70       | 0,59       | 0,45       |
| Madera Aserrada Blanda | 3,99       | 9,55       | 5,83     | 4,04       | 9,65       | 4,04       | 9,65       |
| <i>Error Estándar</i>  | 1,08       | 2,53       | 0,23     | 0,89       | 2,18       | 0,89       | 2,18       |
| Algodón                | 3,63       | 8,73       | 4,62     | 3,45       | 8,51       | 2,43       | 7,92       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,44       | 1,28       | 0,20     | 0,53       | 1,37       | 0,23       | 0,79       |
| Caucho                 | 2,87       | 8,03       | 5,48     | 2,85       | 8,01       | 2,69       | 7,87       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,25       | 0,48       | 0,27     | 0,25       | 0,48       | 0,21       | 0,54       |
| <b>Metales</b>         |            |            |          |            |            |            |            |
| Índice Metales         | 3,18       | 6,16       | 3,67     | 3,24       | 6,34       | 2,67       | 5,94       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,17       | 0,50       | 0,18     | 0,16       | 0,51       | 0,17       | 0,54       |
| Aluminio               | 3,86       | 8,28       | 4,89     | 4,00       | 8,64       | 3,55       | 8,80       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,25       | 0,82       | 0,21     | 0,44       | 1,16       | 0,23       | 0,96       |
| Cobre                  | 4,10       | 9,17       | 5,34     | 4,19       | 9,49       | 3,84       | 9,29       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,38       | 1,22       | 0,21     | 0,38       | 1,17       | 0,56       | 1,02       |
| Iron Ore               | 0,49       | 9,89       | 4,80     | 0,49       | 9,96       | 0,46       | 10,48      |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,04       | 0,62       | 0,17     | 0,04       | 0,63       | 0,02       | 0,69       |
| Plomo                  | 4,37       | 10,10      | 6,33     | 4,48       | 10,41      | 4,33       | 11,25      |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,48       | 1,06       | 0,26     | 0,57       | 1,36       | 0,42       | 1,63       |
| Níquel                 | 4,54       | 10,78      | 7,05     | 5,20       | 12,07      | 4,28       | 11,69      |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,73       | 1,27       | 0,33     | 0,53       | 1,19       | 0,34       | 1,03       |
| Estaño                 | 2,31       | 7,09       | 4,73     | 2,33       | 7,12       | 2,29       | 7,16       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,23       | 0,46       | 0,22     | 0,22       | 0,45       | 0,20       | 0,53       |
| Zinc                   | 4,22       | 8,14       | 5,44     | 4,21       | 8,13       | 4,08       | 7,74       |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,31       | 0,68       | 0,27     | 0,30       | 0,66       | 0,25       | 0,65       |
| Uranio                 | 1,85       | 9,55       | 5,75     | 1,84       | 9,60       | 2,52       | 11,95      |
| <i>Error Estándar</i>  | 0,17       | 0,61       | 0,23     | 0,17       | 0,61       | 0,19       | 1,12       |

| Commodities       | Mod 1      |            | Mod 2    | Mod 3      |            | Mod 4      |            |
|-------------------|------------|------------|----------|------------|------------|------------|------------|
|                   | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ |
| <b>Energía</b>    |            |            |          |            |            |            |            |
| Carbón            | 0,54       | 6,69       | 4,37     | 0,54       | 6,69       | 0,43       | 6,77       |
| Error Estándar    | 0,05       | 0,35       | 0,17     | 0,05       | 0,35       | 0,04       | 0,36       |
| Crudo de Petróleo | 5,33       | 13,80      | 6,63     | 5,30       | 13,70      | 4,39       | 12,76      |
| Error Estándar    | 0,32       | 1,65       | 0,27     | 0,33       | 1,76       | 0,45       | 2,16       |
| <b>Otros</b>      |            |            |          |            |            |            |            |
| Pieles            | 3,38       | 12,00      | 5,61     | 3,38       | 12,00      | 3,37       | 11,97      |
| Error Estándar    | 0,29       | 1,42       | 0,20     | 0,29       | 1,41       | 0,29       | 1,40       |
| Lana              | 3,21       | 6,90       | 4,15     | 3,20       | 7,13       | 2,42       | 6,35       |
| Error Estándar    | 0,33       | 0,93       | 0,19     | 0,35       | 0,97       | 0,54       | 0,85       |
| Lana fina         | 3,00       | 8,38       | 5,11     | 2,66       | 8,02       | 2,29       | 8,40       |
| Error Estándar    | 0,33       | 0,64       | 0,25     | 0,29       | 0,60       | 0,22       | 0,62       |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Los patrones encontrados indican, *a priori*, que existen efectivamente estados distintos, sea media y/o varianza. Sin embargo, para poder definir si estos ciclos son duraderos y, por ende, poder indicar la existencia de *long swings*, se debe verificar la persistencia de cada estado. Ello se puede evaluar a través de dos maneras: probabilidades de persistencia y duraciones.

Las probabilidades de persistencia se muestran en la tabla 4, donde se ubican los principales valores; es decir, la probabilidad de que dada la pertenencia a un régimen en el período  $t$  se mantenga en el mismo régimen en  $t + 1$ . Se podría decir que existe una persistencia elevada cuando la probabilidad de permanencia en el régimen supera la valla de 70%.

De esta manera, se pudo encontrar que, en el Modelo 1, el 85% de las series estudiadas sí tienen un nivel de persistencia elevado. Dentro de los resultados de este modelo, solo doce (26%) de las series estudiadas (incluye tres grupos) muestran tener dos medias distintas (negativa y positiva), así como una elevada persistencia: Aceite de Palma ( $\mu_1 = 0.13 \mid \mu_2 = -0.8$ ), Bebidas ( $\mu_1 = -0.85 \mid \mu_2 = 3.1$ ), Industriales ( $\mu_1 = -0.27 \mid \mu_2 = 0.53$ ), Madera Aserrada Blanda ( $\mu_1 = -0.03 \mid \mu_2 = 0.17$ ), Algodón ( $\mu_1 = -0.72 \mid \mu_2 = 1.25$ ), Metales ( $\mu_1 = -0.44 \mid \mu_2 = 0.8$ ), Aluminio ( $\mu_1 = -0.54 \mid \mu_2 = 0.67$ ), Cobre ( $\mu_1 = -0.25 \mid \mu_2 = 0.68$ ), Plomo ( $\mu_1 = -0.48 \mid \mu_2 = 0.73$ ), Níquel ( $\mu_1 = -1.31 \mid \mu_2 = 1.27$ ), Zinc ( $\mu_1 = -0.09 \mid \mu_2 = 0.23$ ) y Uranio ( $\mu_1 = -0.77 \mid \mu_2 = 0.46$ ). Estas series podrían ser consideradas como aquellas con patrones *long swing* porque tienen un nivel de persistencia elevado y, adicionalmente, cuentan con medias distintas.

En el caso del modelo 2, solo el 24% de las series estudiadas lograron mostrar persistencia. De ellas, solo nueve series mostraron tener medias distintas. De forma diferente al modelo 1, distinguió algunas series que bajo el modelo 1 tenían medias del mismo sentido (negativas). Este es el caso de la Carne de Pescado ( $\mu_1 = -4.07 \mid \mu_2 = 1.16$ ), Caucho ( $\mu_1 = -1.62 \mid \mu_2 = 6.99$ ) y el Carbón ( $\mu_1 = -0.74 \mid \mu_2 = 8.94$ ). Con respecto al resto de series, en las que existe persistencia, muestran diferencias absolutas más grandes entre las medias de los estados: Industriales ( $\mu_1 = -0.77 \mid \mu_2 = 2.83$ ), Metales ( $\mu_1 = -1.47 \mid \mu_2 = 3.5$ ), Aluminio ( $\mu_1 = -1.16 \mid \mu_2 = 5.1$ ), Níquel ( $\mu_1 = -2.1 \mid \mu_2 = 8.46$ ) y Uranio ( $\mu_1 = -0.65 \mid \mu_2 = 24.81$ ). Ello indicaría que existe un ajuste fuerte a la diferencia en medias cuando se permite introducir heterocedasticidad en la estimación.

El modelo 3, que no incorpora cambios en media, implica un análisis similar en el caso de la persistencia, donde el 87% de series sí muestra tener persistencia entre estados. Sin embargo, no se puede considerar el mismo análisis para la diferencia de varianzas debido a que es necesario hallar la diferencia estadística a través de pruebas de Wald.

El modelo 4, finalmente, cuenta con dos grupos de probabilidades de persistencia. El primer grupo se refiere a la persistencia con respecto a las medias; mientras que el segundo, con respecto a varianzas. En el caso del primero, se encontró que el 43% de las series sí mostraría persistencia y hay una diferencia sustancial con el 87% del segundo grupo. Sin embargo, a nivel total del modelo, el 41% de series encuentra un elevado nivel de persistencia en todos los posibles estados existentes.

Así, revisando la diferencia entre medias y que estas sean persistentes, se encontró que el 35% (16) sí cumple con estas características. De este total, siete son metales (incluyendo al grupo como un todo); dos, agrícolas; el total de industriales; y cinco, comestibles.

**Tabla 4. Resultados de estimaciones – persistencia**

| Commodities                               | Mod 1    |          | Mod 2    |          | Mod 3    |          | Mod 4     |           |           |           |
|-------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                                           | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $pm_{11}$ | $pm_{22}$ | $ps_{11}$ | $ps_{22}$ |
| <b>Comestibles</b>                        |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| <b>Comida</b>                             |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| <b>Cereales</b>                           |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Trigo                                     | 0,91     | 0,86     | 0,98     | 0,47     | 0,91     | 0,86     | 0,53      | 0,93      | 0,93      | 0,86      |
| Maíz                                      | 0,89     | 0,52     | 0,99     | 0,25     | 0,89     | 0,50     | 0,69      | 0,85      | 0,84      | 0,50      |
| Arroz                                     | 0,99     | 0,85     | 0,99     | 0,50     | 0,96     | 0,88     | 0,92      | 0,54      | 0,95      | 0,90      |
| Cebada                                    | 0,87     | 0,81     | 0,83     | 1,00     | 0,86     | 0,82     | 0,41      | 0,86      | 0,90      | 0,85      |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Soya                                      | 0,89     | 0,79     | 0,99     | 0,00     | 0,89     | 0,79     | 0,90      | 0,66      | 0,89      | 0,69      |
| Aceite de Soya                            | 0,96     | 0,88     | 0,97     | 0,42     | 0,96     | 0,88     | 0,79      | 0,68      | 0,96      | 0,87      |
| Harina de Soya                            | 0,94     | 0,93     | 0,90     | 0,64     | 0,94     | 0,93     | 0,85      | 0,67      | 0,94      | 0,93      |
| Aceite de Palma                           | 0,98     | 0,96     | 0,57     | 0,98     | 0,98     | 0,96     | 0,80      | 0,90      | 0,99      | 0,96      |
| Aceite de Girasol                         | 0,93     | 0,66     | 1,00     | 0,50     | 0,93     | 0,67     | 0,91      | 0,44      | 0,95      | 0,63      |
| Aceite de Oliva                           | 0,87     | 0,67     | 0,57     | 0,98     | 0,88     | 0,67     | 0,89      | 0,59      | 0,90      | 0,66      |
| Maní                                      | 0,85     | 0,66     | 0,98     | 0,40     | 0,85     | 0,66     | 0,93      | 0,59      | 0,90      | 0,70      |
| <b>Carne</b>                              |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Carne                                     | 0,93     | 0,86     | 0,98     | 0,27     | 0,93     | 0,86     | 0,48      | 0,88      | 0,95      | 0,83      |
| Carne de Cordero                          | 0,95     | 0,86     | 0,95     | 0,40     | 0,95     | 0,86     | 0,83      | 0,81      | 0,94      | 0,83      |
| Pollo                                     | 0,97     | 0,63     | 0,97     | 0,61     | 0,96     | 0,93     | 0,98      | 0,62      | 0,99      | 0,99      |
| Cerdo                                     | 0,99     | 0,53     | 1,00     | 0,00     | 0,99     | 0,53     | 0,99      | 0,42      | 0,99      | 0,54      |
| <b>Comida Marina</b>                      |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Pescado                                   | 0,96     | 0,97     | 0,98     | 0,50     | 0,97     | 0,97     | 0,86      | 0,73      | 0,96      | 0,96      |
| Carne de Pescado                          | 0,94     | 0,83     | 0,80     | 0,94     | 0,94     | 0,83     | 0,88      | 0,82      | 0,96      | 0,79      |
| <b>Otros</b>                              |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Azúcar                                    | 0,95     | 0,97     | 0,95     | 0,56     | 0,95     | 0,97     | 0,68      | 0,78      | 0,91      | 0,97      |
| Plátano                                   | 0,98     | 0,99     | 0,94     | 0,00     | 0,98     | 0,99     | 0,29      | 0,93      | 0,99      | 0,99      |
| Naranjas                                  | 0,72     | 1,00     | 0,86     | 1,00     | 0,77     | 0,82     | 0,90      | 0,90      | 0,90      | 0,91      |
| <b>Bebidas</b>                            |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Índice Bebidas                            | 0,94     | 0,71     | 0,98     | 0,55     | 0,94     | 0,81     | 0,81      | 0,76      | 0,94      | 0,87      |
| Café                                      | 0,96     | 0,79     | 0,98     | 0,61     | 0,96     | 0,85     | 0,89      | 0,65      | 0,96      | 0,84      |
| Granos de Cocoa                           | 0,96     | 0,98     | 0,92     | 0,50     | 0,97     | 0,96     | 0,51      | 0,76      | 0,95      | 0,98      |
| Té                                        | 0,96     | 0,98     | 0,97     | 0,38     | 0,96     | 0,98     | 0,63      | 0,72      | 0,93      | 0,95      |
| <b>Industriales</b>                       |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Índice Industriales                       | 0,99     | 0,97     | 0,96     | 0,86     | 0,99     | 0,97     | 0,92      | 0,84      | 0,99      | 0,96      |
| <b>Agriculturales</b>                     |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Índice Agrícolas                          | 0,97     | 0,91     | 0,00     | 1,00     | 0,97     | 0,90     | 0,77      | 0,78      | 0,97      | 0,88      |
| Madera Dura                               | 0,95     | 0,91     | 0,99     | 0,52     | 0,96     | 0,92     | 0,96      | 0,64      | 0,98      | 0,96      |
| Madera Aserrada Dura                      | 0,95     | 0,88     | 0,99     | 0,00     | 0,95     | 0,88     | 0,61      | 0,88      | 0,95      | 0,88      |



| <i>Commodities</i>     | Mod 1    |          | Mod 2    |          | Mod 3    |          | Mod 4     |           |           |           |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                        | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $pm_{11}$ | $pm_{22}$ | $ps_{11}$ | $ps_{22}$ |
| Madera Blanda          | 0,92     | 0,94     | 0,96     | 0,00     | 0,94     | 0,92     | 0,00      | 0,38      | 0,97      | 0,91      |
| Madera Aserrada Blanda | 0,88     | 0,74     | 0,99     | 0,00     | 0,89     | 0,74     | 0,93      | 1,00      | 0,89      | 0,74      |
| Algodón                | 0,95     | 0,82     | 0,98     | 0,68     | 0,93     | 0,82     | 0,82      | 0,84      | 0,93      | 0,81      |
| Caucho                 | 0,93     | 0,95     | 0,94     | 0,73     | 0,93     | 0,95     | 0,43      | 0,95      | 0,95      | 0,96      |
| <b>Metales</b>         |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Índice Metales         | 0,99     | 0,96     | 0,93     | 0,83     | 0,99     | 0,97     | 0,90      | 0,83      | 0,99      | 0,97      |
| Aluminio               | 0,98     | 0,93     | 0,96     | 0,80     | 0,98     | 0,93     | 0,92      | 0,73      | 0,99      | 0,95      |
| Cobre                  | 0,97     | 0,91     | 0,98     | 0,67     | 0,97     | 0,90     | 0,94      | 0,82      | 0,98      | 0,91      |
| <i>Iron Ore</i>        | 0,88     | 0,79     | 1,00     | 0,00     | 0,88     | 0,79     | 0,96      | 0,53      | 0,90      | 0,80      |
| Plomo                  | 0,95     | 0,91     | 0,97     | 0,76     | 0,95     | 0,90     | 0,95      | 0,72      | 0,95      | 0,81      |
| Níquel                 | 0,97     | 0,96     | 0,95     | 0,78     | 0,98     | 0,95     | 0,90      | 0,75      | 0,99      | 0,96      |
| Estaño                 | 0,91     | 0,92     | 0,95     | 0,67     | 0,91     | 0,92     | 0,73      | 0,97      | 0,92      | 0,91      |
| Zinc                   | 0,98     | 0,96     | 0,95     | 0,78     | 0,98     | 0,97     | 0,99      | 0,83      | 0,98      | 0,96      |
| Uranio                 | 0,85     | 0,82     | 0,98     | 0,00     | 0,84     | 0,82     | 0,98      | 0,92      | 0,93      | 0,79      |
| <b>Energía</b>         |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Carbón                 | 0,76     | 0,81     | 0,98     | 0,74     | 0,76     | 0,81     | 0,78      | 0,96      | 0,76      | 0,80      |
| Crudo de Petróleo      | 0,97     | 0,88     | 0,60     | 0,98     | 0,97     | 0,90     | 0,90      | 0,47      | 0,97      | 0,89      |
| <b>Otros</b>           |          |          |          |          |          |          |           |           |           |           |
| Pieles                 | 0,93     | 0,73     | 0,00     | 1,00     | 0,93     | 0,73     | 0,68      | 0,97      | 0,93      | 0,73      |
| Lana                   | 0,84     | 0,64     | 0,97     | 0,34     | 0,81     | 0,58     | 0,85      | 0,80      | 0,76      | 0,59      |
| Lana fina              | 0,88     | 0,86     | 0,94     | 0,39     | 0,87     | 0,89     | 0,66      | 0,89      | 0,87      | 0,84      |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Tomando en cuenta estas observaciones, es posible indicar que los modelos lineales, solo con constante, son capaces de identificar correctamente la evolución de precios de *commodities*. Sin embargo, también es posible que estas series sean modeladas a través de M-S. Los casos estudiados muestran que, en primer lugar, estos modelos permiten identificar medias distintas a lo largo de la historia de las series.

Este resultado puede verse a través de tres caminos, sea una única varianza a lo largo del tiempo, así como varianzas distintas, donde cada una está asociada con un estado. Adicionalmente, se encuentra una ganancia por permitir la existencia de dos medias y dos varianzas, pero cuando estas no necesariamente están dirigidas por un único proceso de Markov, sino por uno doble.

Estas afirmaciones deben ser comprobadas a partir de pruebas de hipótesis que se realizarán más adelante.

Previamente, se mencionó que la persistencia puede ser evaluada desde dos enfoques. El primero se realiza a través de las probabilidades de permanencia que se encuentran en la tabla 4. En segundo lugar, hallar las duraciones estimadas permite tener una visión más clara de cuánto sería el tiempo promedio<sup>12</sup> que dura cada ciclo, de subida o caída de precios, a lo largo de la historia de la serie.

De esta manera, si existe persistencia entre estados, los períodos de subida o caída de precios deberían mantenerse por un tiempo prudente. De comprobarse ello, se podría identificar la existencia de *long swings* en los *commodities*. En los gráficos ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia., ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. y gráfico 7 se puede encontrar la duración para cada uno de los modelos: Modelo 1, dos estados de media asociada con una varianza; Modelo 2, dos estados de media distinta con una sola varianza; y Modelo 3, dos estados con una sola media pero dos varianzas.

En el modelo 1 (¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.) se puede observar que existen unas pocas series donde la persistencia es elevada, pero solo para una media (en este caso, para etapas de contracción). Esto guarda consistencia con los resultados obtenidos por las probabilidades. Luego de ello, se puede observar resultados balanceados, en donde las expansiones y contracciones se encuentran entre 20 y 40 meses, lo cual fundamenta la existencia de patrones *long swing* en la historia de estas series de tiempo. Asimismo, aterrizando el análisis, se encuentra que, en las etapas de contracción, al menos el 70% de series es capaz de durar por lo menos 6 meses; y el 48% de las series lo hace en las fases de expansión. Intentando buscar ciclos más largos, en este caso de 12 meses, se encuentra que los números se reducen a 46% y 28%, respectivamente.

En el caso del segundo modelo (¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.), se podrían encontrar evidencias de patrones de larga duración, y, si bien se encuentran medias distintas (positiva y negativa), no muestra patrones *long swing*, pues solo tiene una duración extensa para casos de contracción o expansión, pero difícilmente para ambos casos. Por ese motivo, se presume que asumir una sola varianza a lo largo del tiempo no permite identificar bien los ciclos que pueden generarse en el tiempo.

---

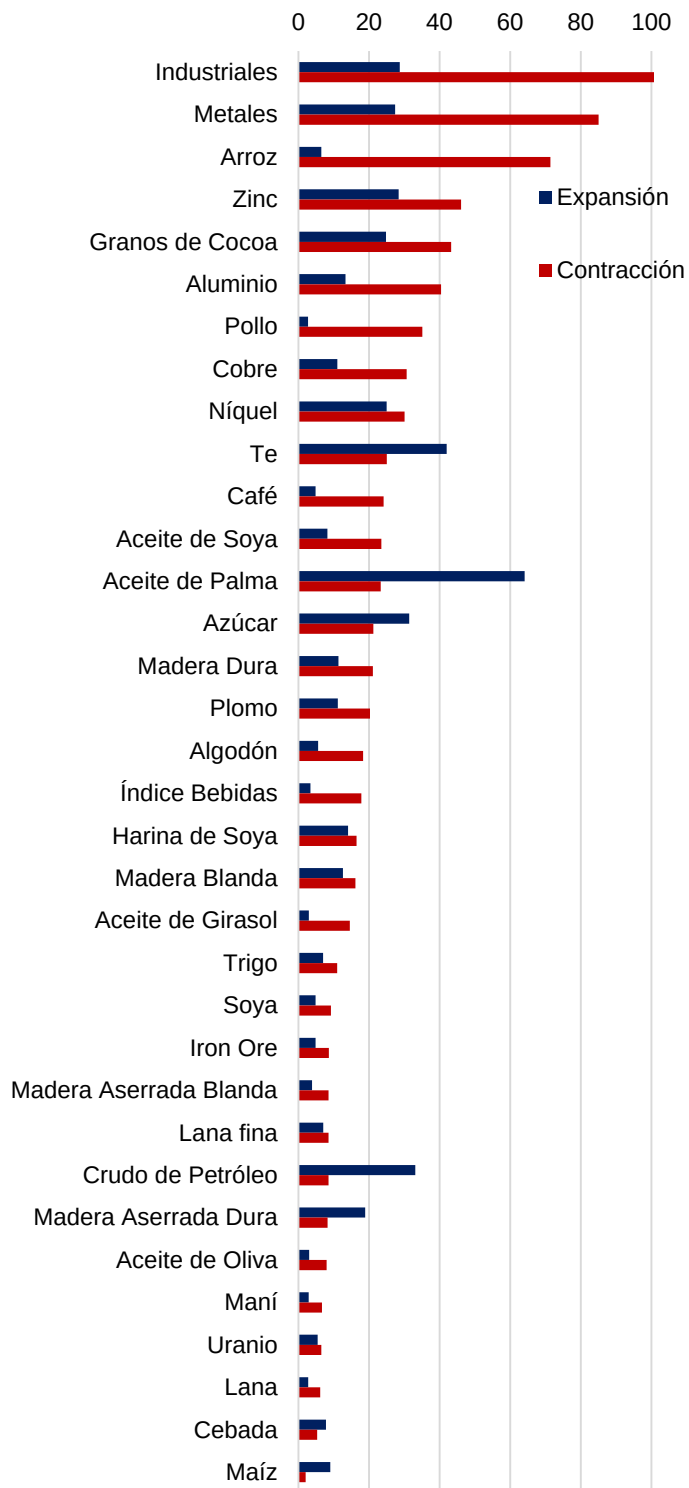
<sup>12</sup> Medido en meses.

Finalmente, en el tercer modelo (gráfico 7), se encuentra un patrón similar al primer modelo, pues existen algunas series con duraciones extensas en solo una fase (principalmente menor volatilidad), pero luego pasan a tener duraciones bastante balanceadas en cada una de las fases. Así, con un análisis similar al primer modelo, se encuentra que al menos el 93% de series muestra una duración mayor a seis meses para los estados de menor volatilidad; y el 61%, en estado de mayor volatilidad. En el caso de duraciones más extensas, como un año, este número se reduce a 69% y 34%, respectivamente.

Un factor constante en los modelos 1 y 2 es que los períodos de caída suelen ser más extensos que los períodos de incremento en los precios. Ello guarda relación con el trabajo de (Cashin, McDermott y Scott (2002), quienes encontraron resultados similares, mostrando que las caídas tienden a tener mayor duración, por encima de 10 meses, pero con un modelo distinto al M-S.

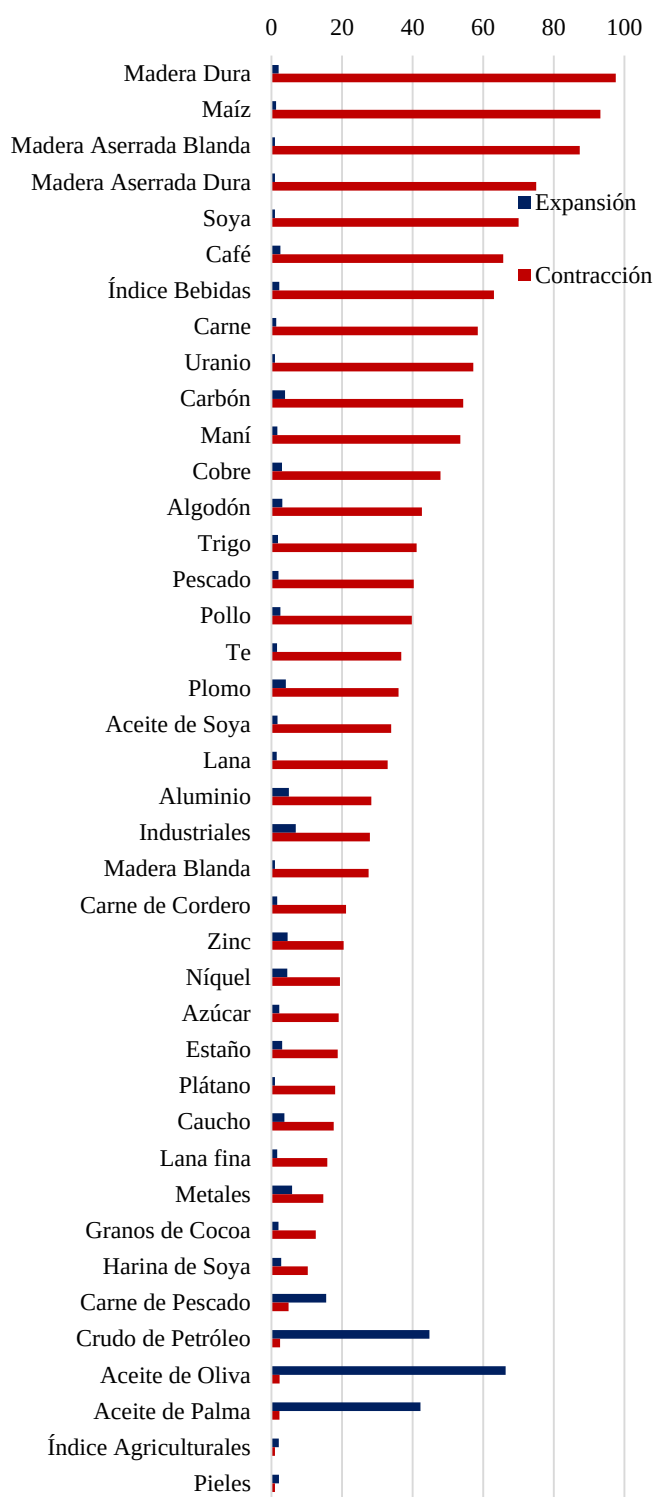
Asimismo, se encuentra que la diferencia fuerte entre las duraciones del modelo 1 y el modelo 2 se da principalmente por asumir una única varianza en el último caso. Así, se identifica que la ganancia en duración se da por incorporar la posibilidad de que cada régimen esté asociado a una varianza, lo cual está dado en el modelo 3.

**Gráfico 5. Duraciones Modelo 1 (regímenes de medias)**



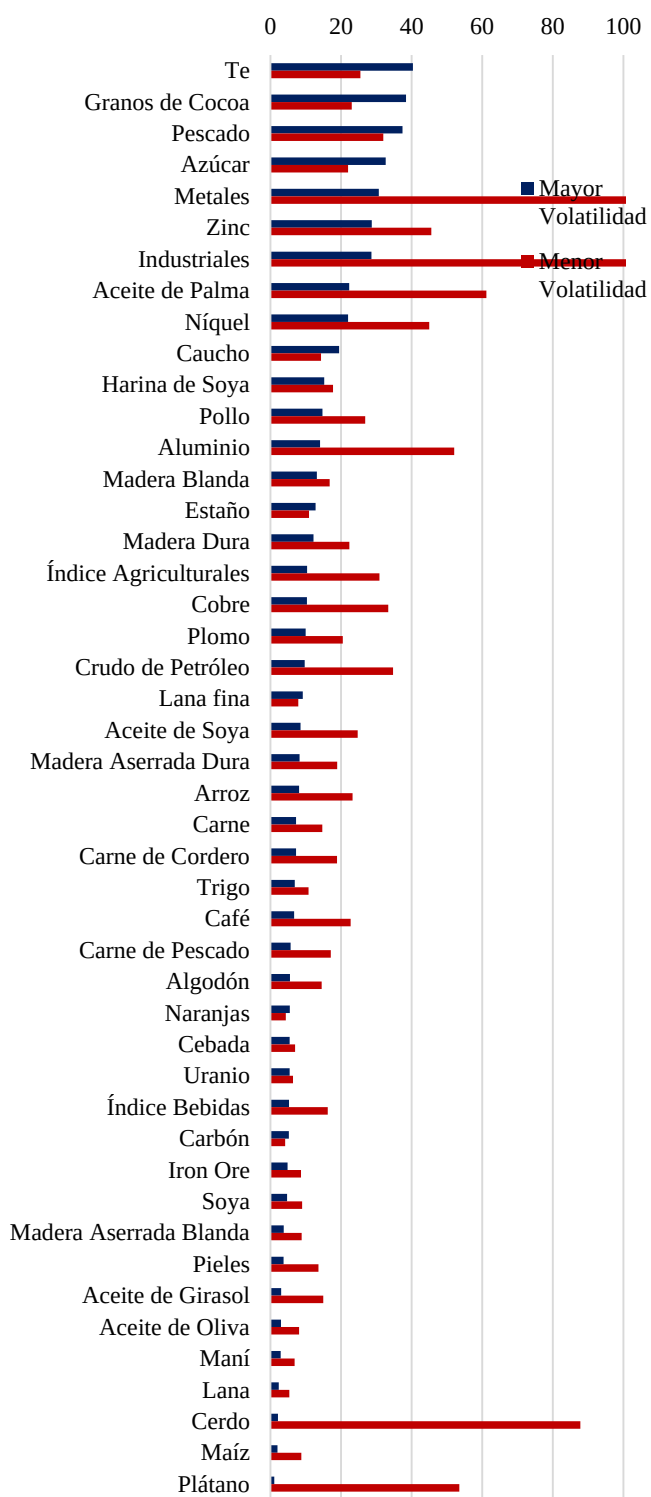
Fuente: Elaboración propia, 2016.

**Gráfico 6. Duraciones Modelo 2 (regímenes de medias)**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

**Gráfico 7. Duraciones Modelo 3 (regímenes de varianzas)**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

## Capítulo V. Pruebas de buen ajuste (*Good Fit*)

Si bien los modelos propuestos y la interpretación económica dan luces sobre la posible existencia de los superciclos o *long swings* en la historia de los *commodities*, es posible agregar un mayor nivel de detalle a la capacidad de los modelos de explicar la data. Ello se estudia a través de índices que miden la capacidad de buena clasificación de regímenes y qué tan bien se ajustan a la data. Estos deberían ayudar a poder elegir, finalmente, uno de los modelos como el mejor para explicar las series estudiadas.

Así, Goutte (2014) indica que un buen modelo de cambio de régimen es aquel en donde los regímenes son clasificados de manera rápida y cuyas probabilidades suavizadas sean cercanas a 1 o 0. A partir de ello, se opta por tomar tres medidas que sean capaces de identificar estas características dentro de los modelos.

### 1. *Regime Classification Measure (RCM)*

La medida de clasificación de régimen fue propuesta inicialmente por Ang y Bekaert (2002). La idea inicial es que la probabilidad *ex post* de observar un régimen debería ser cercana a 1, si es que el modelo tiene una clasificación perfecta. Posteriormente, Baele (2005) toma la idea inicial y desarrolla un estadístico donde incorpora la posibilidad de incluir múltiples estados. Este toma rangos entre 0 y 100, donde el valor de 0, indica que el modelo es capaz de predecir de manera perfecta los cambios en régimen; mientras que un valor de 100 indica que no es capaz de identificarlos.

Finalmente, los estadísticos propuestos son  $RCM_1$  para un modelo con dos regímenes; mientras que  $RCM_2$  se usa para un modelo con un mayor número ( $k$ ) de regímenes.

$$RCM_1 = 400 \times \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_t (1 - p_t) \dots \text{Dos regímenes}$$
$$RCM_2 = 100 \times \left( 1 - \frac{k}{k-1} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^k \left( p_{i,t} - \frac{1}{k} \right)^2 \right) \dots K \text{ regímenes}$$

## 2. *Smoothed Probability Indicator (SPI)*

Esta medida sirve para clasificar la data. Se asigna un parámetro  $p$ , donde una buena clasificación se ha dado si la probabilidad suavizada es menor a  $p$  o mayor a  $1 - p$ , con  $p \in [0,1]$ . De esta manera, en cualquier momento del tiempo existe una probabilidad mayor a  $(100 - 2p)\%$  de que la data esté ubicada correctamente en uno de los regímenes. Este porcentaje es al que se denominará  $P^p\%$ .

## 3. **Criterios de información: Akaike (AIC) y Bayesian (BIC)**

Debido al proceso de estimación que existe detrás de los modelos, es importante que se tomen los datos obtenidos como resultado de Máxima Verosimilitud (ML). Así, mientras mayor sea este resultado, el modelo debería ser preferible a otros. Finalmente, se debería elegir aquellos modelos cuyo AIC y BIC sean menores.

$$AIC = -2 \ln \left( L(\Theta^{(n)}) \right) + 2k$$
$$BIC = -2 \times \ln \left( L(\Theta^{(n)}) \right) + k \ln(n)$$

En la tabla 5 se resumen los resultados obtenidos. Bajo el enfoque de RCM, una buena clasificación se daría con valores del índice cercanos a 0; y una mala clasificación, con un valor cercano a 100. Bajo este indicador, el modelo que muestra tener mejores resultados es el segundo modelo, pues, en promedio, su indicador llega a 19,5, mostrando que el modelo que clasifica únicamente medias muestra un mejor *performance*. En el caso del resto de modelos, que son los que permiten más de una varianza, estos no tienen tan buen *performance*, con el indicador en 52,6, 56,2 y 62,6 para los Modelos 1, 3 y 4, respectivamente.

En el caso del SPI, se encuentra un patrón similar, pues el indicador muestra la probabilidad de que los estados muestren una persistencia elevada<sup>13</sup>. Así, se halló que el modelo 2 tiene una mejor *performance* que el resto de modelos. Ello se debe a que, en promedio, el valor para los *commodities* en el modelo 2 es de 92%, mientras que en los modelos 1 y 3 es cercano a 61%. Finalmente, el modelo con peor *fit*, bajo este indicador, es el modelo 4, con solo 23%.

---

<sup>13</sup> Ello se mide como las probabilidades suavizadas superiores a 80% o menores a 20%.



**Tabla 5. Pruebas de *Good Fit* - RCM y SPI**

| <i>Commodities</i>                        | RCM   |       |       |       | SPI   |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 | Mod 4 | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 | Mod 4 |
| <b>Comestibles</b>                        |       |       |       |       |       |       |       |       |
| <b>Comida</b>                             |       |       |       |       |       |       |       |       |
| <b>Cereales</b>                           |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Trigo                                     | 71,0  | 14,7  | 71,5  | 61,8  | 45%   | 96%   | 43%   | 19%   |
| Maíz                                      | 57,6  | 5,3   | 58,0  | 81,3  | 80%   | 99%   | 78%   | 0%    |
| Arroz                                     | 19,6  | 4,2   | 49,7  | 58,3  | 92%   | 99%   | 71%   | 33%   |
| Cebada                                    | 76,8  | 0,0   | 79,3  | 72,3  | 29%   | 100%  | 17%   | 0%    |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Soya                                      | 75,8  | 5,6   | 76,1  | 72,3  | 30%   | 100%  | 29%   | 0%    |
| Aceite de Soya                            | 58,4  | 16,7  | 57,5  | 79,5  | 63%   | 97%   | 64%   | 0%    |
| Harina de Soya                            | 68,6  | 60,0  | 67,5  | 78,6  | 45%   | 66%   | 46%   | 0%    |
| Aceite de Palma                           | 39,1  | 16,4  | 40,0  | 66,2  | 80%   | 95%   | 79%   | 9%    |
| Aceite de Girasol                         | 45,5  | 1,4   | 45,0  | 48,0  | 81%   | 100%  | 81%   | 63%   |
| Aceite de Oliva                           | 70,7  | 10,1  | 69,9  | 67,7  | 49%   | 97%   | 51%   | 0%    |
| Maní                                      | 72,6  | 10,0  | 71,6  | 60,4  | 46%   | 97%   | 50%   | 33%   |
| <b>Carne</b>                              |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Carne                                     | 69,1  | 8,7   | 69,0  | 65,9  | 48%   | 99%   | 49%   | 0%    |
| Carne de Cordero                          | 59,3  | 25,3  | 59,2  | 79,7  | 65%   | 94%   | 65%   | 0%    |
| Pollo                                     | 19,5  | 16,3  | 56,7  | 31,2  | 94%   | 94%   | 61%   | 74%   |
| Cerdo                                     | 7,8   | 0,9   | 8,3   | 8,5   | 99%   | 100%  | 99%   | 99%   |
| <b>Comida Marina</b>                      |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Pescado                                   | 49,7  | 15,5  | 46,9  | 73,3  | 70%   | 95%   | 71%   | 0%    |
| Carne de Pescado                          | 56,9  | 58,6  | 56,9  | 66,7  | 66%   | 61%   | 66%   | 7%    |
| <b>Otros</b>                              |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Azúcar                                    | 52,1  | 32,2  | 51,5  | 79,2  | 66%   | 90%   | 67%   | 0%    |
| Plátano                                   | 17,5  | 19,8  | 17,6  | 29,4  | 94%   | 100%  | 93%   | 88%   |
| Naranjas                                  | 0,4   | 4,1   | 88,9  | 61,0  | 100%  | 100%  | 11%   | 6%    |
| <b>Bebidas</b>                            |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Índice Bebidas                            | 46,6  | 10,6  | 60,4  | 81,2  | 80%   | 97%   | 63%   | 0%    |
| Café                                      | 43,2  | 10,1  | 51,3  | 66,7  | 78%   | 97%   | 71%   | 3%    |
| Granos de Cocoa                           | 52,9  | 43,9  | 56,4  | 75,5  | 66%   | 85%   | 62%   | 0%    |
| Té                                        | 51,7  | 15,2  | 53,3  | 86,0  | 66%   | 98%   | 65%   | 0%    |
| <b>Industriales</b>                       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Índice Industriales                       | 31,5  | 41,9  | 34,5  | 61,2  | 82%   | 77%   | 77%   | 24%   |
| <b>Agriculturales</b>                     |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Índice Agrícolas                          | 56,2  | 1,9   | 56,8  | 76,6  | 63%   | 100%  | 62%   | 0%    |
| Madera Dura                               | 51,5  | 6,6   | 50,5  | 42,3  | 69%   | 98%   | 69%   | 58%   |
| Madera Aserrada Dura                      | 45,9  | 5,2   | 45,9  | 65,3  | 77%   | 100%  | 77%   | 5%    |

| <i>Commodities</i>     | RCM   |       |       |       | SPI   |       |       |       |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                        | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 | Mod 4 | Mod 1 | Mod 2 | Mod 3 | Mod 4 |
| Madera Blanda          | 63,4  | 13,5  | 62,6  | 82,3  | 57%   | 100%  | 57%   | 1%    |
| Madera Aserrada Blanda | 74,7  | 4,5   | 73,1  | 48,8  | 33%   | 100%  | 37%   | 37%   |
| Algodón                | 54,4  | 18,7  | 61,8  | 76,2  | 70%   | 93%   | 62%   | 0%    |
| Caucho                 | 55,4  | 43,0  | 55,5  | 48,5  | 65%   | 81%   | 64%   | 49%   |
| <b>Metales</b>         |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Índice Metales         | 37,1  | 58,7  | 33,8  | 58,5  | 77%   | 59%   | 80%   | 27%   |
| Aluminio               | 44,8  | 38,1  | 39,3  | 50,9  | 73%   | 81%   | 78%   | 46%   |
| Cobre                  | 49,4  | 15,7  | 46,6  | 60,4  | 70%   | 95%   | 72%   | 29%   |
| <i>Iron Ore</i>        | 56,0  | 1,8   | 55,9  | 45,1  | 56%   | 100%  | 56%   | 56%   |
| Plomo                  | 59,5  | 27,2  | 58,6  | 55,0  | 59%   | 88%   | 62%   | 43%   |
| Níquel                 | 48,9  | 45,1  | 42,4  | 57,3  | 70%   | 75%   | 76%   | 35%   |
| Estaño                 | 62,6  | 38,8  | 62,6  | 57,7  | 54%   | 85%   | 54%   | 33%   |
| Zinc                   | 47,9  | 46,3  | 48,2  | 46,7  | 71%   | 75%   | 71%   | 51%   |
| Uranio                 | 72,8  | 6,8   | 73,0  | 53,3  | 47%   | 100%  | 45%   | 44%   |
| <b>Energía</b>         |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Carbón                 | 75,3  | 15,0  | 75,3  | 68,4  | 39%   | 94%   | 39%   | 0%    |
| Crudo de Petróleo      | 39,7  | 14,5  | 40,0  | 54,8  | 79%   | 95%   | 79%   | 43%   |
| <b>Otros</b>           |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Pieles                 | 53,0  | 1,8   | 52,9  | 49,3  | 71%   | 100%  | 71%   | 55%   |
| Lana                   | 80,5  | 15,7  | 81,7  | 91,2  | 0%    | 97%   | 0%    | 0%    |
| Lana fina              | 74,5  | 31,5  | 72,1  | 78,3  | 35%   | 92%   | 38%   | 0%    |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Los resultados de los criterios de información están plasmados en la tabla 6, donde se pudo identificar que el modelo con mayores criterios de información en el caso de Akaike es el modelo 4, que permite la incorporación de cuatro estados (87% de los casos). Ello guarda sentido teórico, pues es el modelo menos restringido. De otro lado, el criterio BIC tiene un resultado ligeramente distinto, pues el modelo preferido bajo esta óptica sería el modelo 3 (59%), que permite incorporar distintas varianzas con una sola media.

Con ello se puede concluir que la ganancia que pueden tener los modelos de M-S aplicados a *commodities* vienen principalmente por el lado de la varianza y no necesariamente por el de la media, pues el modelo 2 nunca fue elegido.

Finalmente, se puede indicar que los resultados toman posturas distintas. De un lado, se encuentra que existe una ganancia en la estimación al incorporar distintas varianzas en la historia de la serie.

Sin embargo, en el ajuste de este modelo a la serie verdadera, el modelo que incluye una sola varianza pero distintas medias muestra un mejor resultado.

**Tabla 6. Criterios de información**

| <i>Commodities</i>                        | AIC      |          |          |          | BIC      |          |          |          |
|-------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                                           | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3    | Mod 4    | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3    | Mod 4    |
| <b>Comestibles</b>                        |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <b>Comida</b>                             |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <b>Cereales</b>                           |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Trigo                                     | 2.691,67 | 2.736,86 | 2.690,90 | 2.690,66 | 2.716,11 | 2.757,23 | 2.711,26 | 2.723,25 |
| Maíz                                      | 2.670,17 | 2.711,78 | 2.669,84 | 2.657,48 | 2.694,61 | 2.732,15 | 2.690,21 | 2.690,06 |
| Arroz                                     | 2.624,65 | 2.658,52 | 2.624,95 | 2.618,58 | 2.649,09 | 2.678,89 | 2.645,31 | 2.651,16 |
| Cebada                                    | 2.801,87 | 2.898,19 | 2.801,52 | 2.793,66 | 2.826,31 | 2.918,55 | 2.821,88 | 2.826,24 |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Soya                                      | 2.650,90 | 2.692,15 | 2.649,27 | 2.641,45 | 2.675,33 | 2.712,52 | 2.669,63 | 2.674,04 |
| Aceite de Soya                            | 2.719,28 | 2.731,89 | 2.717,75 | 2.708,78 | 2.743,71 | 2.752,25 | 2.738,11 | 2.741,37 |
| Harina de Soya                            | 2.755,78 | 2.789,27 | 2.755,28 | 2.740,99 | 2.780,22 | 2.809,64 | 2.775,65 | 2.773,57 |
| Aceite de Palma                           | 2.937,97 | 2.970,11 | 2.936,57 | 2.928,00 | 2.962,41 | 2.990,48 | 2.956,94 | 2.960,58 |
| Aceite de Girasol                         | 2.739,77 | 2.835,63 | 2.740,56 | 2.730,90 | 2.764,21 | 2.855,99 | 2.760,93 | 2.763,48 |
| Aceite de Oliva                           | 2.411,50 | 2.482,18 | 2.409,60 | 2.395,84 | 2.435,94 | 2.502,54 | 2.429,96 | 2.428,42 |
| Maní                                      | 2.729,64 | 2.871,91 | 2.728,93 | 2.706,05 | 2.754,08 | 2.892,27 | 2.749,30 | 2.738,64 |
| <b>Carne</b>                              |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Carne                                     | 2.362,91 | 2.387,45 | 2.360,92 | 2.362,24 | 2.387,35 | 2.407,82 | 2.381,29 | 2.394,83 |
| Carne de Cordero                          | 2.399,13 | 2.432,85 | 2.397,13 | 2.379,54 | 2.423,57 | 2.453,21 | 2.417,50 | 2.412,12 |
| Pollo                                     | 1.876,20 | 1.875,99 | 1.880,67 | 1.858,40 | 1.900,64 | 1.896,35 | 1.901,04 | 1.890,99 |
| Cerdo                                     | 3.257,85 | 3.277,07 | 3.256,05 | 3.262,02 | 3.282,29 | 3.297,44 | 3.276,42 | 3.294,60 |
| <b>Comida Marina</b>                      |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Pescado                                   | 2.668,53 | 2.723,11 | 2.666,65 | 2.652,92 | 2.692,97 | 2.743,48 | 2.687,01 | 2.685,50 |
| Carne de Pescado                          | 2.527,87 | 2.587,98 | 2.525,91 | 2.496,16 | 2.552,31 | 2.608,34 | 2.546,28 | 2.528,74 |
| <b>Otros</b>                              |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Azúcar                                    | 3.094,36 | 3.119,55 | 3.092,83 | 3.084,16 | 3.118,79 | 3.139,92 | 3.113,19 | 3.116,74 |
| Plátano                                   | 3.480,16 | 3.620,17 | 3.478,17 | 3.478,03 | 3.504,59 | 3.640,53 | 3.498,54 | 3.510,61 |
| Naranjas                                  | 3.257,64 | 3.429,57 | 3.396,59 | 3.381,04 | 3.282,08 | 3.449,93 | 3.416,95 | 3.413,62 |
| <b>Bebidas</b>                            |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Índice Bebidas                            | 2.538,86 | 2.544,74 | 2.541,80 | 2.523,28 | 2.563,29 | 2.565,11 | 2.562,16 | 2.555,86 |
| Café                                      | 2.929,02 | 2.945,26 | 2.928,80 | 2.928,52 | 2.953,45 | 2.965,62 | 2.949,17 | 2.961,11 |
| Granos de Cocoa                           | 2.736,33 | 2.747,82 | 2.735,49 | 2.726,05 | 2.760,77 | 2.768,19 | 2.755,86 | 2.758,64 |
| Té                                        | 2.944,21 | 2.972,74 | 2.943,83 | 2.939,04 | 2.968,65 | 2.993,11 | 2.964,20 | 2.971,63 |
| <b>Industriales</b>                       |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Índice Industriales                       | 2.125,29 | 2.154,58 | 2.125,45 | 2.101,91 | 2.149,73 | 2.174,95 | 2.145,81 | 2.134,50 |

| Commodities            | AIC      |          |          |          | BIC      |          |          |          |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                        | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3    | Mod 4    | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3    | Mod 4    |
| <b>Agriculturales</b>  |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Índice Agrícolas       | 2.143,10 | 2.142,95 | 2.141,13 | 2.133,74 | 2.167,53 | 2.163,31 | 2.161,49 | 2.166,32 |
| Madera Dura            | 2.664,49 | 2.784,58 | 2.663,34 | 2.649,09 | 2.688,93 | 2.804,94 | 2.683,70 | 2.681,68 |
| Madera Aserrada Dura   | 2.319,59 | 2.554,25 | 2.317,68 | 2.316,63 | 2.344,03 | 2.574,62 | 2.338,05 | 2.349,22 |
| Madera Blanda          | 2.832,02 | 2.885,06 | 2.830,45 | 2.830,29 | 2.856,46 | 2.905,42 | 2.850,82 | 2.862,87 |
| Madera Aserrada Blanda | 2.760,41 | 2.802,30 | 2.758,44 | 2.764,44 | 2.784,84 | 2.822,67 | 2.778,81 | 2.797,03 |
| Algodón                | 2.605,10 | 2.635,61 | 2.605,72 | 2.559,07 | 2.629,53 | 2.655,97 | 2.626,08 | 2.591,65 |
| Caucho                 | 2.736,49 | 2.811,76 | 2.734,83 | 2.729,27 | 2.760,93 | 2.832,13 | 2.755,19 | 2.761,86 |
| <b>Metales</b>         |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Índice Metales         | 2.432,87 | 2.459,80 | 2.433,79 | 2.401,30 | 2.457,31 | 2.480,16 | 2.454,16 | 2.433,88 |
| Aluminio               | 2.620,23 | 2.670,01 | 2.619,44 | 2.600,85 | 2.644,67 | 2.690,37 | 2.639,80 | 2.633,43 |
| Cobre                  | 2.704,16 | 2.750,68 | 2.702,89 | 2.691,89 | 2.728,60 | 2.771,04 | 2.723,25 | 2.724,48 |
| <i>Iron Ore</i>        | 1.824,54 | 2.617,05 | 1.824,53 | 1.789,78 | 1.848,97 | 2.637,42 | 1.844,89 | 1.822,36 |
| Plomo                  | 2.833,81 | 2.894,95 | 2.833,17 | 2.831,98 | 2.858,25 | 2.915,32 | 2.853,54 | 2.864,56 |
| Níquel                 | 2.948,57 | 3.017,44 | 2.951,21 | 2.916,33 | 2.973,01 | 3.037,81 | 2.971,58 | 2.948,91 |
| Estaño                 | 2.585,04 | 2.675,89 | 2.583,39 | 2.578,93 | 2.609,48 | 2.696,26 | 2.603,75 | 2.611,52 |
| Zinc                   | 2.744,16 | 2.773,93 | 2.742,33 | 2.742,71 | 2.768,60 | 2.794,30 | 2.762,70 | 2.775,29 |
| Uranio                 | 2.618,66 | 2.812,10 | 2.619,51 | 2.572,81 | 2.643,10 | 2.832,47 | 2.639,87 | 2.605,40 |
| <b>Energía</b>         |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Carbón                 | 2.211,34 | 2.579,38 | 2.209,37 | 2.175,03 | 2.235,78 | 2.599,75 | 2.229,74 | 2.207,61 |
| Crudo de Petróleo      | 2.902,86 | 2.953,93 | 2.903,10 | 2.897,95 | 2.927,30 | 2.974,29 | 2.923,46 | 2.930,53 |
| <b>Otros</b>           |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Pieles                 | 2.651,85 | 2.752,03 | 2.649,85 | 2.655,82 | 2.676,28 | 2.772,40 | 2.670,21 | 2.688,40 |
| Lana                   | 2.543,43 | 2.554,48 | 2.545,61 | 2.536,36 | 2.567,87 | 2.574,84 | 2.565,98 | 2.568,95 |
| Lana fina              | 2.710,06 | 2.780,75 | 2.713,67 | 2.704,50 | 2.734,50 | 2.801,11 | 2.734,03 | 2.737,08 |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

## Capítulo VI. Pruebas de hipótesis

Los resultados obtenidos pueden dar una idea de la existencia de diferentes regímenes en la historia de los *commodities*. Ello, unido a las prolongadas duraciones, hace pensar inmediatamente en la existencia de *long swings*. Sin embargo, para poder concluir ello, es necesario verificar que, estadísticamente, estas medias y/o varianzas son efectivamente distintas.

Por ese motivo, se aplican pruebas de Wald sobre los dos modelos de M-S previamente descritos, para tener la certeza del buen comportamiento del modelo.

La tabla 7 muestra los resultados obtenidos para los cuatro modelos bajo tres pruebas de hipótesis: el primer grupo de resultados mostrará si existen medias estadísticamente distintas; luego, el segundo grupo usará el estadístico para corroborar la existencia de varianzas distintas dentro de los modelos. Finalmente, el tercer grupo muestra los resultados de las probabilidades de persistencia; de aceptarse la prueba, indicaría que existe dependencia entre las probabilidades de transición.<sup>14</sup>

Bajo las pruebas de hipótesis es posible concluir lo que se ha venido viendo a través de los resultados del modelo, las duraciones de los ciclos y la clasificación de los regímenes. Sobre las pruebas de Wald en media, en el caso del modelo 1, son muy pocas las series en las que se identifican dos medias estadísticamente distintas (11%).

De otro lado, el modelo 2 muestra una mejor identificación de dos medias distintas (93%), lo cual se había visto previamente. Ello se encontró al ver que, adoptando una sola varianza, la diferencia absoluta entre medias se volvía mayor.

En el caso del modelo 4, que incorpora los cuatro estados, es posible identificar dos medias distintas en el 89% de los casos, aunque este análisis debe ser acompañado por la diferencia estadística en varianzas, que se encuentra en la siguiente prueba de Wald, en la que el 98% de las series estudiadas sí encuentra una verdadera diferencia.

En el caso de las pruebas de hipótesis sobre varianza, en los modelos 1, 3 y 4 se encuentra que más del 96% de series sí son capaces de identificar diferencias estadísticas entre las varianzas de los estados.

---

<sup>14</sup> El asterisco muestra el resultado significativo al 95% ( $\chi^2_{(1)} = 3,84$ ).

Con respecto a la prueba de Wald en probabilidades, se encontró que en el 98% de las series de los modelos 1 y 3 indican una dependencia entre la probabilidad de pertenencia a los estados entre  $t$  y  $t + 1$ . Sin embargo, en el caso del modelo 2, este porcentaje se reduce fuertemente a 65%.

En el caso del modelo 4, es importante identificar que hay dos tipos de probabilidades que evaluar: la cadena de Markov sobre las varianzas y la cadena sobre las medias. Así, se encuentra que en el 98% de los casos existe dependencia entre las probabilidades de  $t$  y  $t + 1$ . Sin embargo, en el caso de las probabilidades sobre medias, este número se reduce a 87%.

Con los resultados encontrados, se puede indicar que serán las varianzas las que permitan identificar más claramente los ciclos largos o *long swings* en la data, como se vio en las duraciones.

**Tabla 7. Pruebas de Wald**

| <i>Commodities</i>                        | Wald en Media |        |       | Wald en Varianza |       |       | Wald en Probabilidades |       |        |               |             |
|-------------------------------------------|---------------|--------|-------|------------------|-------|-------|------------------------|-------|--------|---------------|-------------|
|                                           | Mod 1         | Mod 2  | Mod 4 | Mod 1            | Mod 3 | Mod 4 | Mod 1                  | Mod 2 | Mod 3  | Mod 4 (Media) | Mod 4 (Var) |
| <b>Comestibles</b>                        |               |        |       |                  |       |       |                        |       |        |               |             |
| <b>Comida</b>                             |               |        |       |                  |       |       |                        |       |        |               |             |
| <b>Cereales</b>                           |               |        |       |                  |       |       |                        |       |        |               |             |
| Trigo                                     | 1,2           | 56,4*  | 16,9* | 67*              | 67,4* | 47,4* | 135,4*                 | 8*    | 131,7* | 8,7*          | 108,4*      |
| Maíz                                      | 1,6           | 34,5*  | 92*   | 21,8*            | 20*   | 34,1* | 7,9*                   | 1,3   | 6,6*   | 21,5*         | 5*          |
| Arroz                                     | 1,4           | 157,7* | 19,7* | 14,7*            | 24,8* | 54,3* | 76,5*                  | 5,7*  | 168*   | 13,1*         | 245,5*      |
| Cebada                                    | 1,5           | 0      | 64,5* | 78,9*            | 85,2* | 93,1* | 66*                    | 0     | 62,9*  | 4,8*          | 109,4*      |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |               |        |       |                  |       |       |                        |       |        |               |             |
| Soya                                      | 0,4           | 19*    | 36,6* | 41,3*            | 40,6* | 30,9* | 29,8*                  | 1,3   | 27,2*  | 13,9*         | 10,4*       |
| Aceite de Soya                            | 0,5           | 5*     | 29,1* | 18,5*            | 18,6* | 4*    | 81,4*                  | 3,7   | 97,8*  | 3,8           | 48*         |
| Harina de Soya                            | 1,4           | 19,6*  | 55,3* | 53,8*            | 53,4* | 58,8* | 281*                   | 19,1* | 359,5* | 21,7*         | 314,8*      |
| Aceite de Palma                           | 0,6           | 38,7*  | 25,5* | 33,8*            | 31,8* | 36,8* | 664,8*                 | 13,6* | 548,3* | 22,1*         | 826*        |
| Aceite de Girasol                         | 2,6           | 164,1* | 27*   | 40,9*            | 37,6* | 25,6* | 30,2*                  | 2     | 31,3*  | 7,7*          | 23,5*       |
| Aceite de Oliva                           | 0,1           | 37,2*  | 46,5* | 31,4*            | 31,8* | 35,7* | 24,2*                  | 9,8*  | 24,2*  | 16,2*         | 25,4*       |
| Maní                                      | 1,3           | 178,8* | 50,2* | 91,9*            | 90,5* | 81,4* | 28,3*                  | 7,2*  | 27*    | 22,8*         | 42,1*       |
| <b>Carne</b>                              |               |        |       |                  |       |       |                        |       |        |               |             |
| Carne                                     | 0             | 7,6*   | -9,3  | 31,8*            | 32*   | 23*   | 70,2*                  | 0,8   | 70,3*  | 6,5*          | 49*         |
| Carne de Cordero                          | 0             | 41,5*  | 79,4* | 31,2*            | 31,3* | 38,2* | 92,9*                  | 7,6*  | 100*   | 44*           | 82*         |
| Pollo                                     | 41,5*         | 112,2* | 44,6* | 1,2              | 17,9* | 32,5* | 34,2*                  | 29,1* | 214,9* | 26,6*         | 3.552,8*    |
| Cerdo                                     | 0,2           | 31,7*  | 0,1   | 3,8              | 3,4   | 3,4   | 4*                     | 0,9   | 4,1*   | 0,3           | 4,2*        |

| Commodities            | Wald en Media |       |        | Wald en Varianza |        |        | Wald en Probabilidades |        |          |               |             |
|------------------------|---------------|-------|--------|------------------|--------|--------|------------------------|--------|----------|---------------|-------------|
|                        | Mod 1         | Mod 2 | Mod 4  | Mod 1            | Mod 3  | Mod 4  | Mod 1                  | Mod 2  | Mod 3    | Mod 4 (Media) | Mod 4 (Var) |
| <b>Comestibles</b>     |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| <b>Comida</b>          |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| <b>Comida Marina</b>   |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| Pescado                | 0,1           | 47,2* | 50,4*  | 46,2*            | 45,4*  | 76,6*  | 129,9*                 | 10*    | 153,9*   | 41,5*         | 291,2*      |
| Carne de Pescado       | 0             | 37,7* | 103,1* | 21,1*            | 21,3*  | 21,3*  | 54,2*                  | 75,9*  | 54,6*    | 30,1*         | 56,9*       |
| <b>Otros</b>           |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| Azúcar                 | 0,5           | 59,1* | 127,1* | 83,8*            | 82,8*  | 140,9* | 683,8*                 | 25,1*  | 772,6*   | 14,7*         | 376,6*      |
| Plátano                | 0             | 70,5* | 18,5*  | 292,1*           | 292,3* | 290,2* | 2.587,3*               | 7*     | 2.588,1* | 1,1           | 2.836,5*    |
| Naranjas               | 488,6*        | 0     | 405,5* | 772,6*           | 69,3*  | 513,6* | 3,4                    | 0      | 25,9*    | -275,5        | 20,8*       |
| <b>Bebidas</b>         |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| Índice Bebidas         | 1,9           | 22*   | 93,3*  | 10,8*            | 12,8*  | 31,7*  | 17*                    | 9,8*   | 42*      | 34,7*         | 78,3*       |
| Café                   | 0,5           | 72,2* | 11,2*  | 8,3*             | 15,7*  | 15,6*  | 21,9*                  | 18,7*  | 94*      | 11,1*         | 104,4*      |
| Granos de Cocoa        | 1,2           | 33,2* | 149,7* | 55,6*            | 53*    | 78,8*  | 986,9*                 | 13,3*  | 719,2*   | 6,5*          | 735,7*      |
| Té                     | 1,7           | 2,5   | 80,4*  | 64,2*            | 61,5*  | 54,4*  | 637,6*                 | 1,9    | 649,4*   | 11,4*         | 102,4*      |
| <b>Industriales</b>    |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| Índice Industriales    | 2             | 50,1* | 70,2*  | 35,6*            | 33,5*  | 23,1*  | 1.575,7*               | 140,6* | 1.409,7* | 91,4*         | 597,6*      |
| <b>Agriculturales</b>  |               |       |        |                  |        |        |                        |        |          |               |             |
| Índice Agrícolas       | 0             | 46,5* | 46,2*  | 18*              | 18,5*  | 15,2*  | 64,3*                  | 1,6    | 84,7*    | 23*           | 76*         |
| Madera Dura            | 0,8           | 67,6* | 44,3*  | 69,4*            | 69,6*  | 59,4*  | 147,7*                 | 7*     | 176,6*   | 26,7*         | 520,5*      |
| Madera Aserrada Dura   | 0,1           | 93*   | 19*    | 110,1*           | 109,9* | 118,4* | 223,4*                 | 4,5*   | 221,2*   | 9*            | 254,3*      |
| Madera Blanda          | 0,4           | 19,9* | 6,3*   | 66,4*            | 65,7*  | 64,6*  | 209,5*                 | 1,9    | 238,3*   | 8,1*          | 272,2*      |
| Madera Aserrada Blanda | 0             | 27,2* | 0      | 12,6*            | 15,5*  | 15,5*  | 34,1*                  | 2,2    | 33,7*    | 0             | 33,7*       |
| Algodón                | 2,1           | 67,7* | 165,4* | 25,4*            | 26,1*  | 56*    | 76,4*                  | 36,8*  | 61,1*    | 110,6*        | 85,5*       |
| Caucho                 | 0,3           | 44,3* | 27,6*  | 131,8*           | 132,5* | 99*    | 454,6*                 | 40,9*  | 443,9*   | 7*            | 609*        |



| Commodities        | Wald en Media |        |        | Wald en Varianza |        |        | Wald en Probabilidades |       |          |               |             |
|--------------------|---------------|--------|--------|------------------|--------|--------|------------------------|-------|----------|---------------|-------------|
|                    | Mod 1         | Mod 2  | Mod 4  | Mod 1            | Mod 3  | Mod 4  | Mod 1                  | Mod 2 | Mod 3    | Mod 4 (Media) | Mod 4 (Var) |
| <b>Comestibles</b> |               |        |        |                  |        |        |                        |       |          |               |             |
| <b>Comida</b>      |               |        |        |                  |        |        |                        |       |          |               |             |
| <b>Metales</b>     |               |        |        |                  |        |        |                        |       |          |               |             |
| Índice Metales     | 3,1           | 76,8*  | 105,2* | 37,7*            | 37,8*  | 36*    | 1.298,1*               | 97,1* | 1.554,1* | 70,8*         | 1.572,3*    |
| Aluminio           | 1,5           | 31,6*  | 46,9*  | 34,5*            | 25,9*  | 30,4*  | 407,2*                 | 58,4* | 196,3*   | 22,7*         | 549,9*      |
| Cobre              | 0,8           | 18,3*  | 22,2*  | 25,2*            | 27,2*  | 22,7*  | 195,2*                 | 18,5* | 119,6*   | 3,9*          | 155,8*      |
| Iron Ore           | 2             | 228,7* | 125,5* | 232,4*           | 231,8* | 209,4* | 195,1*                 | 1,8   | 194*     | 13,4*         | 220,1*      |
| Plomo              | 1,5           | 33,4*  | 20,4*  | 47,2*            | 34,6*  | 22,9*  | 236,6*                 | 37,3* | 184,9*   | 16*           | 45,8*       |
| Níquel             | 6,1*          | 59,7*  | 109,6* | 64,3*            | 53,9*  | 51,6*  | 1.043,2*               | 73,5* | 924,3*   | 46,3*         | 828,9*      |
| Estaño             | 0,4           | 38,7*  | 38,9*  | 133,1*           | 131,7* | 91,9*  | 234*                   | 40,8* | 237,6*   | 31,8*         | 202,7*      |
| Zinc               | 0,2           | 36,8*  | -77    | 43,6*            | 44,6*  | 37,8*  | 1.083,3*               | 47,5* | 1.093,4* | 232,4*        | 732,5*      |
| Uranio             | 2,8           | 49,9*  | 85,9*  | 185,2*           | 184,1* | 79,2*  | 132,7*                 | 3,8   | 128,3*   | 455,9*        | 91,7*       |
| <b>Energía</b>     |               |        |        |                  |        |        |                        |       |          |               |             |
| Carbón             | 0             | 58,8*  | 31,3*  | 327,2*           | 327,3* | 307,9* | 95,6*                  | 45,5* | 95,7*    | 27,4*         | 81,9*       |
| Crudo de Petróleo  | 2             | 96,8*  | 31*    | 30,5*            | 27*    | 18,5*  | 157,9*                 | 23,3* | 191,4*   | 8,8*          | 188,6*      |
| <b>Otros</b>       |               |        |        |                  |        |        |                        |       |          |               |             |
| Pieles             | 0             | 119,2* | 0,3    | 45,9*            | 46,3*  | 46,8*  | 47,1*                  | 1,8   | 47,1*    | 0,1           | 46,9*       |
| Lana               | 3,9*          | 43,3*  | 32*    | 22,2*            | 25,1*  | 37,1*  | 5,4*                   | 3,6   | 3,3      | 11,1*         | 2,2         |
| Lana fina          | 4,5*          | 49,2*  | 63,2*  | 96,4*            | 111*   | 101,9* | 120,6*                 | 4,9*  | 109,2*   | 18,7*         | 95,6*       |

## Capítulo VII. Predicción del modelo

Con los resultados expuestos previamente, se encontró que estos presentan buen *fit* sobre las series estudiadas. Pero, finalmente, la importancia de estos modelos es que puedan mostrar una correcta predicción de la data. Para ello se realiza un *forecast* de las últimas 50 observaciones dentro de cada una de las series. La evaluación de la predicción de los modelos se realizará a través de comparaciones del Error Cuadrático Medio (ECM) de las estimaciones contra la data.

Para poder realizarlo, se evalúan dos tipos de estimaciones por cada modelo<sup>15</sup>. Dentro de ello, se busca encontrar la capacidad de los modelos de ir mostrando un mejor *forecast* a medida que actualizan el modelo con mayor información, frente a un único modelo que hace el *forecast* sobre la base de la data hasta cierto punto. En ese sentido, para los cuatro modelos, se evaluará el ECM de un modelo que no se actualiza contra un modelo que actualiza estimaciones a medida que obtiene más data.

Lo mencionado se puede ver en la tabla 8, donde los resultados indicarían que los modelos no actualizan parámetros (ECM0). Pese a que ello podría ser contraintuitivo, se puede observar que las diferencias entre los ECM son bastante pequeñas.

En el caso del modelo 1, se encuentra que, en el 87% de los casos, hay una mejor predicción cuando se utiliza un modelo que no se actualiza. Pese a ello, la diferencia promedio de los ECM entre ambas estimaciones es de 0,63%. La diferencia con mayor amplitud se da en el caso del arroz (6,7%), donde se prefiere el ECM0, y en el otro extremo se tiene al algodón (8,2%), con preferencia en ECM1. El resto de *commodities* mantienen una diferencia porcentual inferior al 4%.

En el caso del modelo 2, se tiene una ganancia fuerte por parte del modelo sin actualización, que en el 98% de los casos tiene un ECM0. Así, se encuentra una diferencia más grande entre los ECM, en promedio de 4%. Esta diferencia se da principalmente por algunos nombres en específico que sí muestran una fuerte ganancia, como el caso del *Iron Ore* (44,5%) y el Aceite de Girasol (31,5%).

El modelo 3 encuentra un resultado similar al modelo 1, donde el 89% de las series muestran un menor error de estimación a través del ECM0. Las diferencias entre los ECM son ligeramente más pequeñas; se obtiene en promedio 0,3%. Dentro de estas series, la mayor diferencia se da en

---

<sup>15</sup> A excepción del modelo lineal.

el pollo (1,5%), con preferencia por el ECM0, y, en el otro extremo, en el arroz (0,3%), donde se elige el ECM1.

El modelo 4 sí muestra una importante ganancia en el campo predictivo, mostrando que el poder predictivo mejora ampliamente al actualizar las estimaciones. Así, en el 63% de los casos se encuentra una mejor predicción con los modelos actualizados. Asimismo, la diferencia entre el poder predictivo de ambos modelos es pequeño (0,6%); las principales diferencias se dan en el pollo (13,9%) y el uranio (6%).

Finalmente, el modelo 4 es el que muestra un menor error de estimación frente al resto de modelos, incluyendo el modelo lineal. Así, es capaz de estimar con menor margen de error en al menos del 84% de los *commodities* estudiados.

**Tabla 8. Predicción de modelos – ECM**

| <i>Commodities</i>                        | MCO    | Mod 1  |        | Mod 2  |        | Mod 3  |        | Mod 4  |        |
|-------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                                           | ECM    | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  |
| <b>Comestibles</b>                        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| <b>Comida</b>                             |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| <b>Cereales</b>                           |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Trigo                                     | 48,77  | 48,87  | 48,94  | 46,77  | 48,45  | 48,85  | 48,83  | 48,43  | 48,80  |
| Maíz                                      | 35,50  | 35,44  | 35,57  | 35,26  | 35,30  | 35,50  | 35,54  | 35,17  | 34,47  |
| Arroz                                     | 32,14  | 31,47  | 33,58  | 26,54  | 28,88  | 32,16  | 32,06  | 30,98  | 31,22  |
| Cebada                                    | 34,59  | 34,30  | 34,69  | 34,59  | 34,80  | 34,66  | 34,72  | 34,63  | 34,41  |
| <b>Aceites Vegetales / Carne Proteína</b> |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Soya                                      | 36,62  | 36,80  | 37,01  | 36,62  | 36,75  | 36,63  | 36,71  | 36,09  | 35,49  |
| Aceite de Soya                            | 30,63  | 30,81  | 30,88  | 30,22  | 30,78  | 30,62  | 30,76  | 30,02  | 30,69  |
| Harina de Soya                            | 46,09  | 46,57  | 47,07  | 45,30  | 46,24  | 46,15  | 46,21  | 45,89  | 46,21  |
| Aceite de Palma                           | 58,62  | 58,74  | 59,10  | 56,64  | 58,94  | 58,68  | 58,74  | 58,58  | 56,85  |
| Aceite de Girasol                         | 73,54  | 73,00  | 72,92  | 68,10  | 89,52  | 73,81  | 73,96  | 71,74  | 73,96  |
| Aceite de Oliva                           | 16,53  | 16,51  | 16,57  | 16,56  | 16,74  | 16,53  | 16,57  | 16,47  | 16,17  |
| Maní                                      | 22,61  | 22,49  | 22,62  | 22,88  | 22,55  | 22,90  | 23,08  | 22,45  | 23,08  |
| <b>Carne</b>                              |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Carne                                     | 17,93  | 17,92  | 18,05  | 17,57  | 18,04  | 17,93  | 18,02  | 17,82  | 17,71  |
| Carne de Cordero                          | 12,01  | 12,02  | 12,20  | 12,03  | 12,06  | 12,01  | 12,05  | 12,21  | 11,32  |
| Pollo                                     | 3,18   | 2,84   | 2,86   | 2,86   | 2,89   | 3,18   | 3,23   | 3,09   | 2,66   |
| Cerdo                                     | 108,97 | 109,86 | 108,95 | 108,98 | 109,37 | 108,95 | 109,15 | 109,58 | 109,15 |
| <b>Comida Marina</b>                      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Pescado                                   | 42,25  | 42,28  | 42,68  | 41,27  | 42,14  | 42,24  | 42,31  | 42,28  | 41,93  |

| <i>Commodities</i>     | MCO    | Mod 1  |        | Mod 2  |        | Mod 3  |        | Mod 4  |        |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                        | ECM    | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  | ECM 0  | ECM 1  |
| Carne de Pescado       | 24,29  | 24,23  | 24,21  | 22,29  | 24,46  | 24,28  | 24,24  | 23,87  | 23,67  |
| <b>Otros</b>           |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Azúcar                 | 64,34  | 63,97  | 64,56  | 60,64  | 61,97  | 64,42  | 64,44  | 63,04  | 62,24  |
| Plátano                | 191,14 | 191,08 | 191,63 | 189,30 | 192,62 | 191,14 | 191,83 | 199,04 | 191,17 |
| Naranjas               | 137,54 | 134,22 | 138,30 | 137,54 | 137,56 | 137,66 | 138,06 | 138,25 | 137,57 |
| <b>Bebidas</b>         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Índice Bebidas         | 16,19  | 16,20  | 16,59  | 16,23  | 16,40  | 16,27  | 16,44  | 16,43  | 15,74  |
| Café                   | 45,51  | 45,38  | 45,87  | 44,58  | 45,22  | 45,55  | 45,93  | 45,70  | 45,93  |
| Granos de Cocoa        | 34,34  | 34,28  | 34,02  | 33,60  | 33,94  | 34,28  | 34,47  | 34,21  | 33,95  |
| Té                     | 54,73  | 54,91  | 55,05  | 55,41  | 55,99  | 54,80  | 54,97  | 55,97  | 54,38  |
| <b>Industriales</b>    |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Índice Industriales    | 10,24  | 10,14  | 10,23  | 9,32   | 9,57   | 10,27  | 10,25  | 10,25  | 9,50   |
| <b>Agriculturales</b>  |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Índice Agrícolas       | 7,34   | 7,35   | 7,41   | 7,34   | 7,37   | 7,34   | 7,37   | 7,26   | 7,12   |
| Madera Dura            | 14,34  | 14,23  | 14,31  | 14,27  | 14,35  | 14,36  | 14,38  | 13,88  | 14,45  |
| Madera Aserrada Dura   | 5,87   | 5,87   | 5,89   | 5,87   | 6,01   | 5,87   | 5,91   | 5,82   | 5,77   |
| Madera Blanda          | 43,75  | 43,72  | 44,01  | 43,54  | 43,90  | 43,71  | 43,84  | 44,71  | 41,59  |
| Madera Aserrada Blanda | 41,25  | 41,21  | 41,46  | 41,24  | 41,41  | 41,25  | 41,30  | 41,77  | 41,30  |
| Algodón                | 33,78  | 33,52  | 30,78  | 30,82  | 30,88  | 33,85  | 34,02  | 32,89  | 34,37  |
| Caucho                 | 56,45  | 56,36  | 56,68  | 54,61  | 56,04  | 56,51  | 56,60  | 55,45  | 55,36  |
| <b>Metales</b>         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Índice Metales         | 18,66  | 18,44  | 18,67  | 17,24  | 17,73  | 18,76  | 18,79  | 18,17  | 17,43  |
| Aluminio               | 20,48  | 20,59  | 20,63  | 20,67  | 21,07  | 20,50  | 20,58  | 20,78  | 20,65  |
| Cobre                  | 38,31  | 37,95  | 38,28  | 37,12  | 38,98  | 38,40  | 38,56  | 36,42  | 37,43  |
| Iron Ore               | 61,80  | 62,10  | 62,40  | 61,80  | 89,32  | 62,18  | 62,04  | 62,63  | 61,98  |
| Plomo                  | 53,08  | 52,44  | 53,00  | 49,80  | 53,47  | 53,31  | 53,58  | 51,05  | 53,67  |
| Níquel                 | 71,40  | 71,08  | 71,58  | 67,10  | 71,69  | 71,72  | 72,48  | 69,39  | 71,90  |
| Estaño                 | 34,58  | 34,50  | 35,17  | 32,77  | 35,04  | 34,71  | 34,80  | 33,36  | 33,31  |
| Zinc                   | 38,93  | 38,93  | 39,29  | 35,86  | 36,67  | 38,93  | 39,01  | 36,69  | 36,93  |
| Uranio                 | 37,82  | 37,23  | 37,60  | 37,86  | 38,22  | 38,59  | 38,79  | 34,46  | 36,39  |
| <b>Energía</b>         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Carbón                 | 38,11  | 38,12  | 38,40  | 36,18  | 38,31  | 38,10  | 38,12  | 35,79  | 37,93  |
| Crudo de Petróleo      | 62,53  | 63,30  | 62,41  | 60,14  | 63,47  | 62,28  | 63,00  | 61,93  | 61,18  |
| <b>Otros</b>           |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Pieles                 | 38,66  | 38,65  | 38,98  | 38,65  | 38,79  | 38,66  | 38,72  | 38,03  | 37,80  |
| Lana                   | 29,27  | 28,86  | 29,29  | 28,09  | 29,48  | 29,41  | 29,42  | 28,33  | 28,67  |
| Lana fina              | 36,31  | 35,58  | 35,81  | 35,67  | 36,21  | 36,55  | 36,77  | 35,94  | 36,77  |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

## Capítulo VIII. Índices agregados

Este capítulo presentará los resultados para los índices agregados disponibles, pues se espera, más allá de los eventos idiosincráticos de cada *commodity*, poder demostrar que tienen movimientos en conjunto y, así, encontrar patrones a lo largo del tiempo. Para ello, se estudian los índices: (i) Bebidas, (ii) Industriales, (iii) Agrícolas y (iii) Metales.

Se encontró que, para los índices agregados de *commodities*, tanto el modelo lineal MCO, únicamente con constante, como los modelos M-S tienen un buen comportamiento. En el caso de resultados por medias, se encuentra que los modelos propuestos son capaces de capturar dos medias que representan un período de expansión y contracción<sup>16</sup>.

Sin embargo, las pruebas de hipótesis, que muestran la existencia (o no) de medias estadísticamente distintas, indican que el Modelo 1 no es capaz de distinguir las medias correctamente. Sin embargo, los modelos 2 y 4 sí son capaces de distinguir medias significativamente distintas.

Una primera aproximación de medias estadísticamente distintas (donde una es positiva y la otra negativa) da indicios sobre la existencia de posibles ciclos a lo largo de la historia.

**Tabla 29. Resultados índices agregados – medias**

| <i>Commodities</i>    | MCO   | Mod 1   |         | Mod 2   |         | Mod 3 | Mod 4   |         |
|-----------------------|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|
|                       | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ |
| Índice Bebidas        | -0,21 | -0,85   | 3,10    | -0,62   | 11,28   | -0,40 | -2,30   | 2,13    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,23  | 0,33    | 2,77    | 0,27    | 2,68    | 0,21  | 0,42    | 0,57    |
| Índice Industriales   | -0,10 | -0,27   | 0,53    | -0,77   | 2,83    | -0,17 | -0,93   | 1,82    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,15  | 0,14    | 0,52    | 0,23    | 0,60    | 0,13  | 0,26    | 0,42    |
| Índice Agrícolas      | -0,10 | -0,04   | -0,13   | -14,54  | 0,01    | -0,05 | 1,32    | -1,34   |
| <i>Error Estándar</i> | 0,14  | 0,20    | 0,58    | 2,13    | 0,13    | 0,14  | 0,73    | 0,66    |
| Índice Metales        | -0,10 | -0,44   | 0,80    | -1,47   | 3,50    | -0,24 | -1,61   | 2,63    |
| <i>Error Estándar</i> | 0,21  | 0,23    | 0,61    | 0,41    | 0,67    | 0,18  | 0,33    | 0,45    |

<sup>16</sup> A excepción de los *commodities* Agrícolas en el modelo 1.

| <i>Commodities</i>  | Prueba de Wald en Medias |       |        |
|---------------------|--------------------------|-------|--------|
|                     | Mod 1                    | Mod 2 | Mod 4  |
| Índice Bebidas      | 1,9                      | 22*   | 93,3*  |
| Índice Industriales | 2                        | 50,1* | 70,2*  |
| Índice Agrícolas    | 0,0                      | 46,5* | 46,2*  |
| Índice Metales      | 3,1                      | 76,8* | 105,2* |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

En segundo lugar, dado que también se tomaron modelos que permitan heterocedasticidad en la estimación, se analizaron las varianzas. Directamente, se puede percibir que existen diferencias significativas en las varianzas; sin embargo, la prueba de Wald, que verifica la diferencia estadística, permite concluir que los modelos pueden estimar correctamente dos varianzas distintas. Ello se cumple para todos los modelos y todas las series, por lo cual se puede ir viendo que, efectivamente, las series tienen una ganancia por incluir varianzas distintas en la estimación.

**Tabla 10. Resultados índices agregados – varianzas**

| <i>Commodities</i>    | Mod 1      |            | Mod 2    | Mod 3      |            | Mod 4      |            |
|-----------------------|------------|------------|----------|------------|------------|------------|------------|
|                       | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ |
| Índice Bebidas        | 3,77       | 7,34       | 4,25     | 3,53       | 7,37       | 2,62       | 6,39       |
| <i>Error Estándar</i> | 0,33       | 1,14       | 0,21     | 0,44       | 1,38       | 0,28       | 0,73       |
| Índice Industriales   | 2,30       | 4,55       | 2,66     | 2,27       | 4,53       | 1,90       | 4,08       |
| <i>Error Estándar</i> | 0,11       | 0,38       | 0,11     | 0,11       | 0,40       | 0,17       | 0,52       |
| Índice Agrícolas      | 2,32       | 4,22       | 2,77     | 2,32       | 4,22       | 2,03       | 4,34       |
| <i>Error Estándar</i> | 0,17       | 0,48       | 0,10     | 0,17       | 0,48       | 0,16       | 0,62       |
| Índice Metales        | 3,18       | 6,16       | 3,67     | 3,24       | 6,34       | 2,67       | 5,94       |
| <i>Error Estándar</i> | 0,17       | 0,50       | 0,18     | 0,16       | 0,51       | 0,17       | 0,54       |

| <i>Commodities</i>  | Prueba de Wald en Varianza |       |       |
|---------------------|----------------------------|-------|-------|
|                     | Mod 1                      | Mod 3 | Mod 4 |
| Índice Bebidas      | 10,8*                      | 12,8* | 31,7* |
| Índice Industriales | 35,6*                      | 33,5* | 23,1* |
| Índice Agrícolas    | 18,0*                      | 18,5* | 15,2* |
| Índice Metales      | 37,7*                      | 37,8* | 36*   |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Se definió que los modelos 2 y 4 hacen una correcta diferenciación de medias; luego, que los modelos 1, 3 y 4 realizan una correcta distinción de varianza por estados. El siguiente paso es saber si estos estados pueden mantenerse un tiempo prudente en la historia. Así, se crearían los patrones *long swing*, pues se tendría épocas de crecimiento que persisten seguidas de épocas de contracción en precios. De otro lado, si ello sucede en varianzas, se puede ver si existen ciclos de mayor estrés en las series, diferenciados por mayor volatilidad.

Las probabilidades de persistencia halladas en las series indican que en su mayoría son persistentes<sup>17</sup>. Para los modelos 1, 3 y 4, en todos los casos se cumple, probando así que la pertenencia a un estado hace probable que en el siguiente período se mantenga el mismo estado (sea media creciente o decreciente y/o varianza alta o baja).

**Tabla 11. Resultados índices agregados – persistencia**

| <i>Commodities</i>  | Mod 1    |          | Mod 2    |          | Mod 3    |          | Mod 4     |           |           |           |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                     | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $p_{11}$ | $p_{22}$ | $pm_{11}$ | $pm_{22}$ | $ps_{11}$ | $ps_{22}$ |
| Índice Bebidas      | 0,94     | 0,71     | 0,98     | 0,55     | 0,94     | 0,81     | 0,81      | 0,76      | 0,94      | 0,87      |
| Índice Industriales | 0,99     | 0,97     | 0,96     | 0,86     | 0,99     | 0,97     | 0,92      | 0,84      | 0,99      | 0,96      |
| Índice Agrícolas    | 0,97     | 0,91     | 0,00     | 1,00     | 0,97     | 0,90     | 0,77      | 0,78      | 0,97      | 0,88      |
| Índice Metales      | 0,99     | 0,96     | 0,93     | 0,83     | 0,99     | 0,97     | 0,90      | 0,83      | 0,99      | 0,97      |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Lo mencionado previamente se ilustra al revisar las pruebas de Wald sobre las probabilidades. En este caso, la prueba busca identificar si existe dependencia entre las probabilidades de persistencia. Así, cumplen en casi todos los casos (en línea con una persistencia elevada), a excepción de los *commodities* agrícolas en el modelo 2 (donde tenía probabilidades de persistencia de 0% y 100%, para el estado 1 y 2).

<sup>17</sup> Se toma como banda mínima de persistencia a 0,7.

**Tabla 12. Prueba de Wald en probabilidades**

| <i>Commodities</i>  | Prueba de Wald en probabilidades |        |          |               |          |
|---------------------|----------------------------------|--------|----------|---------------|----------|
|                     | Mod 1                            | Mod 2  | Mod 3    | Mod 4 (M / V) |          |
| Índice Bebidas      | 17*                              | 9,8*   | 42*      | 34,7*         | 78,3*    |
| Índice Industriales | 1.575,7*                         | 140,6* | 1.409,7* | 91,4*         | 597,6*   |
| Índice Agrícolas    | 64,3*                            | 1,6    | 84,7*    | 23*           | 76*      |
| Índice Metales      | 1.298,1*                         | 97,1*  | 1.554,1* | 70,8*         | 1.572,3* |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

Ello tiene impacto también en las duraciones estimadas<sup>18</sup>, las que encuentran patrones largos de duración en las series de *commodities*, que incluye el índice de bebidas, industriales y metales. Esta duración medida en meses implica aproximadamente cuántos meses dura un estado en la historia del *commodity*. Así, bajo el modelo 2, se obtiene que los industriales tienen períodos de expansión de aproximadamente 7 meses y luego períodos de contracción de 28 meses.

De otro lado, el modelo 3 tiene la formación de patrones *long swings* a través de la varianza en los Agrícolas. Así, encuentra que los períodos de alta volatilidad en promedio duran 10 meses, mientras que los de baja volatilidad alrededor de 30.

En estos casos, pese a los buenos resultados del Modelo 1, se considera que los resultados no pueden ser utilizados, pues la prueba de Wald encontró medias estadísticamente similares, que no formarían patrones necesariamente.

**Tabla 13. Resultados índices agregados - duración (meses)**

| <i>Commodities</i>  | Mod 1     |             | Mod 2     |             | Mod 3 |       |
|---------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-------|-------|
|                     | Expansión | Contracción | Expansión | Contracción | Alta  | Baja  |
| Índice Bebidas      | 3,4       | 17,9        | 2,2       | 63,1        | 5,3   | 16,2  |
| Índice Industriales | 28,7      | 117,2       | 6,9       | 27,9        | 28,7  | 103,5 |
| Índice Agrícolas    | -         | -           | 2,1       | 1,0         | 10,4  | 30,9  |
| Índice Metales      | 27,4      | 85,1        | 5,9       | 14,7        | 30,7  | 110,3 |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

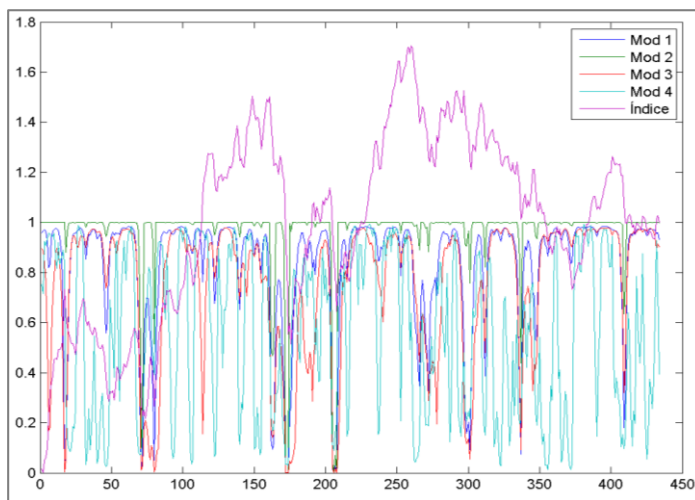
<sup>18</sup> En el Mod 1 para Agrícolas se deja en vacío en la tabla 13 al tener dos medias negativas.



Finalmente, para poder decidir el modelo óptimo en términos de *fit*, se consideran los indicadores de RCM, SPI y los criterios de información. En ese sentido, se encuentra cierta consistencia, de acuerdo a la serie, en los indicadores RCM y SPI. Sin embargo, en el caso de los criterios de información, sí existe una hegemonía del modelo 4, lo que tiene sentido a que es un modelo no restringido.

En el caso de bebidas, se ubica al modelo 2 como el mejor. Ello se da por la elección en RCM y SPI, unido a que el modelo diferencia correctamente las medias y tiene un problema menor de persistencia, por lo que sería el mejor modelo a utilizar. En el gráfico 8 se pueden apreciar las probabilidades de pertenencia al Estado 1 de cada uno de los modelos, donde la línea verde representa estas probabilidades y la línea morada muestra la evolución del precio en el tiempo.

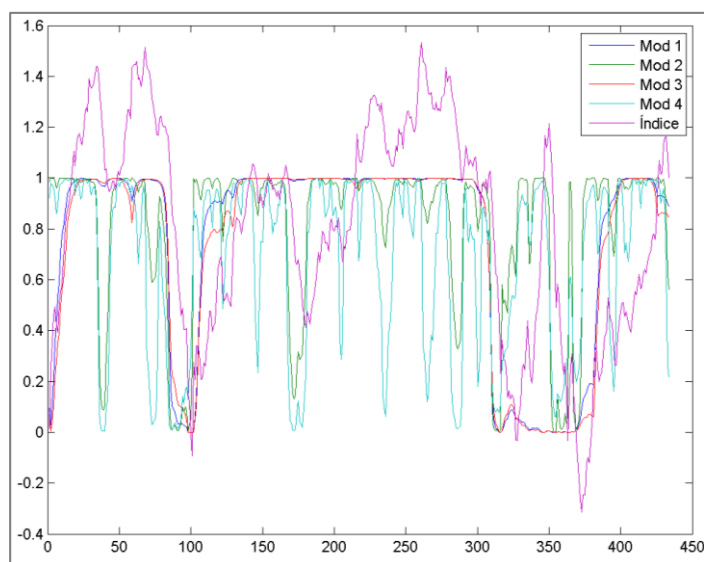
**Gráfico 8. Índice bebidas - probabilidades de estado 1**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

En el caso de los *commodities* industriales, los criterios RCM y SPI indican que el mejor modelo a elegir es el modelo 1. Si bien este modelo mostró un buen comportamiento a nivel de varianza y persistencia, no lo muestra en medias, por lo cual no sería un buen modelo a utilizar. En ese sentido, se optaría por la segunda mejor opción (RCM: modelo 3; SPI: modelo 2 y modelo 3), lo cual mostraría que la mejor manera de estimar esta serie sería por un camino de volatilidad. Ello se puede ver en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, donde la línea roja representa la probabilidad de pertenecer al estado 1 bajo el modelo 3. Muestra, de este modo, que gran parte del tiempo ha permanecido en el período de volatilidad baja (lo que concuerda con lo obtenido en duraciones).

**Gráfico 9. Índice industriales - probabilidades de estado 1**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

**Tabla 14. Resultados índices agregados - pruebas de buen ajuste**

| <i>Commodities</i>  | RCM          |              |              |       | SPI         |             |             |       |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------|
|                     | Mod 1        | Mod 2        | Mod 3        | Mod 4 | Mod 1       | Mod 2       | Mod 3       | Mod 4 |
| Índice Bebidas      | 46,61        | <b>10,59</b> | 60,41        | 81,22 | 0,80        | <b>0,97</b> | 0,63        | 0,00  |
| Índice Industriales | <b>31,52</b> | 41,87        | 34,45        | 61,25 | <b>0,82</b> | 0,77        | 0,77        | 0,24  |
| Índice Agrícolas    | 56,18        | <b>1,90</b>  | 56,80        | 76,57 | 0,63        | <b>1,00</b> | 0,62        | 0,00  |
| Índice Metales      | 37,15        | 58,72        | <b>33,82</b> | 58,46 | 0,77        | 0,59        | <b>0,80</b> | 0,27  |

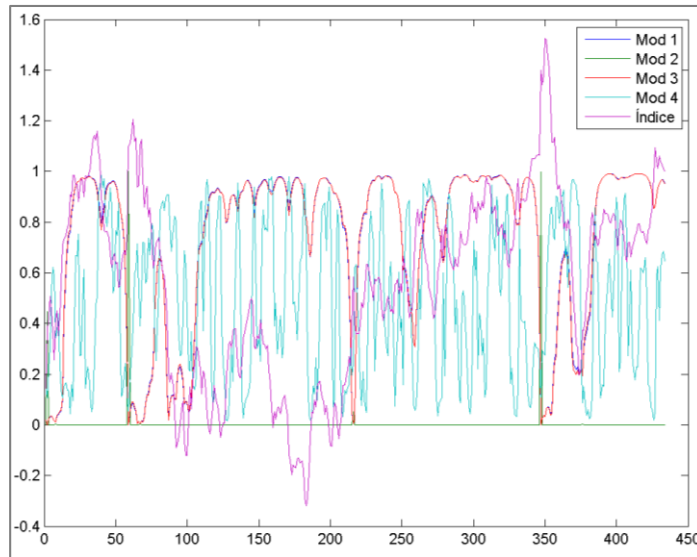
| <i>Commodities</i>  | AIC      |          |          |                 | BIC      |          |                 |                 |
|---------------------|----------|----------|----------|-----------------|----------|----------|-----------------|-----------------|
|                     | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3    | Mod 4           | Mod 1    | Mod 2    | Mod 3           | Mod 4           |
| Índice Bebidas      | 2.538,86 | 2.544,74 | 2.541,80 | <b>2.523,28</b> | 2.563,29 | 2.565,11 | 2.562,16        | <b>2.555,86</b> |
| Índice Industriales | 2.125,29 | 2.154,58 | 2.125,45 | <b>2.101,91</b> | 2.149,73 | 2.174,95 | 2.145,81        | <b>2.134,50</b> |
| Índice Agrícolas    | 2.143,10 | 2.142,95 | 2.141,13 | <b>2.133,74</b> | 2.167,53 | 2.163,31 | <b>2.161,49</b> | 2.166,32        |
| Índice Metales      | 2.432,87 | 2.459,80 | 2.433,79 | <b>2.401,30</b> | 2.457,31 | 2.480,16 | 2.454,16        | <b>2.433,88</b> |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

En el caso de los *commodities* agrícolas, los indicadores RCM y SPI indican que el modelo óptimo sería el modelo 2. Sin embargo, el modelo 2 encontró que, para este caso, las probabilidades de transición no dependen de un estado a otro, perdiendo el sentido de las cadenas de Markov, por lo cual no puede ser elegido. Así, la segunda mejor opción es utilizar el modelo 1, pero sus problemas ya fueron mencionados en los *commodities* industriales, lo que deja, finalmente, como elegido al modelo 3. **¡Error! No se encuentra el origen de la**

**referencia.** Muestra las probabilidades de pertenecer al estado 1 según el modelo, mostrando una clara diferencia con las anteriores series, pues, en este caso, son muy pocas las veces donde las líneas azul, roja, verde y celeste se mantienen bastante cerca de 1. Ello muestra la dificultad de capturar el movimiento de esta serie con un M-S, pero es posible identificar períodos de mayor volatilidad y realizar una estimación sobre esa base.

**Gráfico 10. Índice agrícolas - probabilidades de estado 1**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

Respecto de la capacidad de predicción de los modelos, la tabla 15 muestra que los modelos tienen mejores resultados de estimación hacia adelante cuando no se actualizan las estimaciones obtenidas. De manera similar a los resultados generales, el modelo 1 tiene menor error de predicción usando un modelo sin actualizaciones; sin embargo, las diferencias entre los ECM0 y ECM1 son menores a 2,5% en todos los casos, en promedio, 1,3%.

**Tabla 15. Predicción de modelos - índices agregados**

| <i>Commodities</i>  | MCO   | Mod 1 |       | Mod 2        |       | Mod 3 |       | Mod 4 |              |
|---------------------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|
|                     | ECM   | ECM 0 | ECM 1 | ECM 0        | ECM 1 | ECM 0 | ECM 1 | ECM 0 | ECM 1        |
| Índice Bebidas      | 16.19 | 16.20 | 16.59 | 16.23        | 16.40 | 16.27 | 16.44 | 16.43 | <b>15.74</b> |
| Índice Industriales | 10.24 | 10.14 | 10.23 | <b>9.32</b>  | 9.57  | 10.27 | 10.25 | 10.25 | <b>9.50</b>  |
| Índice Agrícolas    | 7.34  | 7.35  | 7.41  | 7.34         | 7.37  | 7.34  | 7.37  | 7.26  | <b>7.12</b>  |
| Índice Metales      | 18.66 | 18.44 | 18.67 | <b>17.24</b> | 17.73 | 18.76 | 18.79 | 18.17 | <b>17.43</b> |

Fuente: Elaboración propia, 2016.

El modelo 2 muestra un resultado similar con el ECM0 como mejor predictor. En este caso, las diferencias se incrementan ligeramente, pues el promedio alcanza 1,7%. La máxima diferencia se da en el grupo de metales (2,8%).

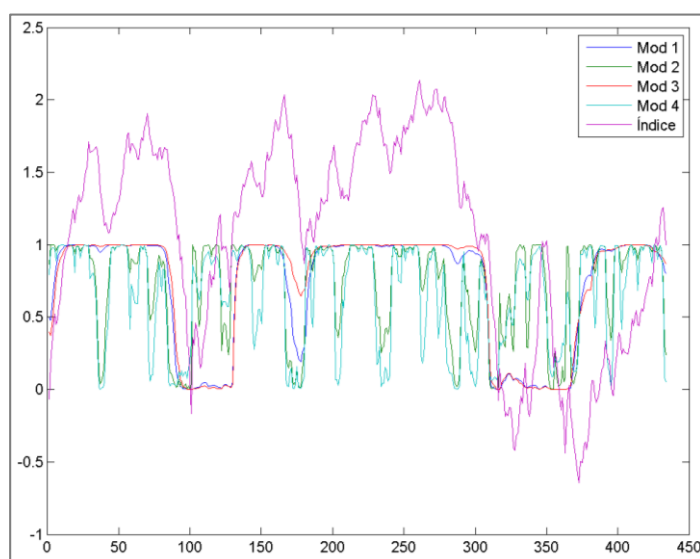
El modelo 3 es un caso excepcional, puesto que se elige el ECM0 con un promedio de diferencia de 0,3%. Los índices industriales son los únicos que muestran menores errores de predicción en el ECM1. Asimismo, las diferencias entre todos los índices son menores a 1%.

El modelo 4 sí muestra una mejora notable en el caso de las estimaciones actualizadas. Así, en todos los casos se obtiene un menor error de estimación a medida que se incorporan nuevos datos para el *forecast*. De esta forma, el ECM1 muestra, en promedio, un menor error de estimación en 4,4%.

La comparación de los errores de estimación entre los modelos propuestos, arrojan como resultado la elección del modelo 4, al ser superior en la mayoría de los casos.

Finalmente, el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** gráfico 11 muestra la evolución del precio de los metales, junto a la estimación de probabilidad de pertenencia al estado 1 según el modelo. Así, gráficamente se observa que los modelos 1 y 3 son los que muestran mayor persistencia, mientras los modelos 2 y 4 muestran un movimiento entre estados mucho más continuo. Ello se justifica con los indicadores RCM y SPI que toman al modelo 3 como el óptimo.

**Gráfico 11. Índice metales - probabilidades de estado 1**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

## Conclusiones

Los modelos Markov Switching permiten identificar saltos en las series que podrían generar problemas de estimación mediante métodos lineales. Los estados que se encuentren deben prolongarse por varios meses para mostrar que, efectivamente, existen patrones *long swing*.

El trabajo estimó cuatro modelos distintos de M-S. Estos se pueden dividir en dos grupos: cuatro estados y dos estados. El grupo de cuatro estados está compuesto por un modelo que cuenta con dos medias y dos varianzas distintas, que no están necesariamente atadas (Modelo 4). Los modelos de dos estados se pueden ver como restricciones sobre el modelo de cuatro estados. Así, el primer modelo consiste en dos medias y dos varianzas, con la simplificación de que cada media está asociada con una varianza (Modelo 1). El segundo modelo restringe la posibilidad de contar con dos varianzas, pero mantiene la existencia de dos medias (Modelo 2). Finalmente, el tercer modelo va a permitir que existan dos varianzas distintas, pero asumiendo que existe una media constante a lo largo del tiempo (Modelo 3).

En primer lugar, se encontró que los modelos de dos estados sí pueden identificar dos medias distintas (una positiva y una negativa). En el caso del modelo 1, fue posible identificar estas medias distintas en el 74% de los casos; en el caso del modelo 2, en el 83% de los casos; mientras que el modelo 4 permite tener una mejor identificación al capturar el 89% de los casos. Ello indicaría que existe una ganancia al asumir varianzas distintas a lo largo del tiempo, pero esta

perdería capacidad si solo se asumiera que existe una cadena de Markov (que rige media y varianza al mismo tiempo).

Pese a ello, la diferencia estadística mostró que el modelo 1 no identifica dos medias estadísticamente distintas en más de 11% de los casos, pero el modelo 2 sí lo hace en el 93% de casos. De igual manera, se encuentra que el modelo 4 encuentra diferencias estadísticas en el 89% de los casos.

En el caso de modelos de una sola media, se comparó el MCO con el modelo 3 (una media, dos varianzas) para ver si existe alguna ganancia por permitir heterocedasticidad en el modelo. Así, se encontró que en el 56% de los casos estos muestran medias claramente distintas (una positiva y otra negativa) o medias sustancialmente distintas.

Desde el enfoque de varianza, los modelos M-S identificaron resultados similares en el modelo 1 y modelo 3, aunque se diferencian en que el último modelo solo admite una media. Sin embargo, el modelo de cuatro estados sí muestra resultados ligeramente distintos a los anteriores. Pese a ello, al hallar las diferencias estadísticas en varianzas, se encontró que los tres modelos son capaces de estimar correctamente en más del 96% de las series.

Con respecto a la persistencia en los modelos, se encontró que en el modelo 1, el 85% de las series tiene un nivel de persistencia elevado. Sin embargo, dentro de ese porcentaje, solo el 26% tiene dos medias distintas (negativa y positiva), así como una elevada persistencia; mientras que en el modelo 2 solo el 24% de las series estudiadas lograron mostrar persistencia.

El modelo 3 encontró que el 87% de series muestra tener persistencia entre estados. Finalmente, el modelo 4 cuenta con dos grupos de probabilidades de persistencia. El primer grupo refiere a la persistencia con respecto a las medias; mientras que el segundo, con respecto a las varianzas. En el primero se encontró que el 43% sí mostraría persistencia, y hay una diferencia sustancial con el 87% del segundo grupo. Sin embargo, a nivel total del modelo, el 41% de series encuentra un elevado nivel de persistencia en todos los posibles estados existentes.

Las pruebas estadísticas buscan determinar si las probabilidades de persistencia son dependientes entre sí. Así, se encontró que el 98% de las series de los modelos 1 y 3 sí presentan dependencia. Sin embargo, en el caso del modelo 2, este porcentaje se reduce fuertemente a 65%. El modelo 4 cuenta con dos cadenas: la cadena de Markov sobre las varianzas y la cadena sobre las medias.

Se encontraron resultados positivos en el 98% de los casos de las cadenas de varianzas y en el 87% de casos de la cadena de medias.

Un camino distinto para probar persistencia se dio a partir de las duraciones de los estados, lo cual indica cuánto sería el tiempo promedio<sup>19</sup> que dura cada ciclo, de subida o caída de precios. Así, si existe persistencia entre estados, estos deberían mantenerse por un tiempo prudente, lo cual podría identificar la existencia de *long swings* en los *commodities*.

El modelo 1 encontró que algunas series tienen persistencia elevada solo para una media (contracción), lo cual guarda consistencia con los resultados obtenidos por las probabilidades. Luego, el resto de series muestra duraciones balanceadas, en las que las expansiones y contracciones se encuentran entre 20 y 40 meses, lo cual fundamenta la existencia de patrones *long swing* en la historia de estas series de tiempo.

El modelo 2, pese a tener medias distintas (positiva y negativa), no muestra patrones *long swing*, pues solo tiene una duración extensa para casos de contracción o expansión, pero difícilmente en ambos casos.

El modelo 3 encuentra un patrón similar al primer modelo, pues algunas series tienen duraciones extensas en solo una fase (menor volatilidad), pero luego pasan a tener duraciones bastante balanceadas en ambas fases. Así, al menos el 93% muestra una duración mayor a seis meses para estados de menor volatilidad; y el 61%, para estados de mayor volatilidad. En el caso de 12 meses, este número se reduce a 69% y 34%.

Finalmente, con respecto al poder predictivo, se encontró que existen preferencias por elegir los modelos que no actualizan sus estimaciones en cada período. Ello se encontró en la mayoría de los casos para los modelos 1, 2 y 3. Se encuentra, además, que el modelo 3 muestra un ECM similar en ambos casos. De otro lado, se encontraron mejores resultados en el modelo 4. A nivel agregado, mostró más casos en los cuales el ECM de las estimaciones actualizadas es inferior al de las no actualizadas.

De esta manera, se encontró que los modelos Markov Switching sí son capaces de identificar patrones *long swing* en la historia de los *commodities*. Ello se puede ver a través de los modelos que consideran varianzas distintas dentro de sus estados. Dentro de ello, se rescatan los modelos

---

<sup>19</sup> Medido en meses.

3 y 4 utilizados en el estudio, que se diferencian en que el modelo 4 permite el uso de dos medias que no están atadas a la cadena de varianzas.

Así, el modelo 3, el cual dirige los movimientos de la historia por medio de la varianza, mostró varianzas estadísticamente distintas a lo largo del tiempo, así como una elevada persistencia y duración. De esta manera, muestra una tendencia cíclica en la historia a través de volatilidades altas y bajas. Adicionalmente, la predicción del modelo con estimaciones actualizadas, frente a las no actualizadas, mostró tener buenas características, al haber una mínima diferencia entre ambos, por lo cual se considera un buen predictor.

En el caso del modelo 4, este fue capaz de identificar tanto medias como varianzas estadísticamente significativas. Con ello formó cuatro estados de las series a través del tiempo y mostró que las probabilidades de persistencia son elevadas, formando así patrones *long swing*. En el caso de la predicción, fue el modelo que logró mostrar mejores resultados no sólo contra un modelo sin actualizar; sino también contra el resto de modelos M-S y el modelo RW.

El análisis del modelo óptimo para cada uno de los *commodities* requiere que estos se analicen por separado, pues de esta manera se podrán capturar las características intrínsecas de cada uno. Ello debería considerar los balances de oferta-demanda, clima geopolítico, políticas de exportaciones e importaciones entre los países, entre otros.



## **Bibliografía**

Ang, A., & Bekaert, G. (2002). "Regime switches in Interest Rates". *Journal of Business & Economic Statistics*. Vol. 20, p. 163-182.

Baele, L. (2005). "Volatility spillover effects in european equity markets". *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 40, núm. 2, p. 373-401.

Bekaert, G., Hodrick, R. J., & Marshall, D. A. (2001). "Peso problem explanations for term structure anomalies". *Journal of Monetary Economics*. Vol. 48, p. 241-270.

Beveridge, S., & Nelson, C. R. (1981). "A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the "Business Cycle"". *Journal of Monetary Economics*. Vol. 7, núm. 2, p. 151-174.

Bollen, N., Gray, S., & Whaley, R. E. (2000). "Regime Switching in Foreign Exchange Rates: Evidence from Currency Option Prices". *Journal of Econometrics*. Vol. 94, núm 1-2, p. 239-276.

Campbell, J., & Mankiw, N. G. (1987). "Permanent and transitory components in macroeconomic fluctuations". *The American Economic Review*. Vol. 77, núm. 2, p. 111-117.

Cashin, P., McDermott, C. J., & Scott, A. (2002). "Booms and slumps in world commodity prices". *Journal of Development Economics*, Vol. 69, núm. 1, p. 277-296.

Chen, S., & Insley, M. (2012). "Regime switching in stochastic models of commodity prices: An application to an optimal tree harvesting problem". *Journal of Economic Dynamics & Control*. Vol. 36, núm. 2, p. 201-219.

Chen, Z., & Forsyth, P. A. (2010). "Implications of a regime-switching model on natural gas storage valuation and optimal operation". *Quantitative Finance*. Vol. 10, núm. 2, p. 159-176.

Cheng, H., Shao, L., & Guo, Y. (Marzo de 2013). "State transition behaviors of SHFE Copper prices based on Markov-Switching model". *Journal of Convergence Information Technology*. Vol. 8, núm. 6, p. 990.

Chevallier, J., & Ielpo, F. (2014). "Investigating the leverage effect in commodity markets with a recursive estimation approach". *Research in International Business and Finance*.

Clark, P. K. (1987). "The cyclical component of U. S. economic activity". *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 102, núm. 4, p. 797-814.

Côté, A. (1987). "The Link between the U.S. Dollar Real Exchange Rate, Real Primary Commodity Prices, and LDCS' Terms of Trade". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 69, núm. 3, p. 547-551.

Cuddington, J. T., & Jerrett, D. (2008a). "Super cycles in real metals prices?" *IMF Staff Papers*. Vol. 55, núm. 4, p. 541-565.

De Jong, C. (2005). "The nature of power spikes: a regime-switching approach". *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*. Vol. 10, núm 3, artículo 3.

Deng, S. (2000). "Pricing electricity derivatives under alternative stochastic spot price models". *Proceedings of the 33rd Hawaii International Conference on System Sciences*.

Dewachter, H. (2001). "Can Markov Switching Models Replicate Chartist Profits in the Foreign Exchange Market?" *Journal of International Money and Finance*. Vol. 20, núm. 1, p. 25-41.

Dornbusch, R. (1986). "Flexible exchange rates and excess capital mobility". *Brooking Papers on Economic Activity*. Vol. 17, núm. 1, p. 209-226.

Dornbusch, R. (1987). "Exchange rate economics: 1986". *Economic Journal*. Vol. 97, núm. 385, p. 1-18.

Engel, C. (1994). "Can the Markov switching model forecast exchange rates?" *Journal of International Economics*. Vol. 36, p. 151-165.

Engel, C., & Hamilton, J. D. (1990). "Long swings in the Dollar: Are they in the data and do Markets know it?" *The American Economic Review*. Vol. 80, núm. 4, p. 689-713.

Engle, R. F., & J., G. C. (1987). "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing". *Econometrica*. Vol. 55, núm. 2, p. 251-276.

Erten, B., & Ocampo, J. A. (2013). "Super cycles of commodity prices since the mid-nineteenth century". *World Development*. Vol. 44, p. 14-30.

Evans, M. D., & Lewis, K. K. (1995). "Do expected shifts in Inflation affect estimates of the long-run Fisher Relation?" *The Journal of Finance*. Vol. 50, núm. 1, p. 225-253.

Fondo Monetario Internacional (2016). "IMF Primary Commodity Prices". Obtenido de International Monetary Fund: <<http://www.imf.org/external/np/res/commmod/index.aspx>>.

Garcia, R., & Perron, P. (1996). "An analysis of the real Interest Rate under regime shifts". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 78, núm. 1, p. 111-125.

Gilbert, C. L. (1989). "The Impact of Exchange Rates and Developing Country Debt on Commodity Prices". *The Economic Journal*. Vol. 99, núm. 397, p. 773-784.

Goutte, S. (2014). "Conditional Markov Regime Switching model applied to economic modelling". *Economic Modelling*. Vol. 38, p. 258-269.

Gray, S. F. (1996). "Modeling the conditional distribution of Interest Rates as a Regime-Switching process". *Journal of Financial Economics*. Vol 42, núm. 1, p. 27-62.

Hamilton, J. D. (1989). "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle". *Econometrica*. Vol. 57, núm. 2, p. 357-384.

Harvey, A. C. (1985). "Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series". *Journal of Business & Economic Statistics*. Vol. 3, núm. 3, p. 216-227.

Harvey, A. C., & Todd, P. H. (1983). "Forecasting economic time series with structural and Box-Jenkins models: A case study". *Journal of Business and Economic Statistics*. Vol. 1, núm. 4, p. 299-307.

Harvey, D. I., Kellard, N. M., Madsen, J. B., & Wohar, M. E. (2010). "The Prebisch-Singer hypothesis: Four centuries of evidence". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 92, núm. 2, p. 367-377.

Huisman, R., & Mahieu, R. (2003). "Regime jumps in electricity prices". *Energy Economics*. Vol. 25, núm. 5, p. 425-434.

I.W., M. (2000). "High-Frequency Markov Switching Models in the Foreign Exchange Market". *Journal of Forecasting*. Vol. 19, núm. 2, p. 123-134.

King, R. G., Plosser, C. I., H., S. J., & Watson, M. W. (1991). "Stochastic Trends and Economic Fluctuations". *The American Economic Review*. Vol. 81, núm. 4, p. 819-840.

Lewis, K. K. (1991). "Was there a "Peso Problem" in the U.S. term structure of Interest Rates: 1979-1982?" *International Economic Review*. Vol. 32, núm. 1, p. 159-173.

Meese, R., & Rogoff, K. (1983a). "Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample?" *Journal of International Economics*. Vol. 14, núm. 1-2, p. 3-24.

Meese, R., & Rogoff, K. (1983b). "The out-of-sample failure of empirical exchange rate models: Sampling error or misspecification?" *Exchange Rates and International Macroeconomics*, 67-112.

Meese, R., & Singleton, K. (1982). "On unit roots and the empirical modeling of exchange rates". *Journal of Finance*. Vol. 37, núm 4, p. 1029-1035.

Mussa, M. (1979). "Empirical regularities in the behaviour of exchange rates and theories of the foreign exchange market". *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. Vol. 11, núm. 1, p. 9-57.

Nelson, C. R., & Plosser, C. I. (1982). "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series". *Journal of Monetary Economics*. Vol. 10, núm. 2, p. 139-162.

Rezitis, A. N. (2015). "Empirical Analysis of Agricultural Commodity Prices, Crude Oil Prices and US Dollar Exchange Rates using Panel Data Econometric Methods". *International Journal of Energy Economics and Policy*. Vol. 5, núm. 3, p. 851-868.

Rezitis, A. N. (2015). "The relationship between agricultural commodity prices, crude oil prices and US dollar exchange rates: a panel VAR approach and causality analysis". *International Review of Applied Economics*. Vol. 29, núm 3, p. 403-434.

Ridler, D., & Yandle, C. A. (1972). "A Simplified Method for Analyzing the Effects of Exchange Rate Changes on Exports of a Primary Commodity". *Staff Papers (International Monetary Fund)*. Vol. 19, núm. 3, p. 559-578.

Schulmeister, S. (1987). "An essay on exchange rate dynamics". WZB Discussion Paper No. 0722-673X.

Sola, M., & Driffill, J. (1994). "Testing the term structure of Interest Rates using a stationary vector autoregression with Regime Switching". *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 18, núm. 3-4, p. 601-628.

Sopipan, N., Sattayatham, P., & Premanode, B. (2012). "Forecasting volatility of Gold price using Markov Regime Switching and trading strategy". *Journal of Mathematical Finance*. Vol. 2, núm. 1, p. 121-131.

Watson, M. W. (1986). "Univariate detrending methods with stochastic trends". *Journal of Monetary Economics*. Vol. 18, núm. 1, p. 49-75.

Weron, R., Bierbrauer, M., & Trück, S. (2004). "Modeling electricity prices: jump diffusion and regime switching". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. Vol. 336, núm. 1-2, p. 39-48.