UNIVERSIDAD DEL PACÍFICO
ESCUELA DE POSTGRADO

"RIGIDECES FINANCIERAS Y FLUCTUACIONES ECONÓMICAS: UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL CON INTERMEDIARIOS FINANCIEROS"

Trabajo de Investigación presentado para optar al Grado Académico de Magíster en Economía

Presentado por

Sr. Antonio Ortiz Aparicio
Sr. William Richard Sánchez Tapia

Asesor: Profesor Carlos Montoro Llamosas

2009

Agradecimientos

Los autores agradecen de manera muy especial al Dr. Carlos Montoro por su excelente asesoramiento e invaluables comentarios y sugerencias, los cuales hicieron posible que la presente investigación se realice de manera satisfactoria.

Resumen ejecutivo

En el presente documento se analizan los efectos de las rigideces financieras en la generación de fluctuaciones económicas. Se presenta un modelo de equilibrio general dinámico estocástico que incorpora intermediarios financieros en un entorno de competencia monopolística, los cuales enfrentan rigideces en la fijación de sus tasas de interés de depósitos y préstamos. El modelo planteado incorpora pérdidas por incumplimiento dependientes del ciclo económico que influyen en la fijación de las tasas de préstamos. Los resultados de las simulaciones numéricas muestran que la existencia de rigideces en la fijación de tasas genera traspaso incompleto de tasas de interés tanto en el corto como en el largo plazo, y son relevantes para explicar el comportamiento de las fluctuaciones económicas. Asimismo, se encuentra que en nuestro modelo, las rigideces en la fijación de la tasa de interés de depósitos tienen igual o mayor impacto que las rigideces en préstamos sobre las fluctuaciones económicas, debido a su impacto directo en la brecha producto, a diferencia de las rigideces en las tasas de préstamos que impactan marginalmente sobre la inflación. Finalmente, la incorporación de pérdidas por incumplimiento endógenas permite explicar por qué en presencia de rigideces en las tasas de préstamos, el traspaso de la tasa de referencia a las tasas de interés de préstamos puede ser menor a la unidad en el corto plazo, pero cercano o superior a la unidad en el largo plazo.

Índice

Índice de anexos

Capítulo I. Introducción

En el modelo neo keynesiano (MNK), las familias rentabilizan sus excedentes prestándolos directamente a las firmas. En dicho modelo, el Banco Central influye directamente en las decisiones de consumo-ahorro de las familias y de inversión de las firmas, fijando la tasa de interés asociada a dichos préstamos y depósitos. De esta manera, el Banco Central puede influir directamente en las decisiones del sector real y en la actividad económica a través de la política monetaria.

Sin embargo, en la economía real, las familias y las firmas recurren a los intermediarios financieros para efectuar depósitos y tomar préstamos, por lo que las tasas de interés relevantes en sus decisiones ya no son las que fija el Banco Central, sino las tasas que fijan los intermediarios financieros. En el proceso de fijación de dichas tasas de interés influyen no solo la tasa de referencia del Banco Central, sino también otros factores, que pueden determinar que el traslado de los estímulos de la política monetaria a las tasas de interés de los intermediarios financieros sea solo parcial, limitando con ello la capacidad del Banco Central de influir en la actividad económica a través de la política monetaria.

Por tal motivo, la incorporación de intermediarios financieros en el MNK resulta muy relevante, pues permite diferenciar las tasas de depósitos y de préstamos fijadas por los intermediarios financieros, de la tasa de referencia del Banco Central. Con esto, se hace posible el análisis de las rigideces financieras dadas por las imperfecciones nominales que afectan las tasas de interés y, asimismo, permite estudiar el impacto de dichas rigideces financieras en las fluctuaciones económicas y en la capacidad de la política monetaria del Banco Central para actuar frente a ellas.

En este contexto, el objetivo de la presente investigación es analizar los efectos de las rigideces en la fijación de las tasas de interés de depósitos y de préstamos, que en adelante referiremos simplemente como rigideces financieras, en la generación y amplificación de las fluctuaciones económicas y, asimismo, analizar cómo impactan en los mecanismos de transmisión de los diversos choques que se generan en la economía. Para el efecto, se desarrolla un modelo de equilibrio general (DSGE) que incorpora intermediarios financieros (bancos privados), a fin de incluir tasas de interés activas y pasivas diferenciadas que no son fijadas directamente por el Banco Central, sino que resultan de un proceso de optimización de los bancos privados en un contexto de competencia monopolística. Asimismo, a fin de reproducir las características observadas en los mercados financieros comentadas anteriormente, el modelo incorporará rigideces en el ajuste de las tasas de interés de préstamos y de depósitos, incorporando de esta manera el traspaso (*pass-through*) incompleto de la tasa de interés de referencia hacia las demás tasas de interés del sistema financiero. Adicionalmente, se incorpora en el modelo un factor de incumplimiento de préstamos dependiente del ciclo económico, a fin de analizar sus efectos en las fluctuaciones económicas y en los mecanismos de propagación de los diferentes disturbios en la economía.

De este modo, se buscará responder las siguientes interrogantes: ¿Cuál es el impacto de las rigideces en la fijación de las tasas de interés de préstamos y de depósitos, en la dinámica de la economía y en las fluctuaciones económicas? ¿Cuál es la relación entre la existencia de rigideces en la fijación de tasas de interés y el traspaso incompleto en el corto y largo plazo? ¿Cómo afectan las rigideces financieras a los mecanismos de transmisión del factor de incumplimiento hacia el resto de la economía?

La primera contribución de nuestra investigación es la construcción de un MNK extendido que incorpora intermediarios financieros, en el cual el MNK estándar se encuentra anidado, es decir, que puede obtenerse desactivando los mecanismos que diferencian al modelo. Sin hacerlo más complejo, el modelo incorpora un entorno de competencia monopolística en operaciones pasivas y activas que permite modelar las rigideces en la fijación de tasas de interés, tanto activas como pasivas.

Una segunda contribución, de la que no se encuentra referencia en trabajos previos, es el significativo efecto de las rigideces en las tasas de depósitos, sobre las fluctuaciones económicas, muy superior al observado para las rigideces en las tasas de préstamos. Este resultado, nos debería conducir a prestar mayor atención al estudio de las rigideces en las tasas de depósitos, aspecto que no ha sido abordado aún en la literatura.

Finalmente, una tercera contribución es haber introducido una tasa de incumplimiento, que depende del ciclo económico, lo cual permite analizar nuevos mecanismos de transmisión en la dinámica de la economía, ante la presencia de diversos choques.

El presente documento se organiza de la siguiente manera: el capítulo I es introductorio; en el capítulo II se presenta la revisión de literatura relevante para nuestro estudio. Posteriormente, en el capítulo III se describe la arquitectura del modelo, y se presentan las principales ecuaciones que la caracterizan, dejando para el anexo la derivación detallada de dichas relaciones. Luego, en el capítulo IV se presentan la calibración del modelo y los resultados de análisis de impulsos respuesta, y se discuten los mecanismos de propagación de los choques. Finalmente, se presentan las principales conclusiones.

Capítulo II. Revisión de la literatura

El rol de los intermediarios financieros y las rigideces en los mercados de intermediación financiera aún no ha sido abordado de manera considerable en la literatura teórica, en particular, en lo relacionada a los modelos de equilibrio general, a diferencia de las rigideces en los mercados de bienes y de trabajo, que sí han sido frecuente materia estudio en la última década.

Diversos estudios empíricos sostienen la existencia rigideces en el ajuste de la tasa de interés de préstamos y de depósitos. Por ejemplo, Lowe y Rohling (1992) examinan el grado de rigidez de los tipos de interés de Australia, Estados Unidos, Reino Unido y Canadá, encontrando evidencia significativa de rigideces en las diversas tasas de interés. Asimismo, concluyen que la tasa de interés de las tarjetas de crédito resulta ser la más rígida, seguida por la tasa de interés de préstamos personales y la tasa de préstamos de vivienda. De la misma manera, Lago y Salas (2005) muestran evidencia de rigideces en las diferentes tasas, principalmente, en las tasas de depósitos y asimetrías en las respuestas ante cambios en la tasa de interés de referencia para el sistema financiero español en el periodo de 1988 y 2003.

Asimismo, Cowling (2007) usa datos de pequeñas empresas en Reino Unido y también encuentra un grado significativo de rigideces en la tasa de interés de préstamos. Finalmente, Nakajimay y Teranishi (2009) investigan la integración del sector bancario de 12 países de la Zona Euro en términos de la rigidez de la tasa de préstamos, y los resultados que obtienen muestran la existencia rigideces en las tasa de préstamos ante cambios en la tasa de interés de política, en todos los países analizados y en todo los tipos de préstamos; indicando de esta manera a pesar de la integración del sector, las rigideces continúan siendo significativas.

En Latinoamérica, Humala (2003) encuentra evidencia de rigideces en tasas activas al estudiar el sistema bancario de Argentina. Realizando un análisis econométrico para analizar la relación entre la tasa de interés interbancaria con diferentes tasas de interés activas de corto plazo para calcular el grado de traspaso de tasas de interés, encuentra alto grado de rigideces y traspaso incompleto en épocas de estabilidad, mientras que en condiciones de alta volatilidad, el traspaso a las tasas activas se incrementa significativamente, es decir, las tasas activas se ajustan rápidamente al alza.

Lahura (2005), tomando el caso peruano, investiga el efecto traspaso de la tasa de interés interbancaria sobre las tasas de interés en moneda doméstica y su relación con la política monetaria, concluyendo que el traspaso es incompleto, aun en el largo plazo.

La incorporación de fricciones financieras en MNK ha sido abordada ya por diversos autores, aunque no todos incorporan explícitamente intermediarios financieros. Uno de los primeros trabajos en abordar las fricciones financieras fue el desarrollado por Bernanke *et al.* (1999), mediante el cual intenta clarificar el rol de las fricciones del mercado de crédito en las fluctuaciones económicas incluyendo restricciones en la predisposición de las familias de prestar a las firmas con bajo nivel patrimonial, lo cual genera un mecanismo adicional de transmisión de las fluctuaciones económicas a la que Bernanke *et al.* denominaron el "acelerador financiero". El estudio muestra que el acelerador financiero tiene significativa influencia en la generación de ciclos económicos.

Investigaciones más recientes extienden el MNK básico para incorporar el rol de los intermediarios financieros en la economía. Por ejemplo, Curdia y Woodford (2009), extienden el MNK para incorporar bancos en un entorno de competencia perfecta. El modelo propuesto incorpora un spread entre tasas activas y las tasas pasivas que puede variar por razones exógenas o endógenas; sin embargo, en este modelo las fricciones financieras no están microfundadas.

De Fiore y Tristani (2009) construyen una extensión del MNK que incorpora bancos que aplican un spread justificado por la existencia de asimetrías de información y riesgo de incumplimiento, es decir, en este modelo los diferenciales de tasas sí están microfundadas y se obtienen de una caracterización de contratos de deuda óptimos.

De otro lado en los modelos planteados por Teranishi (2008), y Sudo y Teranishi (2008), se extiende MNK para incorporar intermediarios financieros que enfrentan rigideces en el ajuste de las tasas de interés de préstamos. En este caso, los bancos privados se desempeñan en un ambiente de competencia monopolística, y las rigideces son introducidas empleando el mecanismo de Calvo (1983) y Yun (1996).

La presente investigación se acerca más al enfoque empleado por Teranishi (2008) al incorporar intermediarios financieros en competencia monopolística. Sin embargo, se diferencia de dicho trabajo en dos aspectos fundamentales: primero, se incorpora rigideces en la fijación de las tasas de interés de depósitos, lo que nos permitirá modelar traspaso incompleto no solo en la tasa de interés de préstamos, sino también en la tasa interés de depósitos. Segundo, se incorpora un factor de incumplimiento en las operaciones de préstamo que depende del ciclo económico, lo cual nos permitirá analizar el rol de las rigideces en la evolución de las fluctuaciones económicas en dicho contexto.

Capítulo III. Modelo neo keynesiano con intermediarios financieros

1. Descripción general

El modelo está desarrollado tomando como base al MNK estándar en la línea de Woodford (2003). Con la finalidad de modelar las rigideces financieras, seguimos a Teranishi (2008); sin embargo, nuestro modelo se diferencia de este último, puesto que no solo considera rigideces en la tasa de préstamos, sino también rigideces en el ajuste de las tasas de depósitos, de esta manera se está introduciendo traspasos incompletos de la tasa de interés de referencia, manejada por la autoridad monetaria (Banco Central) hacia las demás tasas del sistema financiero. Asimismo, se modela una tasa de incumplimiento que tiene un comportamiento dependiente del ciclo económico. Cabe resaltar que el MNK estándar y el modelo de Teranishi, son casos particulares del modelo desarrollado.

Nuestra economía, se caracteriza por ser una economía cerrada, donde interactúan los siguientes agentes económicos: consumidores, empresas, bancos privados y Banco Central. Los Consumidores asignan sus recursos óptimamente para consumir una canasta de bienes diferenciados, y ofrecen su mano de obra diferenciada a las empresas. Asimismo, colocan sus excedentes en los bancos privados, mediante una canasta de depósitos. Las empresas demandan mano de obra diferenciada para producir bienes diferenciados, para el cual requieren financiar una fracción del costo total de contratar la mano de obra. Para ello, necesitan demandar una canasta de productos financieros diferenciados de los bancos privados. Los bancos privados, por su parte, reciben depósitos y otorgan préstamos, cada uno de ellos ofrecen servicios de depósitos y productos financieros diferenciados que les permiten ejercer cierto poder monopolístico en la fijación de las tasas. El Banco Central cumple el rol de estabilización de la economía, aplicando una regla de política monetaria que reacciona frente a desvíos en la inflación y brecha del producto.

2. Consumidores

El consumidor representativo decide la cantidad de consumo agregado intertemporalmente, y consume una canasta de bienes diferenciados. Sus excedentes los deposita en bancos, mediante una canasta de depósitos. Asimismo, provee servicios de mano de obra diferenciada y decide el salario que va cobrar por tales servicios. Finalmente, recibe los beneficios provenientes tanto de las empresas como de los bancos privados por ser propietarios de estas.

2.1 Consumo de bienes diferenciados

Se asume que la utilidad del consumidor es creciente y cóncava en el índice de consumo, el cual es definido como un “agregador” Dixit-Stiglitz, de una canasta de bienes diferenciados, $f \in [0,1]$ producido por diferentes líneas de producto pertenecientes a la empresa representativa.

Así, se tiene como

$$C_t = \left[\int_0^1 c_t(f)^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

Donde C_t es el consumo agregado, $\theta \succ 1$ es la elasticidad de sustitución a través de bienes producidos por diferentes líneas de producto f. Para el “agregador” del consumo, el índice de precios está dado por:

$$P_t = \left[\int_0^1 p_t(f)^{1-\theta} df \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Donde P_t es el precio agregado y $p_t(f)$ es el precio de un bien diferenciado en particular $c_t(f)$.

En cada momento del tiempo, el consumidor asigna óptimamente su consumo de bienes diferenciados, debiendo resolver un problema de minimización de gastos. Este proceso conduce a que el gasto relativo en un bien en particular sea decidido acorde a la siguiente condición:

$$c_t(f) = C_t \left[\frac{p_t(f)}{P_t} \right]^{-\theta} \tag{2.1}$$

Cabe señalar, que el consumo de cada tipo de bien es creciente en el consumo agregado y decreciente en su correspondiente precio relativo.

2.2 Asignación óptima de la canasta de depósitos

Dado un nivel de depósitos agregado D_t, el consumidor elige cuánto depositará en cada banco, mediante un proceso de optimización en el que la función objetivo es la siguiente[1]:

---

1 En nuestra economía, los servicios de depósitos tienen cierto grado de diferenciación, lo cual otorga a los bancos poder de mercado. Por ello se modela un mercado de depósitos en competencia monopolística. Por simplicidad, se emplea una función con elasticidad de sustitución constante (Función C.E.S.).

$$\max_{d_{t(z)}} \int_0^1 d_{t(z)}.r_{d,t(z)}.dz$$

Sujeto al depósito agregado:

(2.2)
$$D_t = \left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\epsilon_d - 1}{\epsilon_d}} dz \right]^{\frac{\epsilon_d}{\epsilon_d - 1}}$$

(2.3)
$$d_{t(z)} = D_t \left[\frac{r_{d,t(z)}}{R_{d,t}} \right]^{\epsilon_d - 1}$$

Cabe resaltar que a medida que se incrementa la tasa de depósito del Banco *Z*, los consumidores estarán dispuestos a depositar una mayor cantidad de dinero en dicho banco.

2.3 Decisión de asignación consumo-ahorro y oferta laboral intertemporal

Para decidir la asignación consumo-ahorro y la oferta laboral intertemporal, el consumidor representativo, resuelve un problema dinámico en donde la utilidad del consumidor depende positivamente del consumo y negativamente de la oferta de trabajo diferenciado; en este contexto el consumidor busca maximizar su función de bienestar dada por:

$$U_t = E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-1} \left[U(C_T, v_T) - \int_0^1 V(l_T(h), v_T) dh \right] \right\}$$

Donde E_t es una esperanza condicional sobre el estado de la naturaleza en el periodo t, la función U_t es creciente y cóncava en el índice de consumo, C_t es el índice consumo de los consumidores, $l_T(h)$ es la cantidad ofertada de trabajo de tipo h y v_T son disturbios, que se pueden entender como choques de preferencias. El consumidor optimizador toma sus decisiones sujeto a la siguiente restricción presupuestaria:

$$P_t.C_t + D_t \leq R_{d,t-1}.D_{t-1} + \int_0^1 w_{t(h)}.l_{t(h)} dh + \int_0^1 \Pi_t^B dh + \int_0^1 \Pi_t^E df$$

Donde D_t son los depósitos agregados, $R_{d,t}$ es la tasa de interés bruta que recibe el consumidor por sus depósitos, $w_{t(h)}$ es el salario por la oferta de trabajo diferenciado de tipo h, Π_t^B y Π_t^E son los beneficios de los bancos privados y de las empresas, respectivamente; que reciben los consumidores por ser propietarias de las mismas.

De esta manera, los consumidores elegirán en cada periodo los niveles óptimos de consumo C_t, depósitos D_t y salarios $w_{(h)}$ que les permita maximizar su bienestar. Las condiciones de primer orden resultantes del problema del consumidor son:

(2.4) $$1 = \beta E_t \left[Rd_t \left(\frac{U_{c_t}\left(C_{t+1}, v_{t+1}\right)}{U_{c_t}\left(C_t, v_t\right)} \right) \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \right]$$

(2.5) $$\frac{w_{(h)}}{P_t} = \left(\frac{\in}{\in - 1} \right) \left(\frac{V_{L_t}\left(l_{t(h)}, v_t\right)}{U_{c_t}\left(C_t, v_t\right)} \right)$$

La ecuación (2.4) es la ecuación de Euler que determina la trayectoria óptima del consumo. En el óptimo el consumidor representativo es indiferente entre consumir hoy o consumir mañana, mientras que la ecuación (2.5) describe la decisión óptima de cobrar un determinado salario por la oferta de la mano de obra diferenciada del tipo h, puesto que se está asumiendo que los diferentes tipos de trabajo no son sustitutos perfectos, el consumidor posee cierto poder de cobrar un salario diferenciado.

La oferta agregada de mano de obra será:

$$L_t = \left[\int_0^1 l_t(h)^{\frac{\in - 1}{\in}} dh \right]^{\frac{\in}{\in - 1}}$$

Donde $\in$ es la elasticidad de sustitución constante entre diferentes tipos de mano de obra.

3. Empresas

Siguiendo a Teranishi (2008), en esta investigación se considera que la empresa representativa está formada por un presidente quien decide la demanda de mano de obra diferenciada y la demanda de préstamos de diferentes Bancos Privados, para un continuo de líneas de producto pobladas sobre el intervalo [0,1], en donde se producen bienes diferenciados, se asumirá que se utilizan la misma proporción de diferentes tipos de trabajo diferenciado y la misma proporción de financiamiento de diferentes Bancos Privados.

3.1 Decisión de contratar mano de obra y financiamiento

El presidente de la firma para decidir cuánto de cada tipo de trabajo diferenciado contratar y cuándo de cada tipo de financiamiento contratar para toda la empresa, realiza un proceso de minimización del gasto total de mano de obra y de financiamiento para toda la empresa.

3.1.1 Demanda de mano de obra diferenciada

$$\min_{l_{t(h)}} \left\{ \int_0^1 (1+\gamma.(R_p - 1)).w_{(h)}.l_{(h)} dh \right\}$$

Sujeto a la restricción de demanda agregada de trabajo L_t definida por:

$$L_t = \left[\int_0^1 l_{t(h)}{}^{\frac{\in - 1}{\in}} dh \right]^{\frac{\in}{\in - 1}}$$

En donde además R_{pt} es la tasa de interés de préstamos ponderada. La condición de decidir cuánto de trabajo diferenciado contratar es la siguiente:

(2.6) $$l_{t(h)} = \left[\frac{w_{t(h)}}{\Omega_t} \right]^{-\in} .L_t$$

$$\Omega_t = \left[\int_0^1 w_{t(h)}{}^{1-\in} dh \right]^{\frac{1}{1-\in}}$$

3.1.2 Demanda de préstamos diferenciados

Asimismo, el presidente de la firma realiza un proceso de minimización del gasto de financiamiento, a fin de contratar el financiamiento de manera óptima. Se asume que existe diferenciación en los servicios de préstamos, es decir, no existe perfecta sustitución entre diferentes préstamos:

$$\min_{q_{t(z)}} \int_0^1 q_{t(z)}.r_{p,t(z)} dz$$

Sujeto a la demanda agregada de préstamos:

$$Q_t = \left[\int_0^1 q_{t(z)}^{\frac{\epsilon_p - 1}{\epsilon_p}} dz \right]^{\frac{\epsilon_p - 1}{\epsilon_p}}$$

De esta manera se define la tasa de interés de préstamos agregada:

(2.7) $$R_{p,t} = \left[\int_0^1 r_{p,t(z)}^{1-\epsilon_p} dz \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_p}}$$

La demanda de un determinado tipo de préstamo está determinada por la siguiente condición:

(2.8) $$q_{t(z)} = Q_t \left[\frac{r_{p,t(z)}}{R_{p,t}} \right]^{-\epsilon_P}$$

Fijación de precios

El jefe de la línea de producto f enfrenta un proceso de optimización para fijar el precio del producto f, sin embargo, tiene restricciones para ajustar óptimamente sus precios cada periodo.

Solo $(1-\alpha)$ de las líneas de producto pueden ajustar óptimamente sus precios. En este contexto el jefe de la línea de producto maximiza el valor presente de los beneficios descontados:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \alpha^{T-t}.X_{t,T} \left[p_{t(f)}.y_{t,T(f)} - \int_0^1 (1+\gamma(R_{p,T} - 1)).w_{T(h)}.l_{T(h)}^f dh \right]$$

Donde se define:

$$y_{t(f)} = \left[\frac{p_{t(f)}}{P_T} \right]^{-\theta} .Y_T$$

Bajo $c_t(f) = y_t(f)$ y usando $C_t = Y_t$ para algún t. Asimismo, se asume que la tasa marginal de sustitución, $X_{t,T} = \beta \frac{P_t.U_C(C_T, v_T)}{P_T.U_C(C_t, v_t)}$ es la tasa de descuento de cada grupo de proyecto de la firma.

El precio óptimo que resuelve el problema de la empresa está dado por:

$$\left(\frac{p^*_{t(f)}}{P_t}\right) = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t}.U_C(C_T, v_T).Y_T.\mu.F_T^{\theta}(1+\gamma(R_{p,T}-1)).\Omega_t.\frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t}.U_C(C_T, v_T).Y_t.F_T^{\theta-1}} \tag{2.9}$$

Donde $\mu = \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)$, es el *mark-up*, que las empresas obtienen por tener cierto poder monopolístico y $F_T = P_T / P_t$ es el nivel de inflación acumulada.

Considerando rigideces en la fijación de precios, siguiendo la estructura de Calvo (1983) y Yun (1996), solo una fracción $(1-\alpha)$ de las firmas cambian sus precios todos los periodos, y el resto de las firmas mantienen su precio fijo.

Por lo tanto, el nivel de precio agregado está determinado de la siguiente manera:

$$P_t^{1-\theta} = \alpha.P_{t-1}^{1-\theta} + (1-\alpha).\left(p^*_{t(f)}\right)^{1-\theta} \tag{2.10}$$

De esta manera considerando las ecuaciones (2.9) y (2.10) y siguiendo a Benigno y Woodford (2005), la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, N_t y D_t

$$\alpha.[\Pi_t]^{1-\theta} = 1-(1-\alpha).\left[\frac{N_t}{D_t}\right]^{1-\theta} \tag{2.11}$$

$$N_t = U_C(C_t, v_t).Y_T.\mu.\mu'.(1+\gamma(R_{p,t}-1)).mc_{t,t(f)} + (\alpha\beta).E_t\left\{(\Pi_{t+1})^{\theta} N_{t+1}\right\} \tag{2.12}$$

$$D_t = U_C(C_T, v_T).Y_T + (\alpha\beta).E_t\left\{(\Pi_{t+1})^{\theta-1} D_{t+1}\right\} \tag{2.13}$$

Donde: $\Pi_t = P_t / P_{t-1}$ es la tasa de inflación bruta, la ecuación (2.11) resulta de la agregación de los precios de las firmas individuales y el ratio N_t / D_t representa el precio relativo óptimo. Estas tres últimas ecuaciones resumen la representación recursiva de la Curva de Phillips no lineal.

4. Bancos privados

4.1 Maximiza su utilidad esperada

Existe un continuo de z bancos en el intervalo $\left[0,1\right]$ bajo competencia monopolística. En este contexto, los bancos privados toman dos decisiones: (i) deciden la tasa de interés de depósito o tasa pasiva que pagarán por los depósitos de los consumidores; y, (ii) deciden prestar a las firmas fijando la tasa de interés de préstamos diferenciado acorde a la demanda de préstamos de los empresarios quienes necesitan financiar una fracción de su costo total de contratar mano de obra.

Se asume que solo $\left(1-\varphi\right)$ pueden cambiar sus tasas cada periodo óptimamente, es decir, enfrentan rigideces para ajustar sus tasas, tanto pasivas como activas; en este contexto, el Banco z maximiza su utilidad descontada, sujeta a la demanda de préstamos por parte de los empresarios y a la oferta de depósitos de los consumidores; asimismo se asume que existe una tasa de incumplimiento, que por simplicidad se asumirá que es homogénea para todas las empresas, y se analizará, cuando esta tasa de incumplimiento es exógena y cuando tiene un comportamiento endógeno.

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}\left[r_{p,t(z)}(1-\delta_T).q_{t,T(z)} - r_{d,t(z)}.d_{t,T(z)} - i_T.\left(q_{t,T(z)} - d_{t,T(z)}\right)\right]$$

En donde $r_{p,t(z)}$ es la tasa de interés de préstamo bruta que cobra el Banco privado z por los préstamos que demandan $\left(q_{t,T(z)}\right)$ las empresas para financiar una fracción de sus costos de contratar mano de obra; y está definida por la ecuación (2.8), $r_{d,t(z)}$ es la tasa de interés de depósito bruta que paga el Banco privado z a los consumidores; $d_{t,T(z)}$ es la demanda de servicios de depósito en el Banco z por parte de los consumidores y definida por la ecuación (2.3); i_T es la tasa de referencia manejada por la autoridad monetaria, el Banco Central; δ_T es la tasa de incumplimiento, $X_{t,T}$ factor de descuento estocástico de los propietarios de los bancos privados, que en esta investigación se consideran que son los consumidores.

4.1.1 Fijación de tasa de interés de préstamos de los bancos privados

La tasa de interés de préstamos óptima está dado por:

(2.14) $$r^{*}_{p,t(z)} = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\mu_p.R_{p,T}{}^{\epsilon_P}.Q_T.i_T}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.R_{p,T}{}^{\epsilon_P}.Q_T.\left(1-\delta_T\right)}$$

Considerando el factor de descuento estocástico como: $X_{t,T} = \beta.\frac{P_t.U_C(C_T, v_T)}{P_T.U_C(C_t, v_t)}$ y donde $\mu_P = \left(\frac{\epsilon_P}{\epsilon_P - 1}\right)$ es el *mark-up* de los bancos privados, que debido a la diferenciación de servicios de préstamos tienen cierto poder monopólico y fijan una tasa de interés de préstamos por encima de su costo marginal.

Cabe resaltar que en una economía en donde no existe rigideces $\left(\varphi = 0\right)$ se tendría:

$$r^{*}_{p,t(z)} = \mu_p.\frac{1}{\left(1-\delta_T\right)}.i_t$$

Donde se observa si aumenta la tasa de incumplimiento, subiría automáticamente la tasa de interés de préstamos; sin embargo, en una economía donde existe rigideces la facilidad de poder cambiar las tasas de préstamos no será automática.

Asimismo, para modelar las rigideces en la fijación en las tasas de interés de préstamos consideraremos la estructura planteada por Calvo (1983) y Yun (1996), en donde la evolución de la tasa de interés de préstamo es descrito por:

(2.15) $$R_{p,t}^{1-\epsilon_p} = \left[\varphi R_{p,t-1}^{1-\epsilon_p} + \left(1-\varphi\right) r_{p,t(z)}^{1-\epsilon_p}\right]$$

De esta manera considerando las ecuaciones (2.14) y (2.15) y siguiendo al igual que en el caso de las empresas, la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, N_{pt} y D_{pt}.

(2.16) $$R_{p,t}^{1-\epsilon_p} = \left[\varphi R_{p,t-1}^{1-\epsilon_p} + (1-\varphi)\left(\frac{N_{pt}}{D_{pt}}\right)^{1-\epsilon_P} \right]$$

(2.17) $$N_{pt} = \mu_p.\frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t}.\left(R_{p,t}{}^{\epsilon_p}.Q_t\right).i_t + \varphi\beta.E_t\left[N_{pt+1}\right]$$

(2.18) $$D_{pt} = \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t}.\left(R_{p,T}{}^{\epsilon_p}.Q_t\right).(1-\delta_T) + \varphi\beta.E_t\left[D_{t+1}\right]$$

Donde Q_t es la demanda agregada de préstamos, la ecuación (2.16) resulta de la agregación de las tasas de interés de préstamos de los bancos privados individuales y el ratio N_{pt}/D_{pt} y representa la tasa de interés de préstamo óptima. Al igual que en el caso de las empresas las ecuaciones (2.16), (2.17) y (2.18) forman la ecuación de la tasa de interés de préstamos no lineal o en niveles.

4.1.2 Fijación de tasa de interés de depósitos de los bancos privados

La tasa de interés de depósito óptima $r_{d,t(z)}^*$ está dada por:

(2.19) $$r_{d,t(z)}^* = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left(\frac{\epsilon_d - 1}{\epsilon_d}\right).R_{d,T}{}^{1-\epsilon_d}.D_T.i_T}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.R_{d,T}{}^{1-\epsilon_d}.D_T}$$

Donde el factor de descuento estocástico es $X_{t,T} = \beta.\frac{P_t.U_C(C_T, v_T)}{P_T.U_C(C_t, v_t)}$ y $\mu_P = \left(\frac{\epsilon_P}{\epsilon_P - 1}\right)$, es un factor que es menor que 1, lo que nos indica que los bancos privados tienen la capacidad de pagar una tasa de interés de depósito menor que de la tasa del Banco Central.

Asimismo, siguiendo a Calvo (1983) y Yun (1996) y considerando que existe rigideces en el ajuste de la tasa de depósitos la evolución de la tasa de interés de depósitos es descrito por:

$$R_{d,t}^{\epsilon_p} = \left[\varphi R_{d,t-1}^{\epsilon_p} + (1-\varphi).r_{d,t(z)}^{\epsilon_p}\right]$$

La ecuación (2.19) puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, N_{dt} y D_{dt}.

(2.20) $$R_{d,t}^{\in_p} = \left[\varphi R_{d,t-1}^{\in_p} + (1-\varphi)\left(\frac{N_{dt}}{D_{dt}}\right)^{\in_P} \right]$$

(2.21) $$N_{dt} = \mu_d . \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} . R_{d,t}{}^{1-\in_d} . D_t . i_t + \varphi\beta . E_t\left[N_{dt+1}\right]$$

(2.22) $$D_{dt} = \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} . R_{d,t}{}^{1-\in_d} . D_t + \varphi\beta . E_t\left[D_{dt+1}\right]$$

Donde D_t es el depósito agregado, la ecuación (2.20) resulta de la agregación de las tasas de interés de depósitos que pagan los bancos privados individuales y el ratio N_{dt}/D_{dt} representa la tasa de interés de depósito óptima. Así, las ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.22) forman la ecuación de la tasa de interés de depósitos no lineal o en niveles.

5. El Banco Central

El Banco Central, en todos los periodos sigue una regla de Taylor que reacciona a desvíos tanto de la inflación como de la brecha producto:

$$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t$$

Versión Log-linealizado del modelo.

6. Relaciones estructurales log-linealizadas

Las relaciones estructurales que caracterizan nuestra economía están formadas por las siguientes ecuaciones, los cuales se obtienen de las decisiones óptimas de cada uno de los agentes económicos optimizadores que interactúan en nuestra economía y son las siguientes[2]:

---

[2] Las ecuaciones log-linealizadas que caracterizan a un modelo neo keynesiano estándar, son las siguientes:

$$\pi_t = \kappa . x_t + \xi . R_{p,t} + \beta E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

$$x_t = E_t\left[x_{t+1}\right] - \sigma . \left[R_{d,t} - E_t\left[\pi_{t+1}\right] - \hat{r}_t^n \right]$$

$$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t$$

Estas son la Curva de Phillips, la IS dinámica y la regla de Taylor, respectivamente.

(2.23) $$x_t = E_t\left[x_{t+1}\right] - \sigma.\left[R_{d,t} - E_t\left[\pi_{t+1}\right] - \hat{r}_t^n\right]$$

(2.24) $$\pi_t = \kappa.x_t + \xi.R_{p,t} + \beta E_t\left[\pi_{t+1}\right] + \nu_t$$

(2.25) $$R_{p,t} = \lambda_{p,1}.R_{p,t-1} + \lambda_{p,2}.E_t.R_{p,t+1} + \lambda_{p,3}.\left[\hat{i}_t + x.\delta_t\right]$$

(2.26) $$R_{d,t} = \lambda_{d,1}.R_{d,t-1} + \lambda_{d,2}.E_t.R_{d,t+1} + \lambda_{p,3}.\hat{i}_t$$

(2.27) $$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t$$

(2.28) $$\delta_t = \rho_\delta \delta_{t-1} + \omega_t$$

(2.29) $$\delta_t = \rho_\delta \delta_{t-1} - \eta.x_t + \omega_t$$

En donde el valor de los parámetros están dados por:

$$\Theta = \frac{\gamma.R_p}{\left(1+\gamma\left(R_p - 1\right)\right)}; \mathrm{X} = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha(1+\omega_P\theta)}\right); \kappa = \chi.\left(\omega + \sigma^{-1}\right); \xi = \chi.\Theta;$$

$$\lambda_{p,1} = \frac{\varphi}{1+\varphi^2\beta}; \lambda_{p,2} = \frac{\varphi\beta}{1+\varphi^2\beta}; \lambda_{p,3} = \frac{(1-\varphi)(1-\varphi\beta)}{1+\varphi^2\beta}; \chi = \frac{\overline{\delta}}{1-\overline{\delta}};$$

$$\lambda_{d,1} = \frac{\varphi}{1+\varphi^2\beta}; \lambda_{d,2} = \frac{\varphi\beta}{1+\varphi^2\beta}; \lambda_{d,3} = \frac{(1-\varphi)(1-\varphi\beta)}{1+\varphi^2\beta}$$

La ecuación (2.23) corresponde a la curva de demanda agregada o la IS dinámica que se obtiene de las decisiones óptimas de los consumidores, quienes deciden intertemporalmente cuánto consumir y cuánto ahorrar, con la finalidad de maximizar su utilidad descontada; y nos indica que la brecha presente va a depender positivamente de las expectativas futuras tanto de la misma brecha, y negativamente de la tasa de interés real. La ecuación (2.24) constituye la oferta agregada o la nueva curva de Phillips que se obtiene de analizar las decisiones óptimas de las empresas; quienes, en un contexto de competencia monopolística, deciden fijar precios dada la demanda de sus productos diferenciados, buscando maximizar sus beneficios descontados. Cabe resaltar que ahora aparece un componente adicional en la Curva de Phillips, con respecto al MNK básico, la tasa de interés de préstamos; ahora la inflación presente no solo va a depender de la brecha y la inflación esperada, sino también variaciones en la tasa de préstamos va a generar presiones inflacionarias, puesto que va a generar variaciones en el costo marginal de las empresas.

Dadas las características de nuestra economía se obtienen dos ecuaciones adicionales a diferencia del MNK estándar; una de ellas, indicada en la ecuación (2.25) es la curva de la tasa de interés de préstamos que relaciona la tasa de interés de préstamos con la tasa de interés de referencia del Banco Central; asimismo, en esta ecuación aparece la tasa de incumplimiento. La otra ecuación es la curva de la tasa de interés de depósitos, especificada en la ecuación (2.26); ambas ecuaciones se obtienen de las decisiones óptimas de los bancos privados y nos permite incorporar en el modelo traspasos (*Pass-through)* incompletos en la tasa de interés de referencia hacia las demás tasas del sistema financiero. La ecuación (2.27) corresponde a la regla de Taylor que utiliza el Banco Central para reaccionar ante desvíos tanto en la inflación como en la brecha producto.

Finalmente, las ecuaciones (2.28) y (2.29) muestran dos diferentes maneras de modelar la tasa de incumplimiento, la primera se considera como un choque que toma la forma de un autorregresivo de orden uno y en la segunda se modela de manera endógena, donde la tasa de incumplimiento depende negativamente de los ciclos económicos, en periodos de expansión se espera que la tasa de incumplimiento disminuya, mientras que en épocas de recesión se espera que se incremente.

7. Naturaleza de los choques

Se considerarán cuatro tipos de choques: un choque de política monetaria μ_t, un choque de costos v_t, un choque de demanda, (choque a la tasa de interés natural r_t^n), y finalmente un choque a la tasa de incumplimiento (choque financiero) ω_t.

Se asumirá que los choques siguen procesos autorregresivos de orden uno (AR (1)).

Así se tiene:

$$\mu_t = \rho_\mu \mu_{t-1} + \varepsilon_t^\mu \qquad \varepsilon_t^\mu \sim i.i.d(0,1)$$

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v \qquad \varepsilon_t^v \sim i.i.d(0,1)$$

$$w_t = \rho_w w_{t-1} + \varepsilon_t^w \qquad \varepsilon_t^w \sim i.i.d(0,1)$$

$$r_t^n = \rho_{r^n} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^{rn_r n} \qquad \varepsilon_t^{rn_r n} \sim i.i.d(0,1)$$

Capítulo IV. Análisis numérico

1. Calibración

Los valores numéricos de los parámetros han sido tomados de diferentes autores y en algunos casos estimados; de esta manera, consideramos un $\beta = 0.99$ el cual implica una tasa de interés anualizada de 4%. La probabilidad de que la empresa cambie sus precios, indicador de las rigideces en los precios $\alpha = 0.66$ implica que en promedio las empresas ajustan precios, cada tres periodos; la elasticidad de sustitución entre bienes diferenciados es $\theta = 7.66$, lo que es similar a asumir un *mark-up* de 15% aproximadamente sobre el costo marginal. Asimismo, varios de los parámetros han sido calibrados de acuerdo con Teranishi (2008) y Woodford (2003). Adicionalmente, para realizar el análisis de impulso-respuesta, se consideran los parámetros de política en la regla de Taylor de $\phi_\pi = 2$ y $\phi_x = 0.25$. La probabilidad de cambiar tanto la tasa de préstamos, como de depósitos se fija en $\varphi = 0.66$, lo que nos indica el grado de rigidez de las tasas de préstamo, y el ratio de financiamiento externo por parte de las empresas se fija en $\gamma = 0.5$, es decir, las empresas financian el 50% del total de costos de contratar mano de obra. La elasticidad de sustitución entre diferentes servicios de préstamos $\in_p = 7.66$, implica, al igual que en el caso de la empresa, al banco privado obtener un margen de aproximadamente 15%. El valor del promedio de la tasa de incumplimiento se calibra en $\bar{\delta} = 6\%$ consistente con el promedio histórico para el Perú durante el periodo de 1993-2009. La calibración de todos los demás parámetros se muestra en la primera tabla del anexo 1.

2. Resultados: dinámica del modelo

2.1 Modelo neo keynesiano estándar

Se presentan los resultados de un choque de política monetaria, en el MNK estándar, los cuales se muestran en los gráficos 1 y 2 de los anexos, con la finalidad de mostrar el mecanismo tradicional del canal de la política monetaria; un incremento en la tasa de política, reduce la brecha producto y esto a su vez reduce la inflación; esto permitirá a la autoridad monetaria, influir directamente en la economía para estabilizarlo ante cualquier desvío de la inflación y de la brecha producto, por ejemplo, ante presiones inflacionarias, el Banco Central (BC) reacciona rápidamente incrementando la tasa de referencia de esta manera reducir el consumo, y por ende la brecha producto y de esta manera controlar la inflación; todo lo mencionado funciona bien, puesto que el BC tiene la capacidad de influir directamente en las decisiones de consumo. Asimismo lo importante de presentar este escenario es mostrar el traspaso completo de la tasa de interés de referencia tanto hacia la tasa de préstamos como a la de depósitos. Es decir, un cambio en la tasa de referencia del BC se traduce directamente en cambios de la misma magnitud en las demás tasas de interés.

2.2 Modelo neo keynesiano con bancos sin rigideces

Los resultados de la incorporación de intermediarios financieros dentro del MNK estándar se pueden ver en los gráficos 3, 4 y 5 de los anexos. Así, se observa que en presencia de intermediarios financieros, la efectividad de la política monetaria para impactar en la inflación se ve disminuida mientras mayor es el nivel de endeudamiento de las empresas. Esto se explicaría porque el impacto del choque de política monetaria en la brecha producto que causa una reducción de inflación, se ve compensado por el incremento de los costos marginales de las empresas ante el incremento de sus costos de financiamiento. La importancia de analizar este escenario esta justamente en que con este modelo se puede entender los efectos contrapuestos en los dos canales de trasmisión de la política monetaria a la inflación: brecha producto y costos de financiamiento.

De la misma manera, se presenta la dinámica de la economía ante un choque financiero, lo que se observa es que este choque va tener un mayor impacto, cuando mayor sea el financiamiento externo de las empresas; el mecanismo de transmisión de este choque es la siguiente; un choque financiero incrementará la tasa de préstamos, lo cual va a generar presiones inflacionarias, por lo que el BC incrementará su tasa con la finalidad de frenar las presiones inflacionarias, sin embargo, cuando mayor sea el financiamiento de las empresas, más drástica tendrá que ser la respuesta de la autoridad monetaria para estabilizar la economía.

Asimismo, es importante mencionar que la incorporación del sistema financiero, aún sin rigideces, tiene la capacidad de generar fluctuaciones económicas significativas dado un choque financiero. De la misma manera, en este escenario hay un traspaso completo de la tasa de política monetaria tanto en la tasa de préstamos como en la tasa de depósitos

2.3 Modelo neo keynesiano con bancos y con rigideces

En este escenario se incorporan rigideces financieras, en donde se asume que no todos los bancos pueden ajustar sus tasas óptimamente; los resultados de este análisis se muestran en los gráficos 6, 7, 8, 9, 10 y 11 de los anexos. El resultado más resaltante es el traspaso incompleto que se genera al incorporar rigideces en la fijación de las tasas de interés, tanto en la tasa de préstamos como en la tasa de depósitos; en este contexto, el Banco Central, para poder estabilizar la economía ante presiones inflacionarias, tendrá que realizar una política mucho más agresiva para poder afectar a la brecha y de esta manera a la inflación, puesto que cambios en la tasa de referencia no se trasladan directamente a la tasa de depósitos y de esta manera a las decisiones de consumo-ahorro de las familias.

En los gráficos 6, 7 y 8 de los anexos se presentan los resultados de las de las rigideces en las tasas de depósitos. En este escenario, el traspaso de la tasa de interés del Banco Central, es incompleta tanto en el corto, como en el largo plazo. Sin embargo, se observa que los choques financieros tienen efectos limitados en las fluctuaciones económicas, puesto que los impactos en la inflación no son significativos.

Por otro lado, se analizan los efectos de las rigideces en las tasas de préstamos y los resultados se muestran en los gráficos 9, 10 y 11 de los anexos; de igual manera, en este caso el traspaso de la tasa de interés del Banco Central, es incompleta tanto en el corto, como en el largo plazo; asimismo ante un choque financiero se puede observar que las rigideces pueden generar grandes fluctuaciones económicas; cuanto mayor sea la rigidez, mayores serán estas fluctuaciones, ante un choque financiero, esto debido a que un incremento en la tasa de préstamos, va generar presiones inflacionarias, por lo que el Banco Central elevaría su tasa de referencia con la finalidad de desincentivar el consumo y por ende la brecha y de esta manera controlar la inflación; sin embargo, debido a las rigideces existentes, el impacto del BC se ve atenuado, por lo que para poder lograr impactar en la economía, su respuesta tendrá que ser más drástica, pero esta respuesta va a generar incrementos en la tasa de préstamos y por ende en la inflación; asimismo, las expectativas de los consumidores acerca de la inflación futura se incrementará, por lo que esto también reducirá la capacidad de la política monetaria para estabilizar la economía, por lo que las fluctuaciones económicas serán mayores. De esta manera, la rigidez en las tasas origina persistencia y amplifica el efecto del choque exógeno sobre la tasa de préstamos. La mayor amplitud de la tasa de préstamos se traslada a la inflación, a la tasa de referencia y a la brecha producto, intensificando de esta manera las fluctuaciones económicas.

2.4 Modelo neo keynesiano con bancos y tasa de incumplimiento exógeno

En este escenario se incorpora una tasa de incumplimiento exógena, los resultados muestran que la introducción de esta variable adicional, solo es relevante cuando existe un choque financiero, nuevamente las fluctuaciones económicas se amplifican en un contexto en donde la respuesta del BC tiene que ser agresiva para atenuar las presiones inflacionarias ante una subida de los costos de financiamiento, tal como se muestran en los gráficos 12, 13 y 14 de los anexos.

2.5 Modelo neo keynesiano con bancos y tasa de incumplimiento endógeno

En esta sección se considera una tasa de incumplimiento endógena, dependiente de los ciclos económicos. En este escenario es relevante analizar el mecanismo de transmisión en el sistema económico. Por ejemplo, ante un choque financiero, se incrementa la tasa de préstamos, este incremento se traslada a la inflación, por lo que el Banco Central debe incrementar la tasa de referencia, con la finalidad de reducir la brecha producto; sin embargo, la caída de la brecha hace que se incremente la tasa de incumplimiento por lo que esto se trasladará a la tasa de préstamos, generando de esta manera amplificaciones en los ciclos económicos.

Finalmente, la incorporación de pérdidas por incumplimiento que afectan las tasas de interés nos permite explicar por qué en presencia de rigideces en las tasas de préstamos, el traspaso de la tasa de referencia a las tasas de interés de préstamos puede ser menor a la unidad en el corto plazo, pero cercano o superior a la unidad en el largo plazo. Dichos resultados se muestran en los gráficos 15, 16, 17 y 18 de los anexos.

Conclusiones

En el presente documento se ha presentado un modelo NK con bancos privados que operan en competencia monopolística y afrontan rigideces en la fijación de sus tasas de interés. En este entorno, se ha estudiado el efecto que tienen en las fluctuaciones económicas las rigideces en la fijación de tasas de interés de depósitos y de préstamos.

Un primer aporte de nuestra investigación, a la literatura existente, lo constituye el propio modelo en sí, puesto que se ha formulado una extensión del MNK estándar con bancos. La presencia de estos intermediarios financieros es relevante en el modelo, pues son estos agentes quienes, al fijar las tasas de interés con que remuneran los depósitos, y que cobran por préstamos, influyen significativamente en las decisiones de los consumidores y empresas.

Otros autores han desarrollado modelos incorporando intermediarios financieros, pero lo han hecho asumiendo un entorno de competencia perfecta, o bien asumiendo competencia monopolística, pero abordando únicamente el problema de las rigideces en las tasas de interés de préstamos.

Haber abordado en simultáneo las rigideces en préstamos y en depósitos nos ha conducido al segundo aporte de nuestra investigación, y de esta manera contribuir a la literatura existente: la mayor importancia relativa de las rigideces en depósitos respecto de las rigideces en préstamos, al menos en el marco del modelo analizado.

En nuestro modelo, las necesidades de financiamiento de las empresas determinan que los cambios en las tasas de interés afecten los costos marginales de las empresas, lo cual a su vez afecta a la inflación, aunque marginalmente. Por este motivo, la existencia de rigideces en las tasas activas tiene un impacto moderado en las fluctuaciones económicas frente a diversos choques, como los choques de política monetaria, de costos y de demanda. Sin embargo, en un escenario en donde se presente un choque financiero, se torna importante, no solo generando y amplificando las fluctuaciones económicas, sino también añadiéndole persistencia a dichas fluctuaciones.

Las tasas de interés de depósitos, de otro lado, por influir en la demanda agregada, afectan directamente a la brecha producto, de manera que la presencia de rigideces en la fijación de tasas de depósitos, impacta directamente sobre la evolución de la brecha producto, y a través de esta, impacta también en la evolución de la inflación.

Un tercer aporte de nuestra investigación proviene de la identificación de la relación entre las rigideces financieras y el traspaso incompleto de las tasas del Banco Central a las tasas de depósitos y préstamos. Como se ha señalado, y se ha podido apreciar en los gráficos de traspaso de tasas de los anexos, en los modelos NK estándar y modelos NK con bancos sin rigideces, el traspaso de tasas es completo. Sin embargo, cuando se introducen rigideces en la fijación de tasas, el traspaso se torna incompleto.

Finalmente, un cuarto aporte viene dado por la incorporación de pérdidas por incumplimiento que afectan las tasas de interés y que permiten explicar por qué en presencia de rigideces en las tasas de préstamos, el traspaso de la tasa de referencia a las tasas de interés de préstamos puede ser menor a la unidad en el corto plazo, pero cercano o superior a la unidad en el largo plazo. En nuestro modelo, al considerar que los niveles de incumplimiento dependen del ciclo económico, de manera que las pérdidas por incumplimiento se incrementan en periodos de recesión, se genera un mecanismo de transmisión complementario de la política monetaria hacia las tasas de interés de préstamos, que puede originar incrementos más que proporcionales en esta última, como respuesta a los estímulos de la política monetaria.

Bibliografía

- Bernanke, B.; Gertler, M.; y Gilchrist, S. (1999). "The financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework". *Handbook of Macroeconomics.* Vol. I.
- Benigno, P. y Woodford, M. (2005). *Optimal stabilization policy when wages and prices are sticky: the case of a distorted steady state*. Proceedings, Board of Governors of the Federal Reserve System. United States.
- Calvo, G. (1983). "Staggered prices in a utility maximizing framework". *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12. New York, United States.
- Cowling, Marc (2007). *The role of loan guarantee schemes in alleviating credit rationing in the UK.* Brighton BN1 9RF. England: Institute for Employment Studies.
- Curdia, V. y Woodford, M. (2009). *Credit Frictions and Optimal Monetary Policy*. Switzerland: Monetary and Economic Department of the Bank for International Settlements.
- De Fiore, F. y Tristani O. (2009). "Optimal monetary Policy in a model of the Credit Channel". *Working Paper Series* N° 1043, Abr. European Central Bank.
- Humala, A. (2003). *Interest Rate Pass-through And Financial Crises: Do Switching Regimes Matter? The Case of Argentina.* Warwick: University of Warwick.
- Gambacorta, L. (2004). "How Do Banks set Interest Rate". *NBER Working Paper* 10295.
- Lago-González, Raquel y Salas-Fumás, Vicente (2005). "Market Power and Bank Interest Rate Adjustments". *Documentos de Trabajo* Nº 0539. Banco de España.
- Lahura, E. (2005). *El efecto traspaso de la tasa de interés y la política monetaria en el Perú: 1995-2004.* DT N° 2005-08 Banco Central de Reserva del Perú.
- Lowe, Philip y Rohling, Thomas (1992). *Loan rate stickiness: Theory and evidence*. Economic Research Department Reserve Bank of Australia.
- Sudo, N. y Teranishi, Y. (2008). *Optimal Monetary Policy under Imperfect Financial Integration*. Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.
- Teranishi, Y. (2008). *Optimal Monetary Policy under staggered loan contract*. Institute for Monetary and Economic Studies. Bank of Japan.
- Teranishi, Yuki y Nakajimay, Jouchi (2009). *The Evolution of Loan Rate Stickiness Across the Euro Area*. Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.
- Woodford, M. (2003). *Interest and Prices: Foundation of a theory of Monetary Policy.* Princeton: Princeton University Press.
- Yun (1996). "Nominal price rigidity, money supply endogeneity, and business cycles". *Journal of Monetary Economics*, Vol. 37.

Anexos

Anexo 1. Valores de los parámetros del modelo

Parámetros estructurales:

Parámetro	Valor	Descripción
β	0.99	Factor de descuento intertemporal.
σ	6.25	Elasticidad de la brecha producto a la tasa de interés real.
κ	0.032	Elasticidad de la inflación a la brecha producto.
α	0.66	Probabilidad de cambio de precio.
φ	0.66	Probabilidad de ajuste de tasa de interés de préstamos y depósitos.
θ	7.66	Elasticidad de Sustitución de bienes diferenciados.
$\in$	7.66	Tasa de Sustitución de mano de obra diferenciada.
γ	0.50	Tasa de financiamiento externo de la mano de obra.
ω	0.47	Elasticidad total de costos marginales respecto de y
ω_p	0.33	Elasticidad de costos marginales respecto de y en cuanto a la producción.
$\bar{\delta}$	0.06	Tasa de incumplimiento promedio.
η	-2.00	Elasticidad de la tasa de incumplimiento con respecto a la brecha producto.
$\in_p$	7.66	Elasticidad de Sustitución de productos financieros diferenciados.
ρ_δ	0.80	Persistencia de la tasa de incumplimiento.

Parámetros asociados a las perturbaciones exógenas:

Parámetro	Valor	Descripción
ρ_μ	0.90	Persistencia del choque de política monetaria.
σ_μ	0.10	Desviación estándar del choque de política monetaria.
ρ_v	0.90	Persistencia del choque de costos.
σ_v	0.10	Desviación estándar del Choque de costos.
ρ_{rn}	0.90	Persistencia del choque de Tasa de Interés Natural.
σ_{rn}	0.10	Desviación estándar del Tasa de Interés Natural.
ρ_w	0.90	Persistencia del choque financiero.
σ_w	0.10	Desviación estándar del choque financiero.

Anexo 2. Dinámica del modelo - Gráficos impulso respuesta

Gráfico 1. Modelo NK estándar - Choque de política monetaria

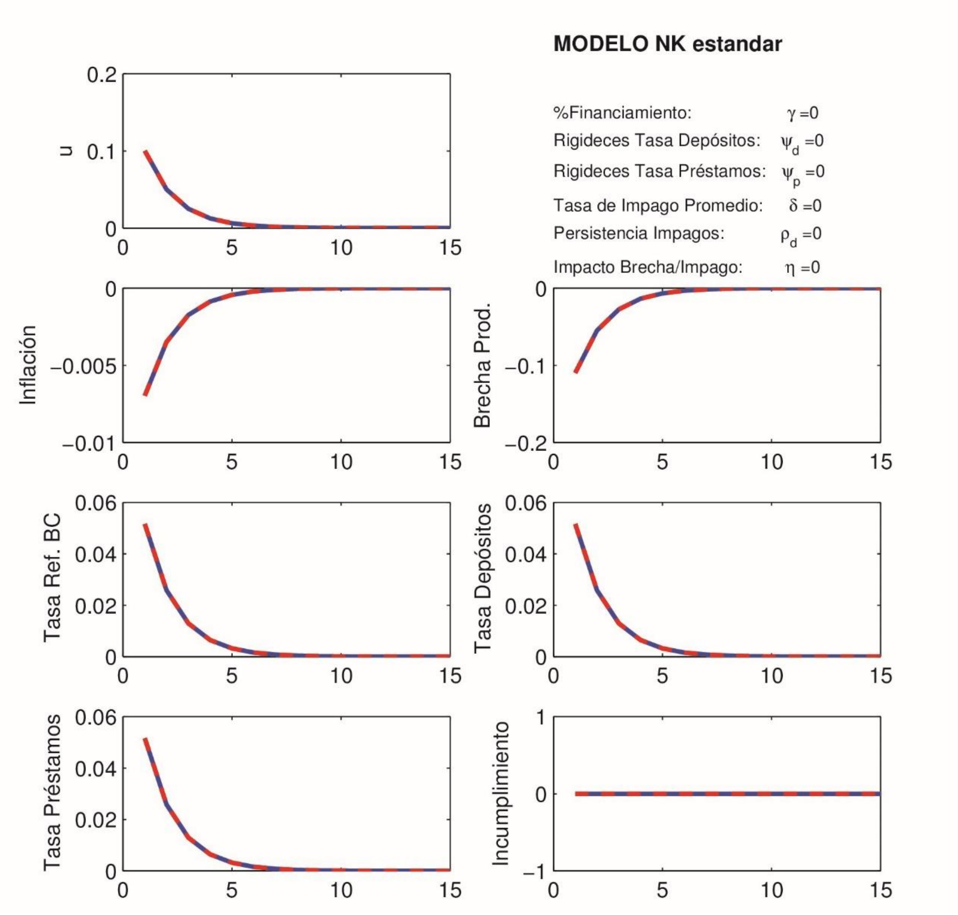


Gráfico 2. Modelo NK estándar - Traspaso de tasas

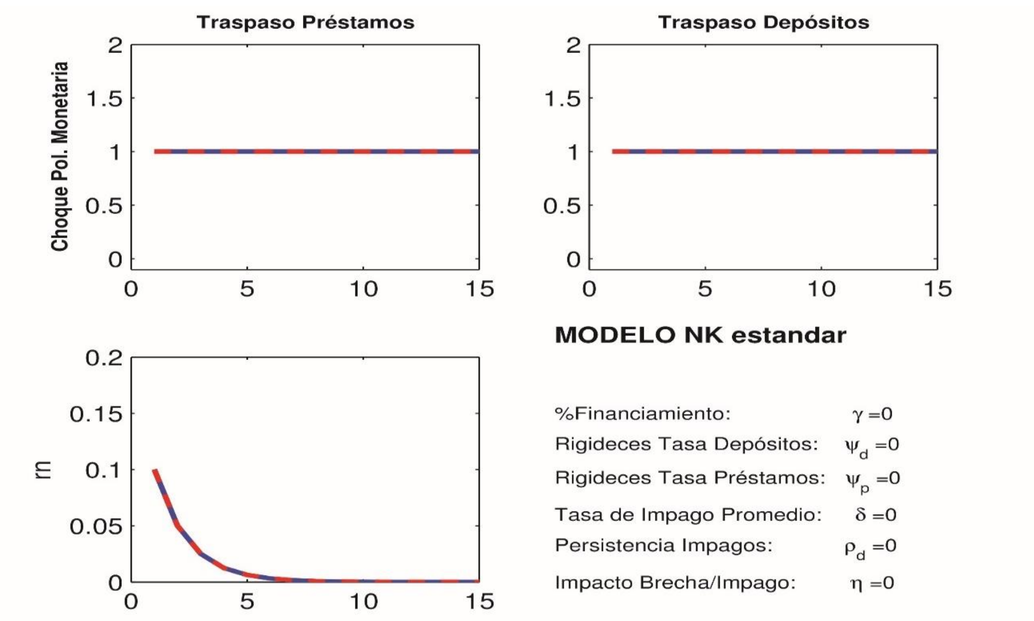


Gráfico 3. Modelo NK con bancos y sin rigideces financieras: %financiamiento vs. choque de política monetaria

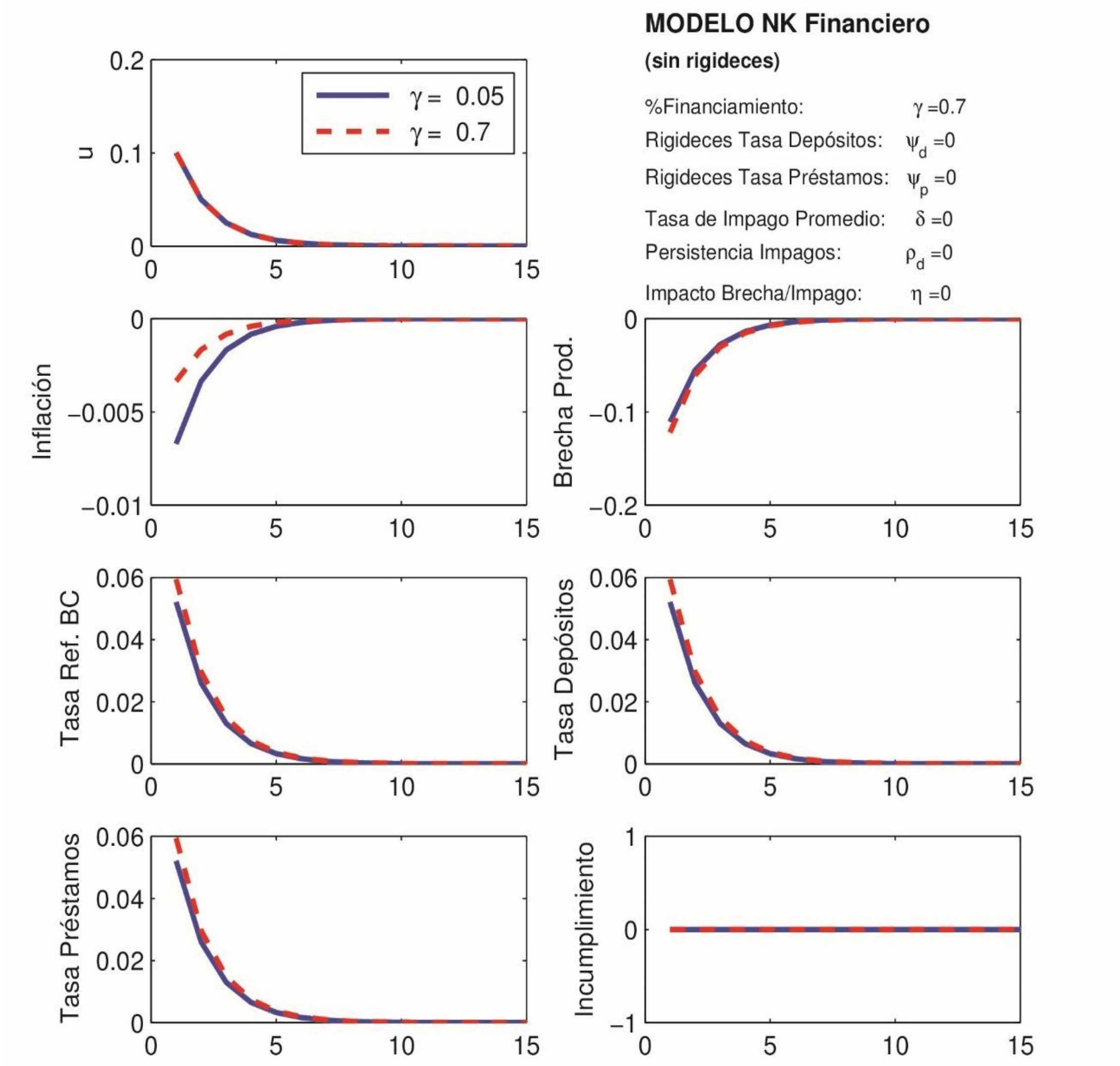


Gráfico 4. Modelo NK con bancos y sin rigideces financieras: %financiamiento vs. choque a la tasa de préstamos

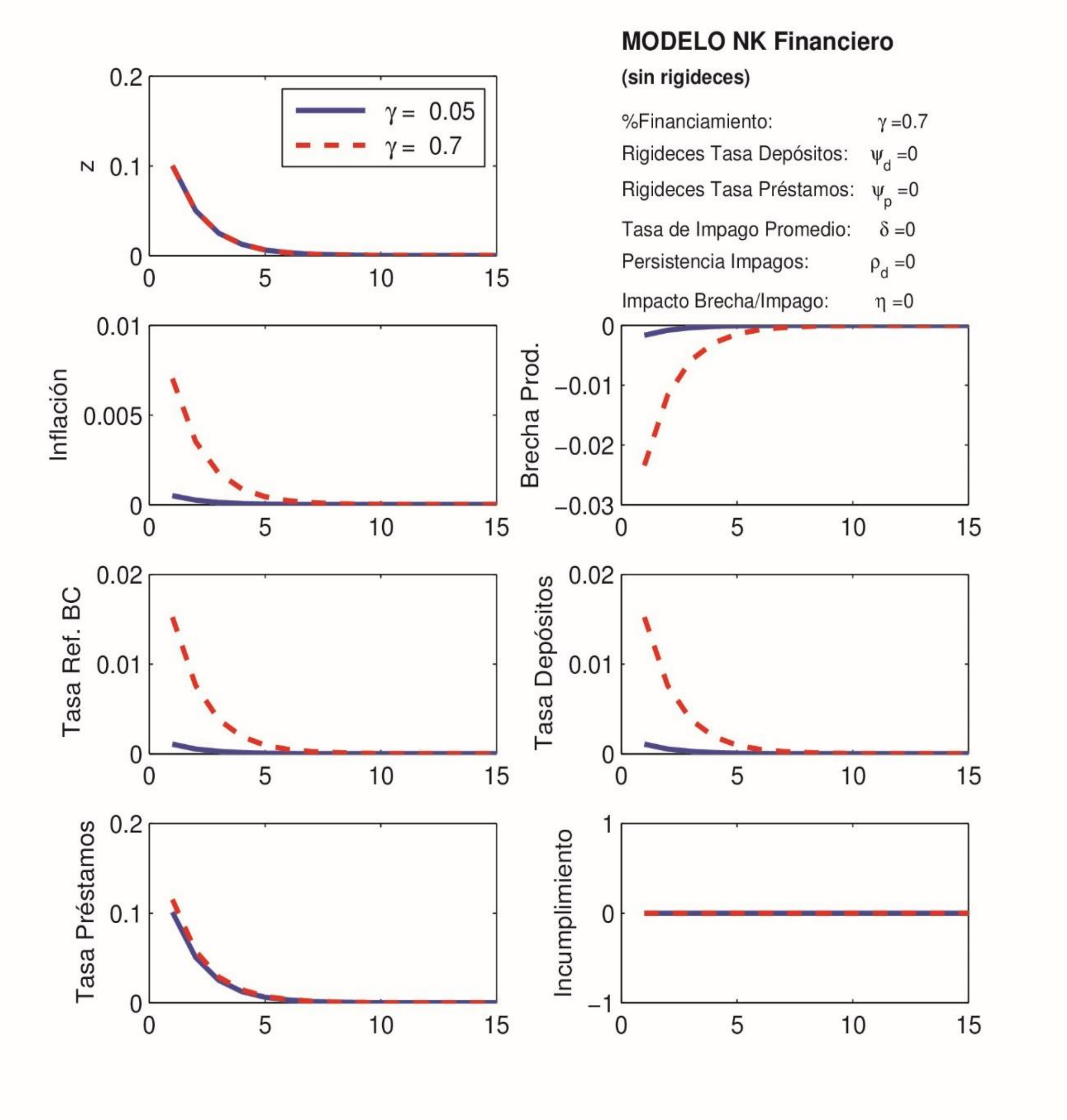


Gráfico 5. Modelo NK con bancos y sin rigideces financieras: %financiamiento vs. traspaso de Tasas

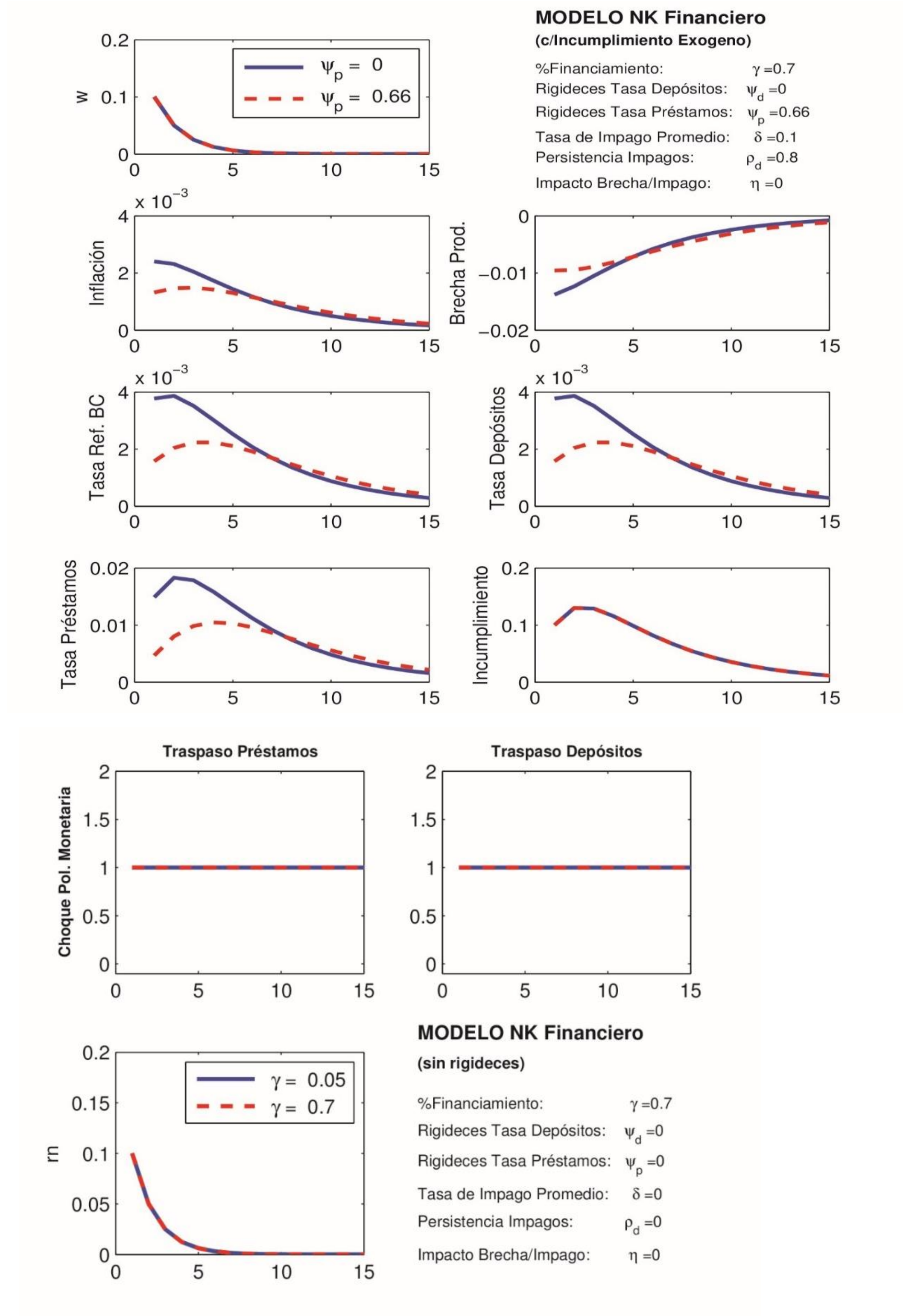


Gráfico 6. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez depósitos vs. choque de política monetaria

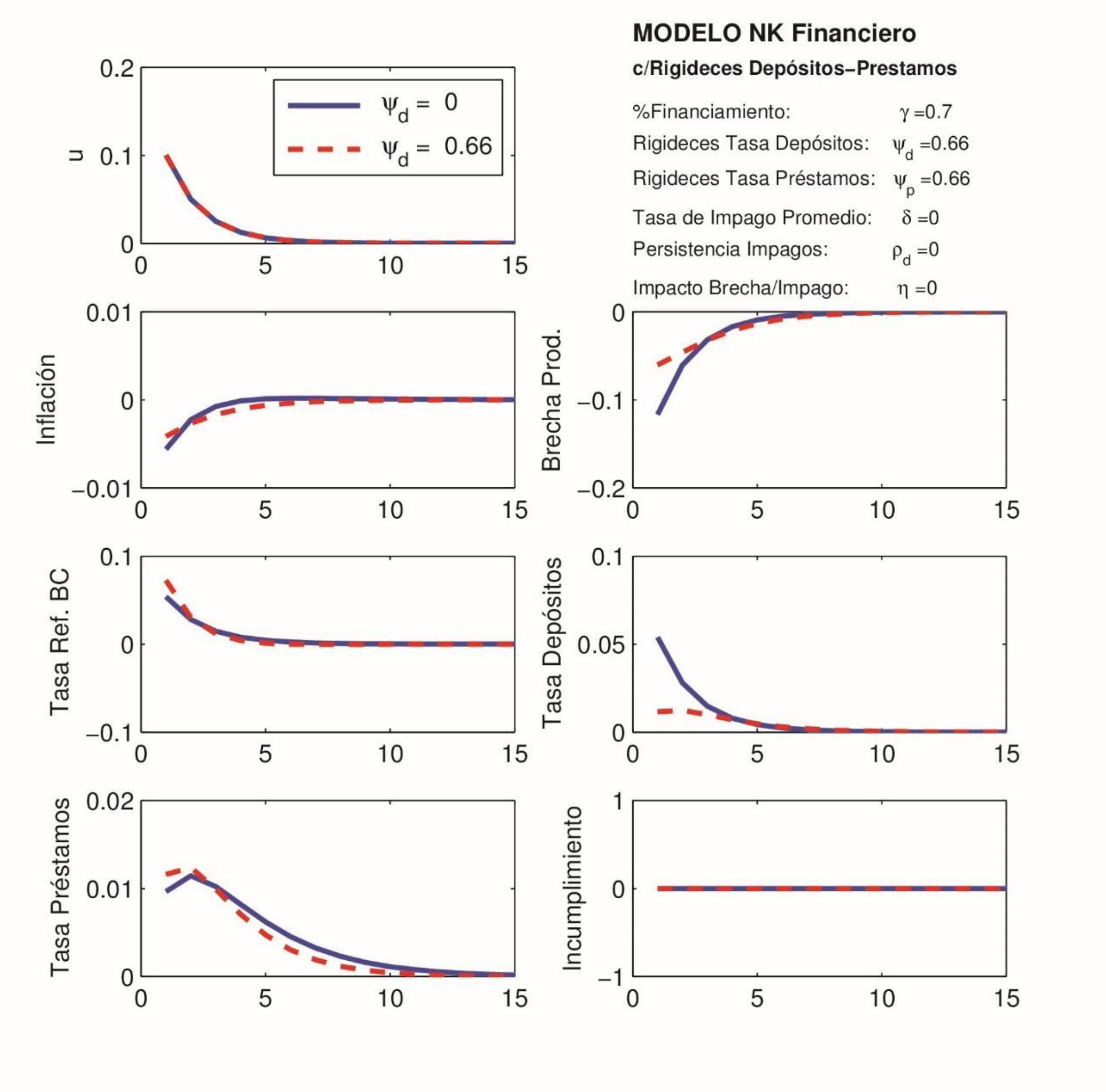


Gráfico 7. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez depósitos vs. choque a tasa de préstamos

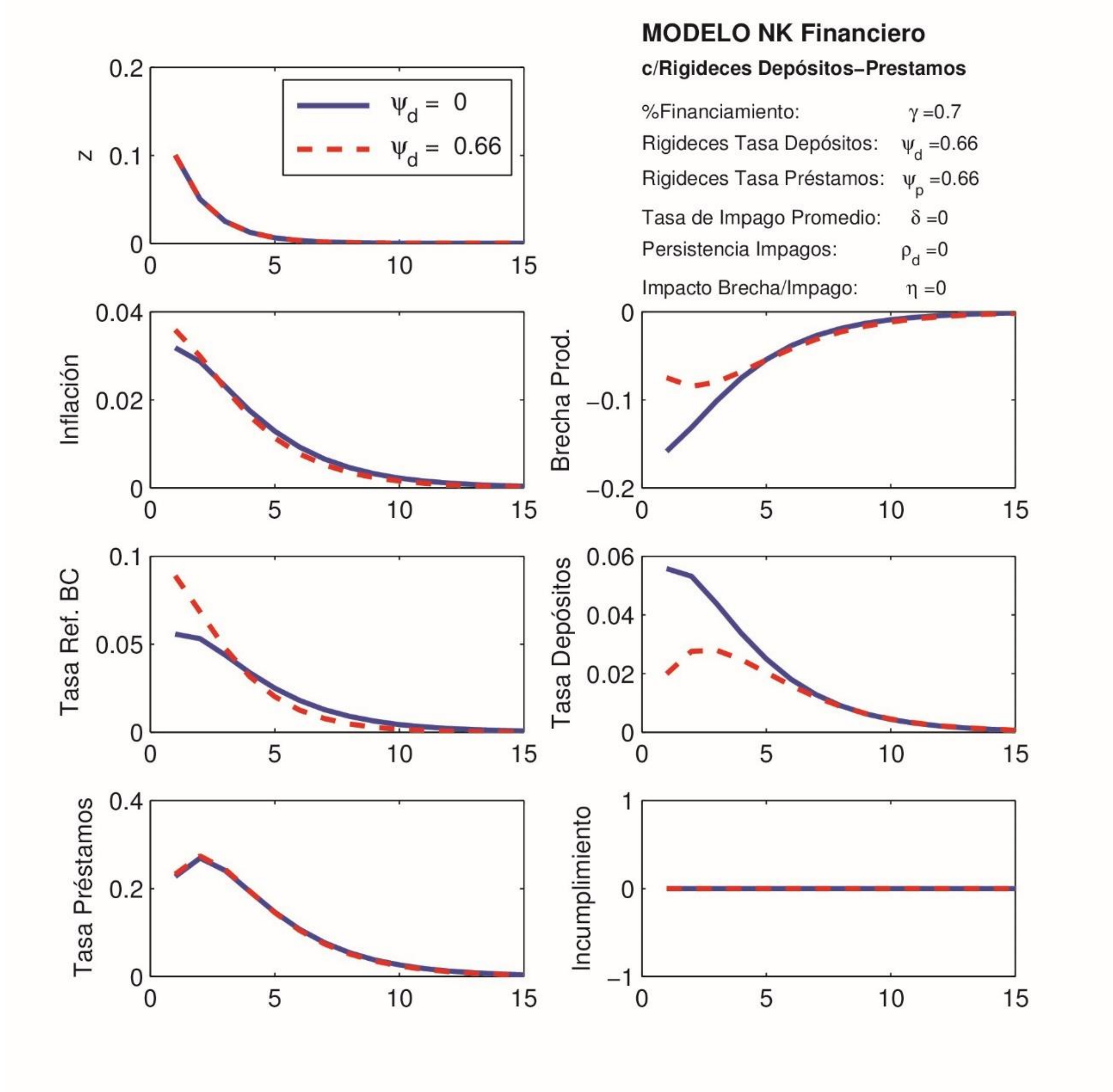


Gráfico 8. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez depósitos vs. traspaso de tasas

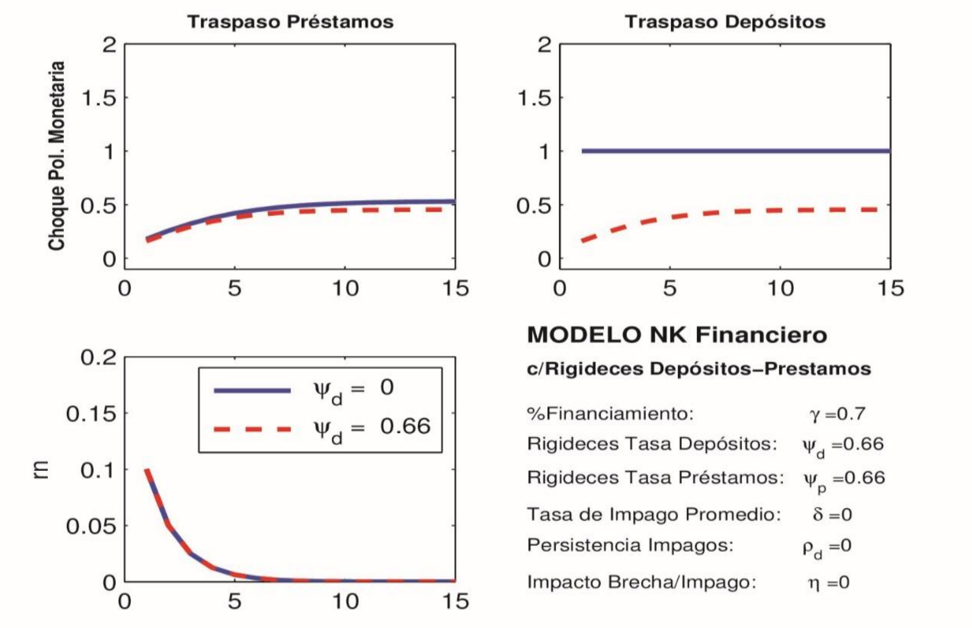


Gráfico 9. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez préstamos vs. choque de política monetaria

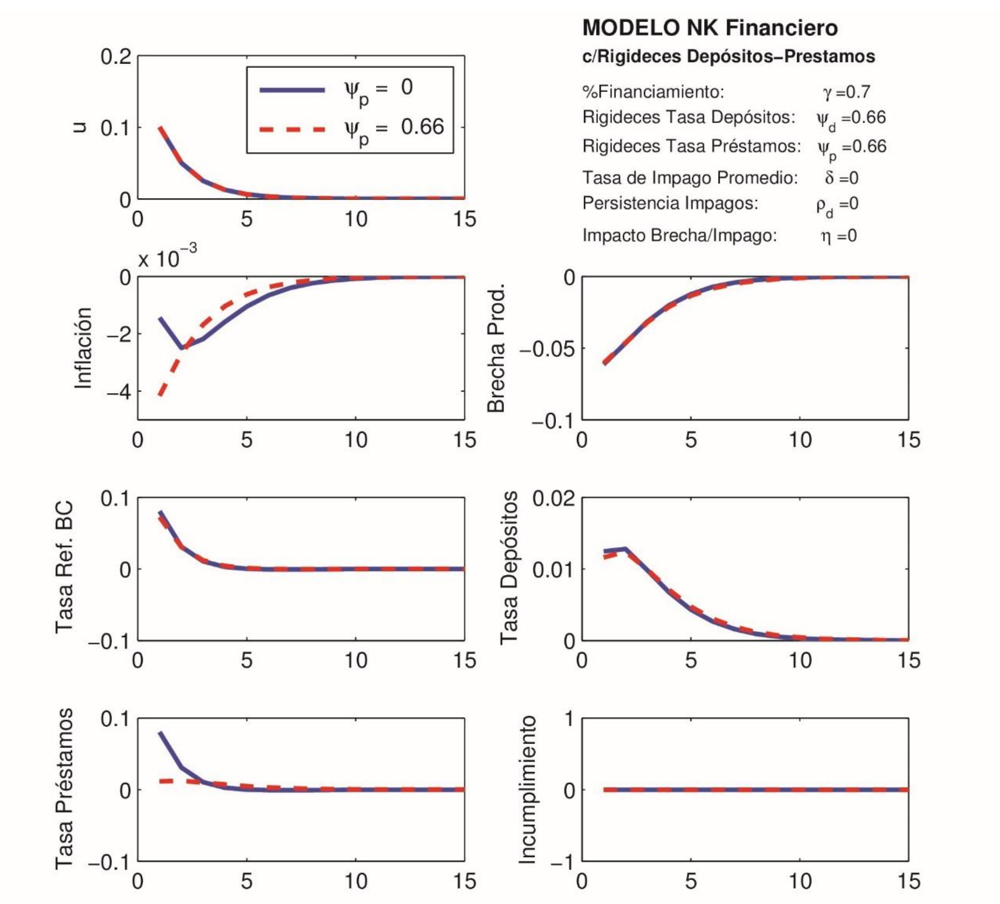


Gráfico 10. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez préstamos vs. choque a la tasa de préstamos

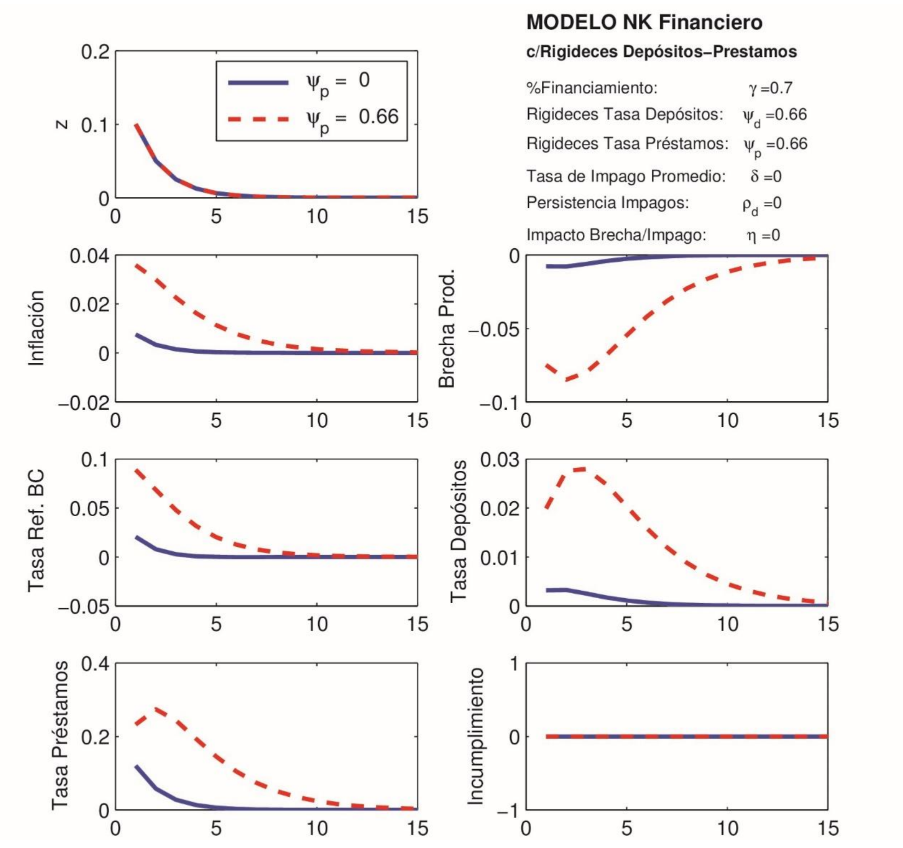


Gráfico 11. Modelo NK con bancos y con rigideces financieras: rigidez préstamos vs. traspaso de tasas

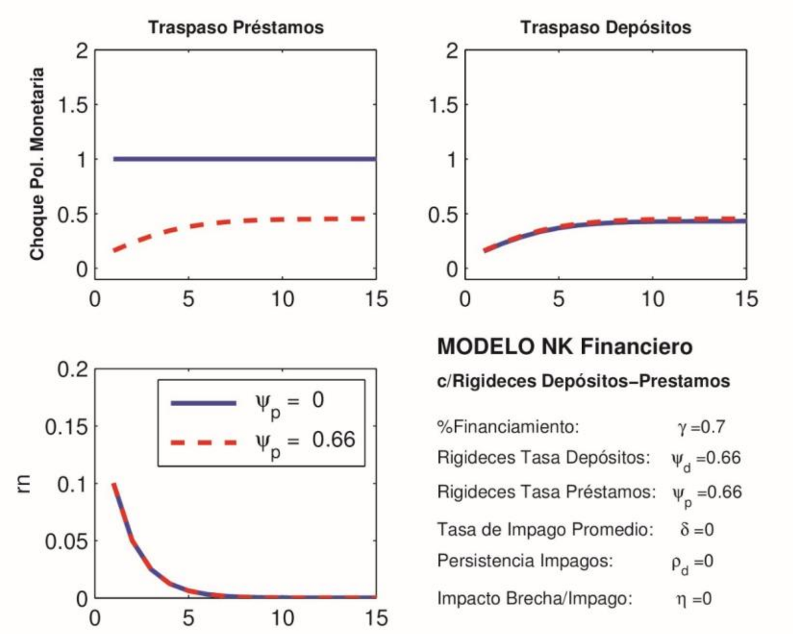


Gráfico 12. Modelo NK con bancos y con morosidad (exógena): rigidez préstamos vs. choque de política monetaria

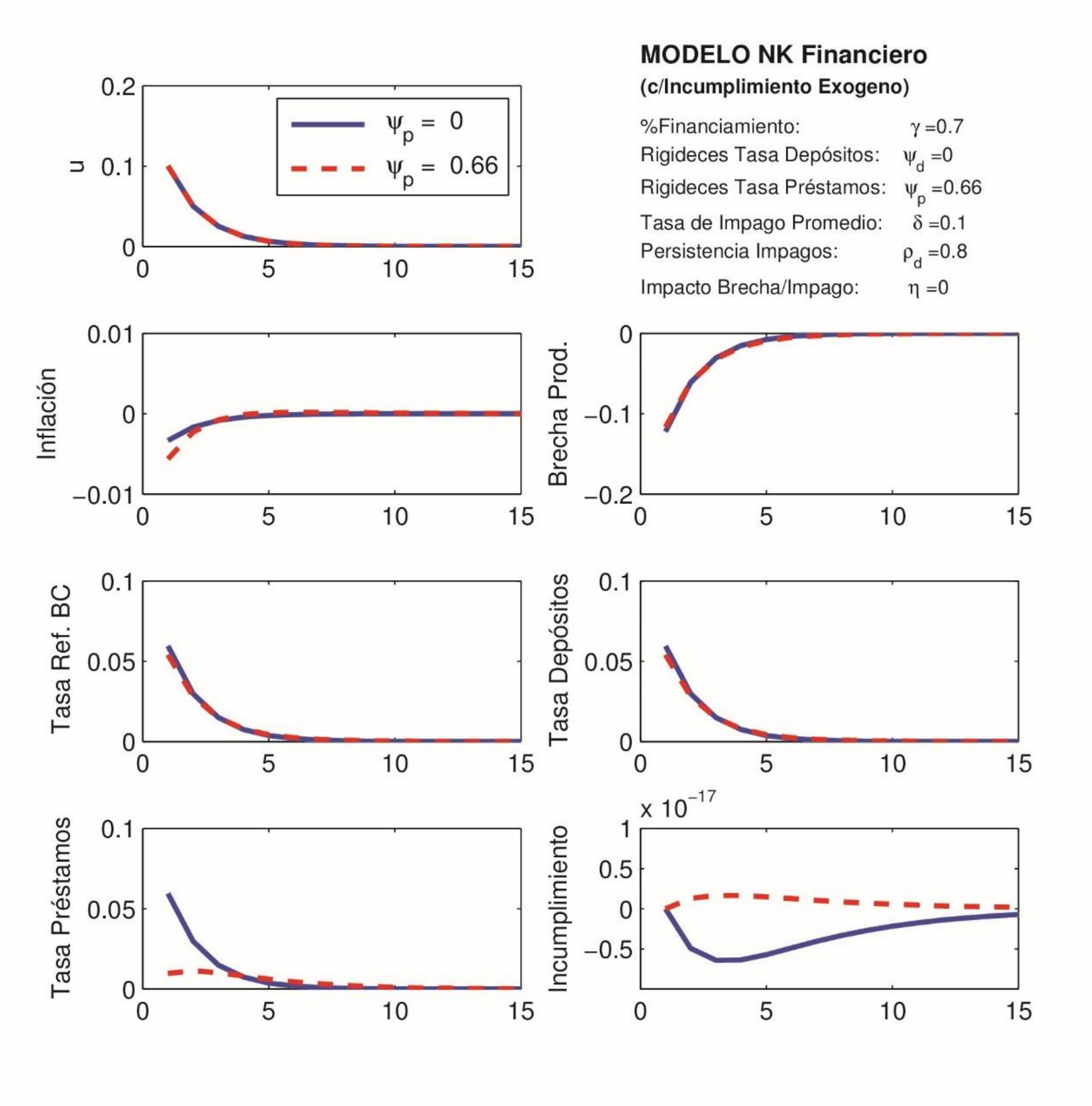


Gráfico 13. Modelo NK con bancos y con morosidad (exógena): rigidez en préstamos vs. choque a la tasa de préstamos

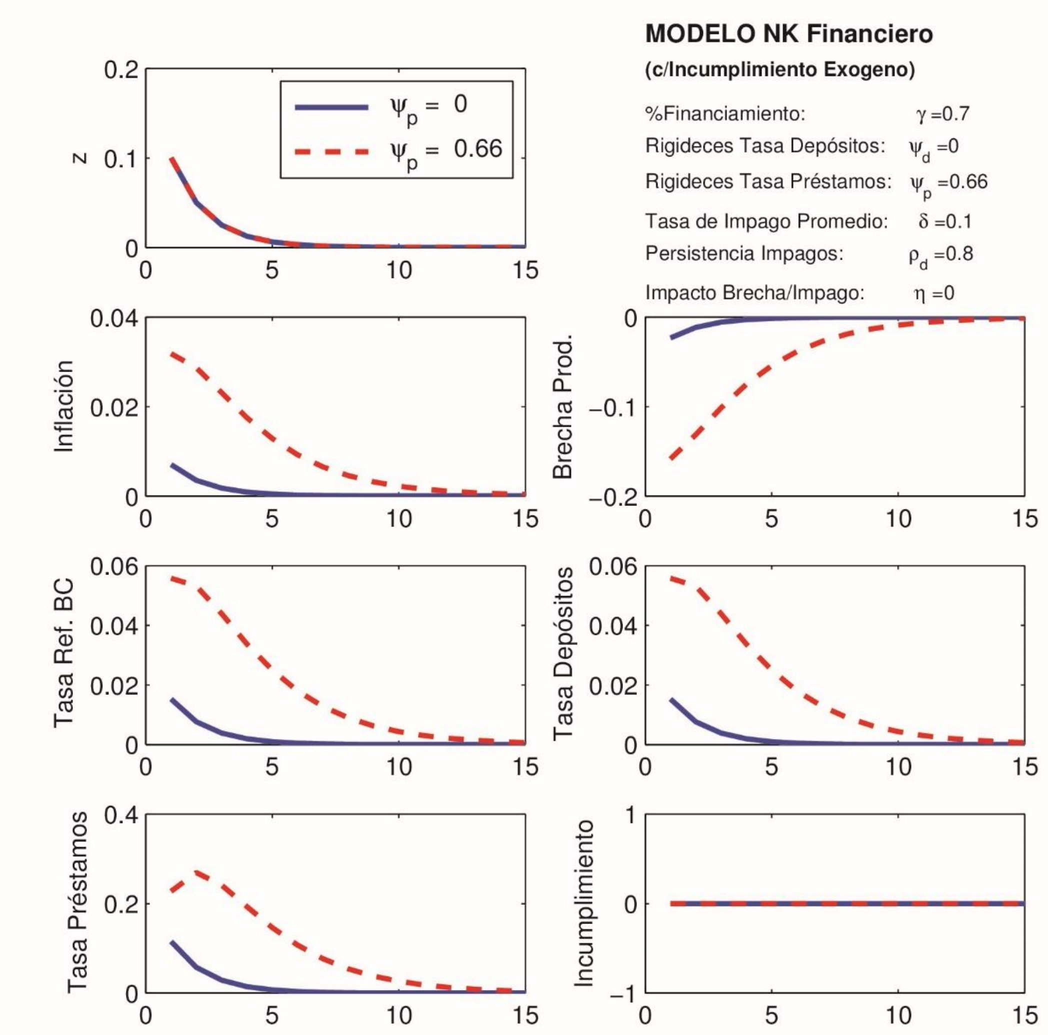


Gráfico 14. Modelo NK con bancos y con morosidad (exógena): rigidez de préstamos vs. traspaso de tasas

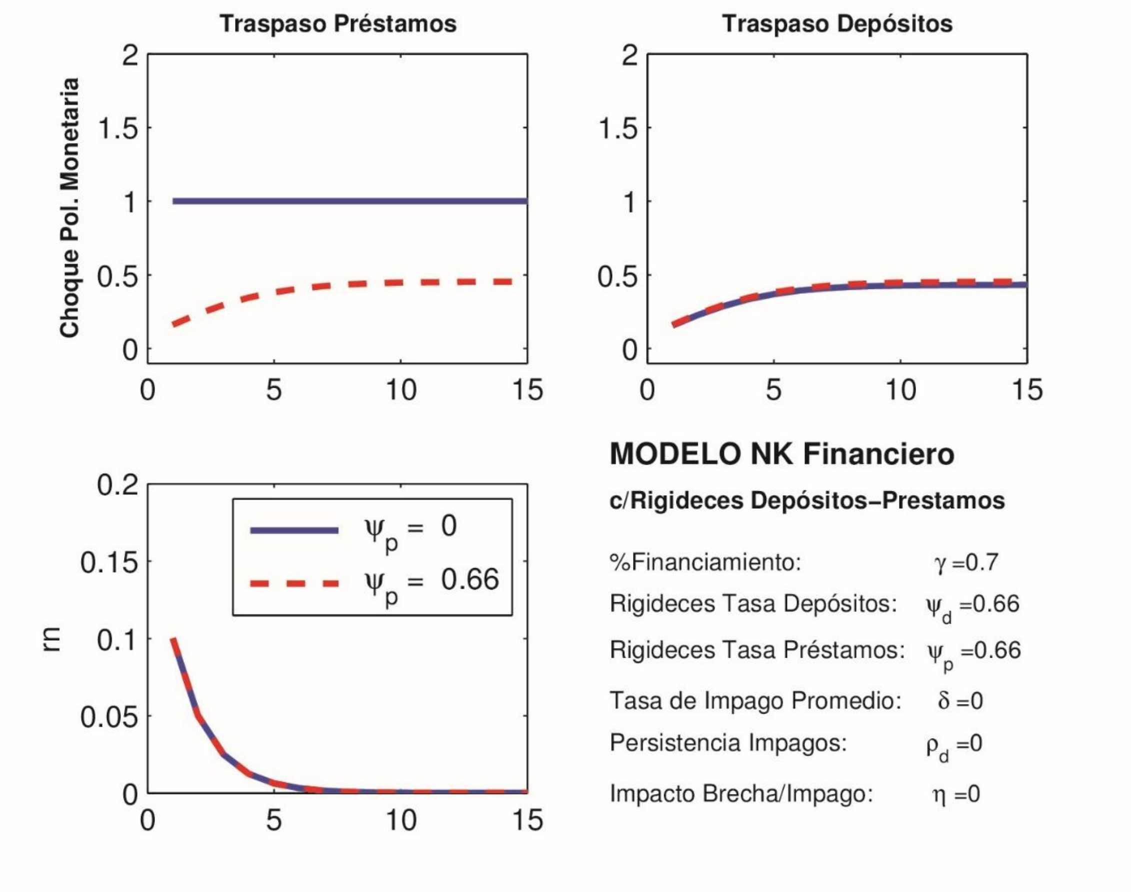


Gráfico 15. Modelo NK con bancos (morosidad endógena): rigidez de préstamos vs. choque de política monetaria

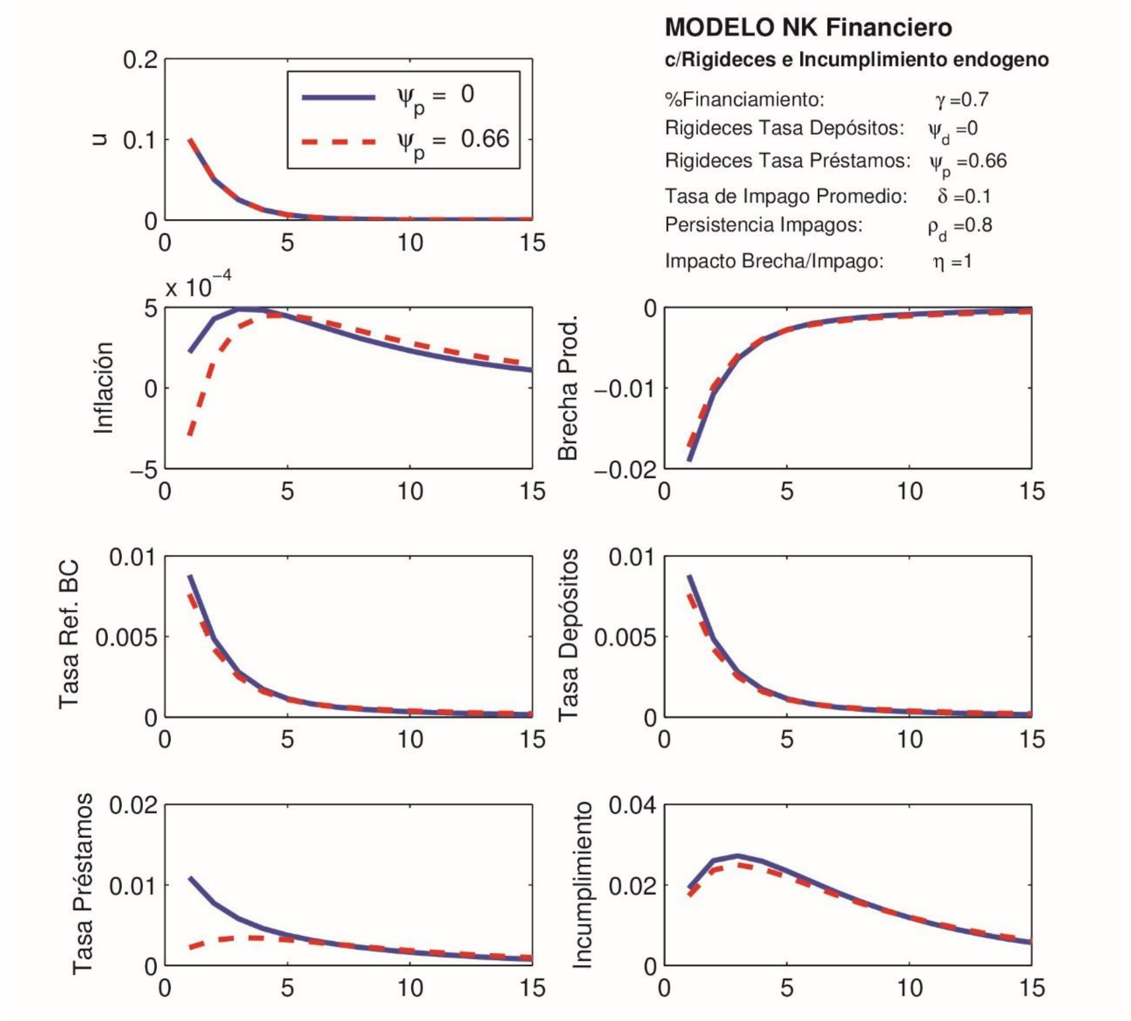


Gráfico 16. Modelo NK con bancos (morosidad endógena): rigidez préstamos vs. choque a la tasa de préstamos

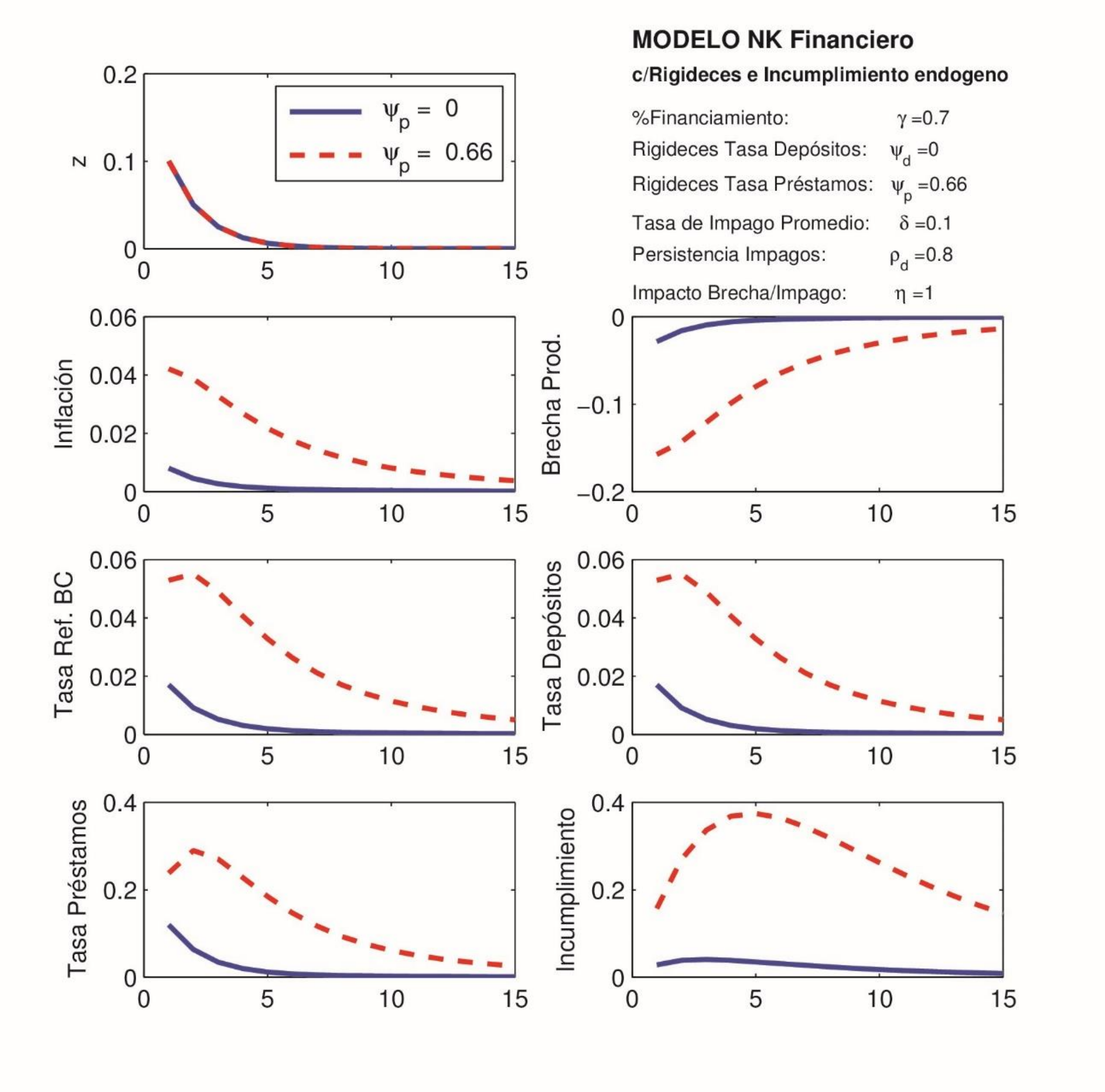


Gráfico 17. Modelo NK con bancos (morosidad endógena): rigideces de préstamos vs. choque de morosidad

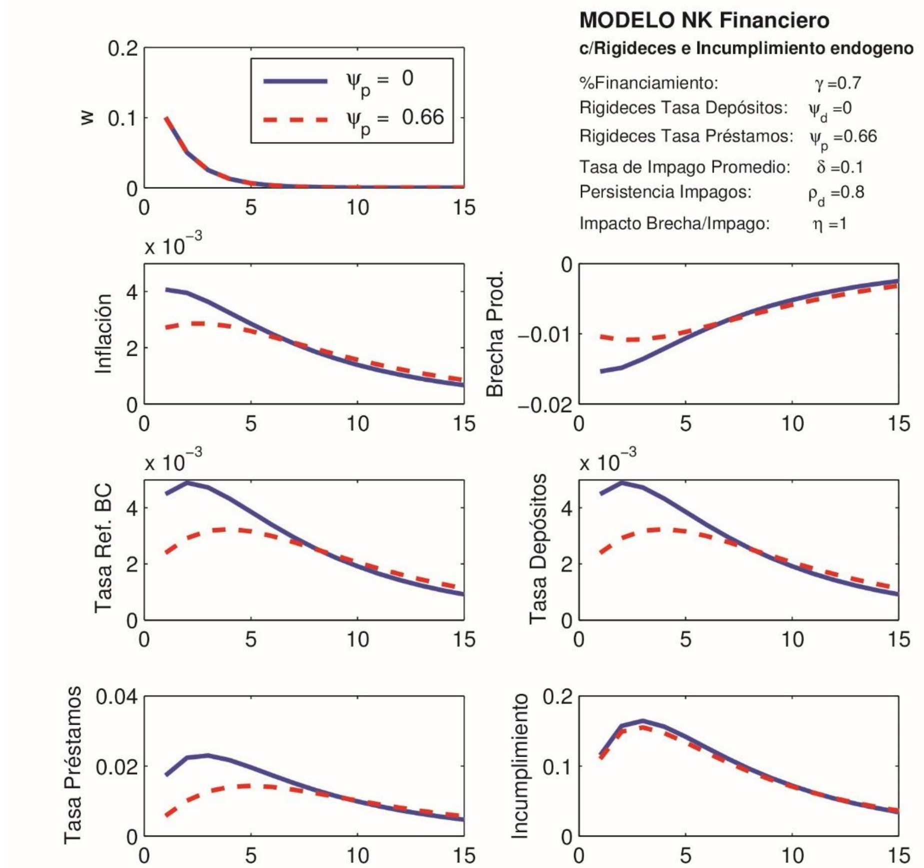
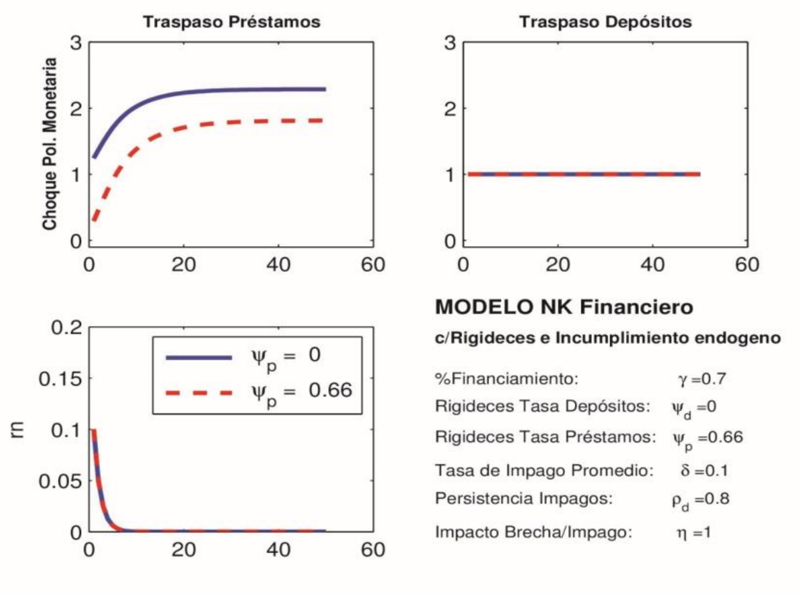


Gráfico 18. Modelo NK con bancos (morosidad endógena): rigideces en préstamos vs. tasa de traspaso



Anexo 3. Derivación del modelo

1. El problema del consumidor

1.1 Problema estático que enfrenta el consumidor

1.1.1 Asignación óptima de la canasta de bienes

Dado un nivel de consumo agregado, el consumidor elige cuánto de cada tipo de bien diferenciado consumir, mediante un proceso de optimización en donde minimiza su gasto total, de esta manera su función objetivo es:

$$\min \int_0^1 c_{t(f)}.p_{t(f)}df = P_t.C_t$$

Sujeto a la restricción del consumo agregado:

$$C_t = \left[\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

De manera que el lagrangeano de este problema es:

$$L = \int_0^1 c_{t(f)}.p_{t(f)}df + \lambda_C \left[C_t - \left[\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \right]$$

Donde λ_C es el multiplicador de este problema y las condiciones de primer orden son las siguientes:

Respecto de $c_{t(f)}$ se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial C_{t(f)}} = p_{t(f)} - \lambda_C \left[\frac{\theta}{\theta-1}.\left[\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}-1} .c_{t(f)}^{-\frac{1}{\theta}.\frac{\theta-1}{\theta}} \right] = 0$$

$$p_{t(f)} = \lambda_C \left[\left[\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{1}{\theta-1}.\frac{\theta}{\theta}} .c_{t(f)}^{-\frac{1}{\theta}} \right]$$

$$p_{t(f)} = \lambda_C.C_t^{\frac{1}{\theta}}.c_{t(f)}^{-\frac{1}{\theta}}$$

(.1) $$c_{t(f)} = C_t \left[\frac{p_{t(f)}}{\lambda_C} \right]^{-\theta}$$

Y respecto al índice de consumo C_t :

(.2) $$P_t = \lambda_C$$

Asimismo, integrando sobre el consumo en la ecuación (.1), para determinar P_t :

$$c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} = C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \left[\frac{p_{t(f)}}{\lambda_C} \right]^{-\theta.\frac{\theta-1}{\theta}}$$

$$c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} = C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \left[\frac{1}{\lambda_C} \right]^{1-\theta} \cdot \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta}$$

$$\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df = C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \left[\frac{1}{\lambda_C} \right]^{1-\theta} \cdot \int_0^1 \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta} df$$

$$\left[\int_0^1 c_{t(f)}^{\frac{\theta-1}{\theta}} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} = C_t \left[\frac{1}{\lambda_C} \right]^{\frac{1}{-\theta}} \cdot \left[\int_0^1 \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$$c_{t(f)} = \frac{C_t}{\lambda_C^{-\theta}} \cdot \left[\int_0^1 \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta} df \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

Finalmente se obtiene:

$$\lambda_C = \left[\int_0^1 \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta} df \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Considerando la ecuación (.2) el índice de Precios P_t queda definido como:

$$P_t = \left[\int_0^1 \left[p_{t(f)} \right]^{1-\theta} df \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \tag{.3}$$

Luego, reemplazando (.2) en (.1) se obtiene:

$$c_{t(f)} = C_t \left[\frac{p_{t(f)}}{P_t} \right]^{-\theta} \tag{.4}$$

Cabe señalar que el consumo de cada tipo de bien es creciente en el consumo agregado y decreciente en su correspondiente precio relativo.

1.2 Asignación óptima de la canasta de depósitos:

Dado un nivel de depósitos agregado D_t, el consumidor elegir cuanto depositará en cada banco, mediante un proceso de optimización en el que la función objetivo es[3]:

$$\max_{d_{t(z)}} \int_0^1 d_{t(z)}.r_{d,t(z)} dz = D_t.R_{d,t}$$

Sujeto a:

---

[3] En nuestra economía, los servicios de depósitos tienen cierto grado de diferenciación, lo cual otorga a los bancos poder de mercado. Por ello se modela un mercado de depósitos en competencia monopolística. Por simplicidad, se emplea una función con elasticidad de sustitución constante (Función C.E.S.).

(.5) $$D_t = \left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} dz \right]^{\frac{\in_d - 1}{\in_d}}$$

De manera que el lagrangeano para este problema es:

$$L = \int_0^1 d_{t(z)}.r_{d,t(z)} dz + \lambda_D \left[D_t - \left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} dz \right]^{\frac{\in_d - 1}{\in_d}} \right]$$

Donde λ_D es el multiplicador lagrangeano asociado a este problema. Las condiciones de primer orden son las siguientes:

Derivando respecto de $d_{t(z)}$ se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial d_{t(z)}} = r_{d,t(z)} - \lambda_D \left[\frac{\in_d}{\in_d - 1} . \left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} dz \right]^{\frac{\in_d - 1}{\in_d} - 1} .d_{t(z)}^{\frac{1}{\in_d - 1}} . \frac{\in_d}{\in_d - 1} \right] = 0$$

$$r_{d,t(z)} = \lambda_D \left[\left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} dz \right]^{-\frac{1}{\in_d} . \frac{\in_d - 1}{\in_d - 1}} .d_{t(z)}^{\frac{1}{\in_d - 1}} \right]$$

$$r_{d,t(f)} = \lambda_D .D_t^{-\frac{1}{\in_d - 1}} d_{t(z)}^{\frac{1}{\in_d - 1}}$$

(.6) $$d_{t(z)} = D_t \left[\frac{r_{d,t(z)}}{\lambda_D} \right]^{\in_d - 1}$$

Derivando respecto al depósito agregado, se obtiene:

(.7) $$R_{d,t} = \lambda_D$$

Integrando sobre los depósitos en la ecuación (.6):

$$d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} = D_t^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} \left[\frac{1}{\lambda_D} \right]^{\in_d} .r_{d,t(z)}^{\in_d}$$

$$\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} dz = D_t^{\frac{\in_d}{\in_d - 1}} . \left[\frac{1}{\lambda_D} \right]^{\in_d} . \int_0^1 r_{d,t(f)}^{\in_d} .dz$$

$$\left[\int_0^1 d_{t(z)}^{\frac{\in_d}{\in_d-1}} dz\right]^{\frac{\in_d-1}{\in_d}} = D_t\left[\frac{1}{\lambda_D}\right]^{\in_d-1} .\int_0^1 r_{d,t(f)}^{\in_d}.dz$$

De la ecuación (.5):

$$D_t = D_t\left[\frac{1}{\lambda_D}\right]^{\in_d-1} .\left[\int_0^1 r_{d,t(f)}^{\in_d}.dz\right]^{\frac{\in_d-1}{\in_d}}$$

De la que finalmente se obtiene:

(.8) $$\lambda_D = \left[\int_0^1 r_{d,t(f)}^{\in_d}.dz\right]^{\frac{1}{\in_d}}$$

De esta manera, considerando la ecuación (.7) el Índice de Tasa de Interés de Depósitos $R_{d,t}$ queda definido como:

(.9) $$R_{d,t} = \left[\int_0^1 r_{d,t(z)}^{\in_d}.dz\right]^{\frac{1}{\in_d}}$$

Luego, reemplazando (.6) en (.7) se obtiene:

(.10) $$d_{t(z)} = D_t\left[\frac{r_{d,t(f)}}{R_{d,t}}\right]^{\in_d-1}$$

Problema dinámico que enfrenta el consumidor

1.2.1 Asignación consumo - Ahorro

El consumidor enfrenta un problema de optimización dinámica y maximiza su función de utilidad descontada:

$$U_t = E_t\left\{\sum_{T=t}^{\infty}\beta^{T-t}\left[U\left(C_T, v_T\right) - \int_0^1 V\left(l_T\left(h\right), v_T\right)dh\right]\right\}$$

Donde C_T es el índice consumo de los hogares, $l_T\left(h\right)$ es la cantidad ofertada de trabajo de tipo h y v_T son disturbios, que se pueden entender como choques de preferencias. El consumidor optimizador toma sus decisiones sujeto a la siguiente restricción presupuestaria:

$$P_t.C_t + D_t \leq R_{d,t-1}.D_{t-1} + \int_0^1 w_{t(h)}.l_{t(h)}dh + \int_0^1 \prod_t^B dh + \int_0^1 \prod_t^E df$$

Donde D_T son los depósitos agregados, $R_{d,t}$ es la tasa de interés bruta que recibe el consumidor por sus depósitos, $w_{t(h)}$ es el salario por la oferta de trabajo diferenciado de tipo h, Π_t^B y Π_t^E son los beneficios de los bancos privados y de las empresas, respectivamente; que reciben los consumidores por ser propietarias de las mismas.

De esta manera, los consumidores elegirán en cada periodo los niveles óptimos de consumo C_T, depósitos D_T, y salarios $w_{t(h)}$ que les permita maximizar su bienestar.

El lagrangeano de este problema de optimización es:

$$L = E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \beta^T \left[U\left(C_T, v_T\right) - \int_0^1 V\left(l_T\left(h\right), v_T\right) dh \right] \\ -\lambda_T . \left[\begin{array}{l} P_T.C_T + D_T - R_{d,t-1,T}.D_{t-1,T} - \int_0^1 w_{t,T(h)}.l_{t,T(h)}dh \\ -\int_0^1 \prod_{t,T}^B dz - \int_0^1 \prod_{t,T}^E df \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

Donde λ_T es el multiplicador lagrangeano correspondiente a la restricción presupuestaria en el periodo T Las condiciones de primer orden en el periodo t son:

Respecto a los depósitos (D_t):

(.11) $$\frac{\partial L}{\partial D_t} = -\lambda_t + \lambda_{t+1}.R_{d.t} = 0$$

Al consumo (C_T):

(.12) $$\frac{\partial L}{\partial C_t} = \beta^t.U_{C_t}\left(C_t, v_t\right) - \lambda_t.P_t = 0$$

A los salarios $\left(w_{t(h)}\right)$:

$$\frac{\partial L}{\partial w_{t(h)}} = -\beta^t.V_t\left(l_{t(h)}, v_t\right).\frac{\partial l_{t(h)}}{\partial w_{t(h)}} + \lambda_t\left(l_{t(h)} + w_{t(h)}.\frac{\partial l_{t(h)}}{\partial w_{t(h)}}\right) = 0$$

(.13) $$\frac{\partial L}{\partial w_{t(h)}} = -\beta^t.V_t\left(l_{t(h)}, v_t\right).(-\in).\frac{l_{t(h)}}{w_{t(h)}} + \lambda_t\left(l_{t(h)} + (-\in).l_{t(h)}\right) = 0$$

De (.11) se llega a:

(.14)
$$R_{d,t} = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}}$$

De (.12) se llega a:

(.15)
$$\lambda_t = \frac{\beta^t . U_{C_t}\left(C_t, v_t\right)}{P_t}$$

(.16)
$$E_t\left[\lambda_{t+1}\right] = E_t\left[\frac{\beta^{t+1} . U_{C_t}\left(C_{t+1}, v_{t+1}\right)}{P_{t+1}}\right]$$

Combinando (.15) y (.16):

(.17)
$$\frac{U_{C_t}\left(C_t, v_t\right)}{E_t\left[U_{C_t}\left(C_{t+1}, v_{t+1}\right)\right]} = \beta . R_{d,t} . \frac{P_t}{E_t\left[P_{t+1}\right]}$$

Lo que conduce a la relación conocida como la ecuación de Euler que nos indica la asignación óptima del consumo en diferentes periodos, decisión intertemporal:

(.18)
$$U_{C_t}\left(C_t, v_t\right) = \beta . R_{d,t} . E_t\left[U_{C_t}\left(C_{t+1}, v_{t+1}\right) . \frac{P_t}{P_{t+1}}\right]$$

Asimismo de la ecuación (.13) y combinando con la ecuación (.15), encontramos la condición para la decisión de cobrar un determinado salario por el tipo de trabajo diferenciado, y es la siguiente:

(.19)
$$\frac{w_{(h)}}{P_t} = \frac{\in}{\in - 1} . \frac{V_{L_t}\left(l_{t(h)}, v_t\right)}{U_{C_t}\left(C_t, v_t\right)}$$

Para el caso particular de una función de utilidad de la forma:

$$U\left(C_t, v_t\right) = \frac{C^{\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)}}{\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)}$$

Donde σ es la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo.

Se tiene:

$$U_{C_t}\left(C_t, v_t\right) = C^{-\frac{1}{\sigma}}$$

La ecuación de Euler de la expresión (.18) se transforma en:

(.20)
$$C_t^{-\frac{1}{\sigma}} = \beta . R_{d,t} . E_t\left[C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} . \frac{P_t}{P_{t+1}}\right]$$

En el estado estacionario:

$$\beta . \overline{R}_d = 1$$

Definiendo:

$$\pi_t \equiv \ln\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\right], p_t = \ln\left[\frac{P_t}{\overline{\overline{P}}}\right], R_{d,t} = \ln\left[\frac{R_{d,t}}{\overline{\overline{R}}_d}\right], c_t = \ln\left[\frac{C_t}{\overline{\overline{C}}}\right] \text{ y } y_t = \ln\left[\frac{Y_t}{\overline{\overline{Y}}}\right],$$

Log-linealizando la ecuación (.20):

$$\overline{C}^{-\frac{1}{\sigma}}.\left(1-\frac{1}{\sigma}c_t\right)=\beta.\overline{R}_{d,t}.\overline{C}^{-\frac{1}{\sigma}}.E_t\left[1+R_{d,t}-\frac{1}{\sigma}(c_{t+1})+p_t-p_{t+1}\right]$$

$$1-\frac{1}{\sigma}c_t=1+R_{d,t}-\frac{1}{\sigma}E_t\left(c_{t+1}\right)-E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

$$c_t=E_t\left[c_{t+1}\right]-\sigma\left[R_{d,t}-E_t\left[\pi_{t+1}\right]\right]$$

Considerando $C_t = Y_t$ reemplazamos $c_t = y_t - g_t$, donde g_t representa la perturbación v_t:

$$y_t-g_t=E_t\left[y_{t+1}\right]-E_t\left[g_{t+1}\right]-\sigma.\left[R_{d,t}-E_t\left[\pi_{t+1}\right]\right]$$

Introducimos el producto natural o potencial $\left(y_t^n\right)$ para expresar la ecuación de Euler en términos de la brecha producto:

$$x_t = y_t - y_t^n$$

Llegamos a:

(.21)
$$x_t=E_t\left[x_{t+1}\right]-\sigma.\left[R_{d,t}-E_t\left[\pi_{t+1}\right]-\hat{r}_t^n\right]$$

Donde $\hat{r}_t^n$ es la tasa de interés natural, que es igual a:

$$\hat{r}_t^n \equiv \sigma^{-1}.\left[E_t\left(y_{t+1}^n-g_{t+1}\right)-\left(y_t^n-g_t\right)\right]$$

2. El Problema de las empresas

Siguiendo a Teranishi (2008), en esta investigación la empresa representativa consiste de un presidente quien asigna la mano de obra y la financiación, para un continuo de líneas de producto pobladas sobre el intervalo, en donde se producen bienes diferenciados

2.1 Problema estático que enfrenta el presidente de la empresa

2.1.1 Asignación de mano de obra

El presidente de la firma realiza un proceso de minimización del gasto total de mano de obra y de financiamiento para toda la empresa[4]:

$$\min_{l_{t(h)}}\left\{\int_0^1\left(1+\gamma.\left(R_p-1\right).w_{(h)}.l_{(h)}dh\right)\right\}$$

[4] Se asume una tasa de interés Pτ correspondiente al promedio ponderado de tasas de interés resultante de la asignación de préstamos.

Sujeto a la restricción de demanda agregada de trabajo L_t definida por:

(.22) $$L_t = \left[\int_0^1 l_{t(h)}^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} dh \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

En donde además R_{pt} es la tasa de interés de préstamos ponderada:

El lagrangeano para este problema:

$$\min_{l_{t,(h)}} L = \int_0^1 \left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right).w_{t(h)}.l_{t(h)} dh + \lambda_R \left[L_t - \left[\int_0^1 l_{t(h)}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dh \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \right]$$

Donde λ_R es el multiplicador lagrangeano asociado a este problema y las condiciones de primer orden son las siguientes:

Derivando respecto de $l_{t(h)}$:

$$\frac{\partial L}{\partial l_{t(h)}} = \left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right).w_{t(h)} - \lambda_R \left[\frac{\epsilon}{\epsilon-1}.\left[\int_0^1 l_{t(h)}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dh \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1} .l_{t(h)}^{-\frac{1}{\epsilon}}.\frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right] = 0$$

$$\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right).w_{t(h)} = \lambda_R \left[\left[\int_0^1 l_{t(h)}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dh \right]^{\frac{1}{\epsilon-1}.\frac{\epsilon}{\epsilon}} .l_{t(h)}^{-\frac{1}{\epsilon}} \right]$$

$$\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right).w_{t(h)} = \lambda_R .L_t^{\frac{1}{\epsilon}}.l_{t(h)}^{-\frac{1}{\epsilon}}$$

Finalmente se obtiene:

(.23) $$l_{t(h)} = L_t \left[\frac{\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right)}{\lambda_R}.w_{t(h)} \right]^{-\epsilon}$$

Para determinar λ_R integramos $l_{t(h)}$ en (.23):

$$\left[\int_0^1 l_{t(h)}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dh \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}.\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} = \int_0^1 \left[\left[\frac{\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right)}{\lambda_R}.w_{t(h)} \right]^{-\epsilon} .L_t \right]^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dh$$

$$L_t^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} = \left[\frac{\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right)}{\lambda_R}\right]^{1-\epsilon} .L_t^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} .\int_0^1 w_{t(h)}{}^{1-\epsilon} dh$$

(.24) $$\left[\frac{\lambda}{\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right)}\right] = \left[\int_0^1 w_{t(h)}{}^{1-\epsilon} dh\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Reemplazando (.24) en (.23) se obtiene la demanda de trabajo diferenciada:

(.25) $$l_{t(h)} = \left[\frac{w_{t(h)}}{\Omega_t}\right]^{-\epsilon} .L_t$$

(.26) $$\Omega_t = \left[\int_0^1 w_{t(h)}{}^{1-\epsilon} dh\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Asignación de financiamiento

El presidente de la firma realiza un proceso de minimización del gasto de financiamiento, a fin de contratar el financiamiento de manera óptima.

Se asume, que existe diferenciación en los servicios de préstamos, es decir, no existe perfecta sustitución entre diferentes préstamos:

$$\min_{q_{t(z)}} \int_0^1 q_{t(z)}.r_{p,t(z)} dz$$

Sujeto a la demanda agregada de préstamos:

$$Q_t = \left[\int_0^1 q_{t(z)}{}^{\frac{\epsilon_p-1}{\epsilon_p}} dz\right]^{\frac{\epsilon_p}{\epsilon_p-1}}$$

Formulando el lagrangeano para este problema:

$$L = \int_0^1 q_{t(z)}.r_{p,t(z)} dz + \lambda_Q.\left[Q_t - \left[\int_0^1 q_{t(z)}{}^{\frac{\epsilon_p-1}{\epsilon_p}} dz\right]^{\frac{\epsilon_p}{\epsilon_p-1}}\right]$$

Donde λ_Q es el multiplicador lagrangeano asociado a este problema y las condiciones de primer orden son las siguientes:

Respecto de $\left(q_{t(z)}\right)$:

$$\frac{\partial L}{\partial q_{t(z)}} = r_{p,t(z)} - \lambda_Q . \left[\frac{\in_p - 1}{\in_p} . \left[\int_0^1 q_{t(z)}^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} dz \right]^{\frac{\in_p}{\in_p - 1} - 1} . q_{t(z)}^{-\frac{1}{\in_p}} . \frac{\in_p - 1}{\in_p} \right] = 0$$

$$r_{p,t(z)} = \lambda_Q . \left[\left[\int_0^1 q_{t(z)}^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} dz \right]^{\frac{\in_p}{\in_p - 1} . \frac{1}{\in_p}} . q_{t(z)}^{-\frac{1}{\in_p}} \right]$$

$$r_{p,t(z)} = \lambda_Q . Q_t^{\frac{1}{\in_p}} q_{t(z)}^{-\frac{1}{\in_p}}$$

Despejando $q_{t(z)}$:

(.27) $$q_{t(z)} = Q_t . \left[\frac{r_{p,t(z)}}{\lambda_Q} \right]^{-\in_p}$$

Y respecto al índice de consumo C_t :

(.28) $$P_t = \lambda_Q$$

Integrando sobre $q_{t(z)}$ para determinar λ_Q :

$$q_{t(z)}^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} = Q_t^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} . \left[\frac{1}{\lambda_Q} \right]^{1 - \in_p} . \left[r_{p,t(z)} \right]^{1 - \in_p}$$

$$\int_0^1 q_{t(z)}^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} dz = Q_t^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} . \left[\frac{1}{\lambda_Q} \right]^{1 - \in_p} . \int_0^1 r_{p,t(z)}^{1 - \in_p} dz$$

$$\left[\int_0^1 q_{t(z)}^{\frac{\in_p - 1}{\in_p}} dz \right]^{\frac{\in_p}{\in_p - 1}} = Q_t . \left[\frac{1}{\lambda_Q} \right]^{-\in_p} . \left[\int_0^1 r_{p,t(z)}^{1 - \in_p} dz \right]^{\frac{\in_p}{\in_p - 1}}$$

$$Q_t = Q_t . \left[\frac{1}{\lambda_Q} \right]^{-\in_p} . \left[\int_0^1 r_{p,t(z)}^{1 - \in_p} dz \right]^{\frac{\in_p}{\in_p - 1}}$$

$$\lambda_Q = \left[\int_0^1 r_{p,t(z)}{}^{1-\in_p} dz \right]^{\frac{1}{1-\in_p}}$$

De esta manera se define la tasa de interés de préstamos agregada:

(.29) $$R_{p,t} = \left[\int_0^1 r_{p,t(z)}{}^{1-\in_p} dz \right]^{\frac{1}{1-\in_p}}$$

Reemplazando (.28) en (.27) se tiene:

(.30) $$q_{t(z)} = Q_t . \left[\frac{r_{p,t(z)}}{R_{p,t}} \right]^{-\in_p}$$

2.2 Problema dinámico que enfrentan el jefe de la línea de producto

2.2.1 Fijación de precios

Cada jefe de producto de la línea de producto f afronta un proceso de optimización para fijar el precio del producto f pero afronta restricciones en el ajuste de precios.

Solo $(1-\alpha)$ de las líneas de producto pueden ajustar óptimamente sus precios.

Maximiza el valor presente de los beneficios descontado, dados por:

(.31) $$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \alpha^{T-t} . X_{t,T} \left[p_{t(f)} . y_{t,T(f)} - P_T . \int_0^1 \left(1 + \gamma . \left(R_{p,T} - 1\right)\right) . w_{T(h)} . l_{T(h)}^f dh \right]$$

Donde R_t es la tasa préstamos promedio definida en (.29).

Asumiendo que la proporción de mano de obra especializada definida por el presidente de la firma se traslada a cada una de las líneas de producto, de (.25) se tiene:

$$l_{t(h)}^f = \left[\frac{w_{t(h)}}{\Omega_t} \right]^{-\in} . L_t^f$$

(.32) $$\int_0^1 w_{t(h)} . l_{t(h)}^f dh = \Omega_t . L_t^f = \Omega_t . L_{t(f)}$$

Reemplazando (.32) en (.31) se tiene:

(.33) $$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \alpha^{T-t}.X_{t,T}\left[p_{t(f)}.y_{t(f)} - P_T.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.L_{t(f)}\right]$$

De la ecuación (.4) tenemos: $c_{t(f)} = \left[\dfrac{p_{t(f)}}{P_T}\right]^{-\theta}.C_t$ y dado que $c_{t(f)} = y_{t(f)}$ y $C_t = Y_t$

se tiene:

(.34) $$y_{t(f)} = \left[\frac{p_{t(f)}}{P_T}\right]^{-\theta}.Y_T$$

De otro lado, para el factor de descuento intertemporal de cada jefe de producto, se considera la tasa marginal de sustitución del accionista, es decir, del consumidor y es la siguiente:

$$X_{t,T} = \beta^{T-t}.E_t.\left[\frac{U_C\left(C_{T},v_T\right)}{U_C\left(C_{t},v_t\right)}.\frac{P_t}{P_T}\right]$$

Con lo cual se tiene:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty}\left(\alpha\beta\right)^{T-t}.\frac{U_C\left(C_{T},v_T\right)}{U_C\left(C_{t},v_t\right)}.\frac{P_t}{P_T}\left[p_{t(f)}.\left[\frac{p_{t(f)}}{P_T}\right]^{-\theta}.Y_T - P_T.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.L_{t(f)}\right]$$

Como P_t y $U_C\left(C_{t},v_t\right)$ son constantes, se tiene:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty}\left(\alpha\beta\right)^{T-t}.U_C\left(C_{T},v_T\right).\left[\left[p_{t(f)}\right]^{1-\theta}.\left[P_T\right]^{\theta-1}.Y_T - P_T.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.L_{t(f)}\right]$$

Derivando respecto del precio de la línea de producto $f\left(p_{t(f)}\right)$ se obtiene la siguiente condición de primer orden:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty}\left(\alpha\beta\right)^{T-t}.\frac{U_C\left(C_{T},v_T\right)}{P_T}\left[\begin{array}{l}\left(1-\theta\right).\left[p_{t(f)}\right]^{-\theta}.\left[P_T\right]^{\theta-1}.Y_T - \\ P_T.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.\dfrac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}.\dfrac{\partial y_{t,T(f)}}{\partial p_{t(f)}}\end{array}\right] = 0$$

Derivando la ecuación (.34):

(.35) $$\frac{\partial y_{t,T(f)}}{\partial p_{t(f)}} = -\theta.\left[p_{t(f)}\right]^{-\theta-1}.\left[P_T\right]^{\theta}$$

Donde $\mu = \left(\dfrac{\theta}{1-\theta}\right)$, es el *mark-up*, que las empresas obtienen por tener cierto poder monopolístico.

$$E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).\begin{bmatrix} p_{t(f)}.[P_T]^{\theta-1}.Y_T-\mu.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right). \\ \Omega_t.\dfrac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}.\left[\left[p_{t(f)}\right]^{-\theta-1}.[P_T]^{\theta}.Y_T\right] \end{bmatrix}=0$$

$$E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.\left[p_{t(f)}.[P_T]^{\theta-1}-\mu.\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.\frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}.[P_T]^{\theta}\right]=0$$

$$\frac{p^*_{t(f)}}{P_t}=\frac{E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.\mu.F_T^{\theta}\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.\dfrac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}}{E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.F_T^{\theta-1}}$$

Donde $F_T=\left[\frac{P_T}{P_t}\right]$. Asimismo, siguiendo a Benigno y Woodford (2005), la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, N_t y D_t las que se relacionan de la siguiente manera:

$$\frac{p^*_{t(f)}}{P_t}=\frac{N_t}{D_t}$$

$$\frac{p^*_{t(f)}}{P_t}=\frac{E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.\mu.F_T^{\theta}\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.\dfrac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}}{E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.F_T^{\theta-1}}=\frac{N_t}{D_t}$$

Donde:

(.36) $$N_t=E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.\mu.F_T^{\theta}\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\Omega_t.\frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}$$

$$D_t=E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.F_T^{\theta-1}$$

Transformando N_t : En primer lugar reemplazamos el valor Ω_t.

$$N_t=E_t\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha\beta)^{T-t}.U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.\mu.F_T^{\theta}\left(1+\gamma.\left(R_{p,T}-1\right)\right).\left[\int_0^1 w_{T(h)}{}^{1-\in}dh\right]^{\frac{1}{1-\in}}.\frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}$$

Asimismo, reemplazamos la condición de cobrar un determinado salario, por parte de los consumidores, ecuación (.19)

$$w_{T(h)}=\left(\frac{\in}{\in-1}\right).\frac{V_{L_t}(l_{t(h)},v_t)}{U_{Y_t}(Y_t,v_t)}$$

$$N_t = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t} . U_C (C_{T,} v_T) . Y_T . \mu . F_T^{\theta} \left(1 + \gamma . \left(R_{p,T} - 1\right)\right).$$

$$\left[\int_0^1 \left[\frac{\in}{\in -1} . \frac{V_{L_t} (l_{t(h)}, v_t)}{U_{Y_t} (Y_t, v_t)} . \frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}} \right]^{1-\in} dh \right]^{\frac{1}{1-\in}}$$

Siguiendo la estrategia de Teranishi (2008), definimos el costo marginal real como:

$$mc_{t,T(h,f)} = \frac{V_l (l_{t,T(h)}, v_t)}{U_{Y_t} (Y_t, v_t)} . \frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}$$

$$N_t = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t} . U_C (C_{T,} v_T) . Y_T . \mu . \mu' . F_T^{\theta} \left(1 + \gamma . \left(R_{p,T} - 1\right)\right).$$

$$\left[\int_0^1 \left[mc_{t,T(h,f)} \right]^{1-\in} dh \right]^{\frac{1}{1-\in}}$$

Donde: $\mu' = \left(\frac{\in}{\in -1} \right)$; además consideramos la relación:

$$mc_{t,T(f)} = \left[\int_0^1 \left[mc_{t,T(h,f)} \right]^{1-\in} dh \right]^{\frac{1}{1-\in}}$$

(.37) $N_t = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t} . U_C (C_{T,} v_T) . Y_T . \mu . \mu' . F_T^{\theta} \left(1 + \gamma . \left(R_{p,T} - 1\right)\right) . mc_{t,T(f)}$

Expandiendo (.37):

$$N_t = U_C (C_{t,} v_t) . Y_t . \mu . \mu' . \left(1 + \gamma . \left(R_{p,t} - 1\right)\right) . mc_{t,t(f)} + (\alpha\beta).$$

$$E_t \left\{ (\Pi_{t+1})^{\theta} \sum_{T=t+1}^{\infty} \begin{bmatrix} (\alpha\beta)^{T-(t+1)} . U_C (C_{T,} v_T) . Y_T . \mu . \mu' . F_T^{\theta} . \\ \left(1 + \gamma \left(R_{p,T} - 1\right)\right) . mc_{t+1,T(f)} \end{bmatrix} \right\}$$

(.38) $N_t = U_C (C_{t,} v_t) . Y_t . \mu . \mu' . \left(1 + \gamma . \left(R_{p,t} - 1\right)\right) . mc_{t,t(f)} +$

$$(\alpha\beta) . E_t \left\{ (\Pi_{t+1}) . N_{t+1} \right\}$$

De la misma manera, expandimos la ecuación (.36):

$$D_t = U_C\left(C_{t,}v_t\right).Y_t + \left(\alpha\beta\right).E_t\left\{\begin{matrix}\left(\left(\Pi_{t+1}\right)^{\theta-1}\right).\sum_{T=t+1}^{\infty}\left(\alpha\beta\right)^{T-(t+1)}. \\ U_C\left(C_{T,}v_T\right).Y_T.F_T^{\theta-1}\end{matrix}\right\}$$

$$D_t = U_C\left(C_{t,}v_t\right).Y_t + \left(\alpha\beta\right).E_t\left\{\left(\left(\Pi_{t+1}\right)^{\theta-1}\right).D_{t+1}\right\}$$

Siguiendo a Calvo (1983) y Yun (1996), solo una fracción $\left(1-\alpha\right)$ de las firmas cambian sus precios todos los periodos, y el resto de las firmas mantienen su precio fijo. Por lo tanto, el nivel de precio agregado está determinada de la siguiente manera:

$$P_t^{1-\theta} = \alpha.P_{t-1}^{1-\theta} + \left(1-\alpha\right).\left(p_{t(f)}^{*}\right)^{1-\theta}$$

$$1 = \alpha.\left[\frac{P_{t-1}}{P_t}\right]^{1-\theta} + \left(1-\alpha\right).\left[\frac{p_{t(f)}^{*}}{P_t}\right]^{1-\theta}$$

$$\alpha.\left[\Pi_t\right]^{1-\theta} = 1-\left(1-\alpha\right).\left[\frac{N_t}{D_t}\right]^{1-\theta}$$

Resumiendo, las siguientes ecuaciones constituyen la curva de Phillips en niveles:

(.39) $$N_t = U_C\left(C_{t,}v_t\right).Y_t.\mu.\mu'.\left(1+\gamma.\left(R_{p,t}-1\right)\right).mc_{t,t(f)} + \left(\alpha\beta\right).E_t\left\{\left(\Pi_{t+1}\right).N_{t+1}\right\}$$

(.40) $$D_t = U_C\left(C_{t,}v_t\right).Y_t + \left(\alpha\beta\right).E_t\left\{\left(\left(\Pi_{t+1}\right)^{\theta-1}\right).D_{t+1}\right\}$$

(.41) $$\alpha.\left[\Pi_t\right]^{1-\theta} = 1-\left(1-\alpha\right).\left[\frac{N_t}{D_t}\right]^{1-\theta}$$

Log-linealizando la ecuación (.39):

En estado estacionario:

(.42) $$N = \frac{U_C.Y.\mu.\mu'.\left(1+\gamma.\left(R_p-1\right)\right).mc_{(f)}}{1-\alpha\beta}$$

$$N\left(1+n_t\right) = \left(1-\gamma\right).U_C.Y.\mu.\mu'.mc_{(f)}.\left(1+u_c+y_t+cm_{t(f)}\right) +$$

$$\gamma.U_C.Y.\mu.\mu'.mc_{(f)}.R_p\left(1+u_c+y_t+cm_{t(f)}+R_{p,t}\right) + \left(\alpha\beta\right)E_t\left[1+\theta\pi_{t+1}+n_{t+1}\right]$$

Operando, simplificando y ordenando obtenemos:

(.43) $$n_t = (1-\alpha\beta).\left[u_c + y_t + cm_{t(f)} + \Theta R_{p,t}\right] + (\alpha\beta)E_t\left[\theta\pi_{t+1} + n_{t+1}\right]$$

Donde: $\Theta = \dfrac{\gamma.R_p}{\left(1+\gamma\left(R_p - 1\right)\right)}$

Log-linealizando la ecuación (.40):

En estado estacionario:

(.44) $$D = \frac{U_C.Y}{1-\alpha\beta}$$

(.45) $$D(1+d_t) = U_C.Y\left[1+u_c+y_t\right] + (\alpha\beta)E_t\left[1+(\theta-1)\pi_{t+1}+d_{t+1}\right]$$

Operando, simplificando y ordenando obtenemos:

(.46) $$d_t = (1-\alpha\beta)\left[u_c + y_t\right] + (\alpha\beta)E_t\left[(\theta-1)\pi_{t+1} + d_{t+1}\right]$$

Finalmente, log-linealizando (.41) obtenemos:

(.47) $$\pi_t = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)(n_t - d_t)$$

Diferenciando las ecuaciones (.43) y (.46):

$$n_t - d_t = (1-\alpha\beta).cm_{t(f)} + \Theta R_{p,t} + (\alpha\beta)E_t\left[\pi_{t+1}\right] + (\alpha\beta)E_t\left[n_{t+1} - d_{t+1}\right]$$

Asimismo:

$$E_t\left[n_{t+1} - d_{t+1}\right] = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

(.48) $$n_t - d_t = (1-\alpha\beta).cm_{t(f)} + \Theta R_{p,t} + (\alpha\beta)E_t\left[\pi_{t+1}\right] + (\alpha\beta)\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

Siguiendo a Woodford (2003) y a Teranishi (2008), se han utilizado las siguientes relaciones:

$$cm_{t,T(f)} \equiv \int_0^1 mc_{t,T(h,f)}dh \text{ y } cm_{t,T(h)} = cm_T - \omega_p\theta\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\pi_t\right]$$

Donde se define $\omega = \omega_w + \omega_p$; donde ω_w es la elasticidad de la "desutilidad" marginal del trabajo con respecto al incremento en el producto y ω_p es la elasticidad de la función $\frac{\partial L_{t,T(f)}}{\partial y_{t,T(f)}}$ con respecto al producto; es decir se puede interpretar como la elasticidad del producto marginal del trabajo con respecto al nivel del producto.

Ahora (.48) en (.47):

$$(.49)\quad \pi_t = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha}\right).\begin{bmatrix} (1+\omega_p\theta)^{-1}.\left(cm_t + \Theta R_{p,t}\right) + \\ (\alpha\beta)E_t\left[\pi_{t+1}\right] + (\alpha\beta)\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)E_t\left[\pi_{t+1}\right] \end{bmatrix}$$

Simplificando la ecuación (.49), obtenemos:

$$(.50)\quad \pi_t = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha}\right)\left[(1+\omega_p\theta)^{-1}.\left(cm_t + \Theta R_{p,t}\right)\right] + \beta E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

Si llamamos $x \equiv \left(\frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha(1+\omega_p\theta)}\right)$ la curva de Phillips quedaría de la siguiente forma:

$$\pi_t = \chi.\left(cm_t + \Theta R_{p,t}\right) + \beta E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

Nuevamente, de acuerdo a la discusión en Woodford (2003), definimos la nueva curva de Phillips en función de la brecha producto $x_t = Y_t - Y_t$; además utilizando la $cm_t = \left(\omega + \sigma^{-1}\right)\left(Y_t - Y_t\right)$ finalmente obtenemos:

$$\pi_t = \kappa.x_t + \xi.R_{p,t} + \beta E_t\left[\pi_{t+1}\right]$$

$$\kappa = \chi.\left(\omega + \sigma^{-1}\right) \text{ y } \xi = \chi.\Theta$$

3. El problema del banco privado

3.1 Maximiza su utilidad esperada

Existen un continuo de z bancos privados sobre el intervalo $[0,1]$ que se desempeñan en un ambiente de competencia monopolística, de los cuáles solo $(1-\varphi)$ pueden cambiar sus tasas cada periodo óptimamente, es decir, enfrentan rigideces para ajustar sus tasas, tanto pasivas como activas; en este contexto, el Banco z maximiza su utilidad descontada, sujeta a la demanda de préstamos por parte de los empresarios y a la oferta de depósitos de los consumidores:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left[\begin{array}{l}(1-\delta_T).\left(\left(r_{p,t(z)}-1\right).q_{t,T(z)}\right)-\delta_T.q_{t(z)}- \\ \left(r_{d,t(z)}-1\right).d_{t,T(z)}-\left(i_T-1\right).\left(q_{t,T(z)}-d_{t,T(z)}\right)\end{array}\right]$$

De manera equivalente:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left[r_{p,t(z)}(1-\delta_T).q_{t,T(z)}-r_{d,t(z)}.d_{t,T(z)}-i_T\left(q_{t,T(z)}-d_{t,T(z)}\right)\right]$$

En donde:

$r_{p,t(z)}$ es la tasa de préstamo que cobra el banco privado z por los préstamos que demandan $\left(q_{t,T(z)}\right)$ las empresas para financiar una fracción de sus costos de contratar mano de obra; $r_{d,t(z)}$ es la tasa de depósito que paga el banco privado z a los consumidores; $d_{t,T(z)}$ es la demanda de servicios de depósito en el banco z por parte de las familias; i_T es la tasa de referencia manejada por la autoridad monetaria, el Banco Central; δ_T es la tasa de incumplimiento, $X_{t,T}$ factor de descuento estocástico de los propietarios de los Bancos Privados, que en esta investigación se consideran que son los consumidores.

Reagrupando en $q_{t,T(z)}$ y en $d_{t,T(z)}$:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left[\left[r_{p,t(z)}(1-\delta_T)-i_T\right].q_{t,T(z)}+\left[i_T-r_{d,t(z)}\right].d_{t,T(z)}\right]$$

Reemplazando $q_{t,T(z)}$ y en $d_{t,T(z)}$:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left[\left[r_{p,t(z)}(1-\delta_T)-i_T\right].\left[\frac{r_{p,t(z)}}{R_{p,T}}\right]^{-\epsilon_p}.Q_T+\left[i_T-r_{d,t(z)}\right].\left[\frac{r_{d,t(z)}}{R_{d,T}}\right]^{\epsilon_d-1}.D_T\right]$$

Llegamos a la Función Objetivo:

$$(.51)\quad E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left\{\begin{array}{l}\left[(1-\delta_T).r_{p,t(z)}^{\;1-\epsilon_p}-i_T.r_{p,t(z)}^{\;-\epsilon_p}\right].\left[R_{p,T}\right]^{\epsilon_p}.Q_T+ \\ \left[i_T.r_{d,t(z)}^{\;\epsilon_d-1}-r_{d,t(z)}^{\;\epsilon_d}\right].\left[R_{d,T}\right]^{1-\epsilon_d}.D_T\end{array}\right\}$$

Fijación de tasa de interés de préstamos de los bancos privados:

Derivando la ecuación (.51) respecto a la tasa de interés de préstamos $\left(r_{p,t(z)}\right)$:

$$(.52)\quad E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left\{\begin{array}{l}\left[\left(1-\epsilon_p\right)(1-\delta_T).r_{p,t(z)}^{\;-\epsilon_p}+\left(\epsilon_p\right).i_T.r_{p,t(z)}^{\;-\epsilon_p-1}\right]. \\ \left[R_{p,T}\right]^{\epsilon_p}.Q_T\end{array}\right\}=0$$ Reemplazando $r_{p,t(z)}$ por la tasa de interés óptima $r^{*}_{p,t(z)}$:

$$r^*_{p,t(z)} = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t} .X_{t,T} . \left(\frac{\in_p}{\in_p - 1} \right) .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .i_T}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t} .X_{t,T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .\left(1 - \delta_T\right)}$$

Considerando el factor de descuento estocástico como:

$$X_{t,T} = \beta . \frac{P_t .U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T .U_C\left(C_{t,} v_t\right)} :$$

$$r^*_{p,t(z)} = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} . \frac{P_t .U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T .U_C\left(C_{t,} v_t\right)} . \left(\frac{\in_p}{\in_p - 1} \right) .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .i_T}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \varphi^{T-t} . \frac{P_t .U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T .U_C\left(C_{t,} v_t\right)} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .\left(1 - \delta_T\right)}$$

$$r^*_{p,t(z)} = \frac{\frac{P_t}{U_C\left(C_{t,} v_t\right)} .E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} . \left(\frac{\in_p}{\in_p - 1} \right) .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .i_T}{\frac{P_t}{U_C\left(C_{t,} v_t\right)} .E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .\left(1 - \delta_T\right)}$$

Donde: $\mu_p = \left(\frac{\in_p}{\in_p - 1} \right)$ es el *mark-up* que los bancos privados obtienen debido a la diferenciación de sus productos financieros, cancelando términos comunes:

(.53) $$r^*_{p,t(z)} = \frac{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} .\mu_p . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .i_T}{E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .\left(1 - \delta_T\right)} = \frac{N_{pt}}{D_{pt}}$$

Donde:

(.54) $$N_{pt} = E_t \sum_{T=t}^{\infty} \mu .\left(\varphi\beta\right)^{T-t} .\mu_p . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .i_T$$

(.55) $$D_{pt} = E_t \sum_{T=t}^{\infty} \left(\varphi\beta\right)^{T-t} . \frac{U_C\left(C_{T,} v_T\right)}{P_T} .R_{p,T}{}^{\in_P} .Q_T .\left(1 - \delta_T\right)$$

Desagregando el Numerador en (.54):

$$N_{pt} = \mu_p . \frac{U_C\left(C_{t,} v_t\right)}{P_T} .\left(R_{p,t}{}^{\in_P} .Q_t .i_t \right) + \varphi\beta .E_T \sum_{T=t}^{\infty} \mu .\left(\varphi\beta\right)^{T-(t+1)} .$$

$$\frac{U_C\left(C_T,v_T\right)}{P_T}.\left(R_{p,T}{}^{\in P}.Q_T.i_T\right)$$

(.56) $$N_{pt}=\mu_p.\frac{U_C\left(C_t,v_t\right)}{P_t}.\left(R_{p,t}{}^{\in P}.Q_t\right).i_t+\varphi\beta.E_t.\left[N_{p_{t+1}}\right]$$

En el estado estacionario se cumple:

$$N_p=\left(\frac{1}{1-\varphi\beta}\right).\mu.\frac{U_C}{P}.\left(R_p{}^{\in P}.Q\right).i$$

De la misma manera, desagregando el Denominador en (.55):

$$D_{pt}=\frac{U_C\left(C_t,v_t\right)}{P_t}.\left(R_{p,T}{}^{\in P}.Q_T\right).\left(1-\delta_T\right)+\varphi\beta.E_T\sum_{T=t+1}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-(t+1)}.\frac{U_C\left(C_T,v_T\right)}{P_T}.$$

$$R_{p,T}{}^{\in P}.Q_T.\left(1-\delta_T\right)$$

(.57) $$D_{pt}=\frac{U_C\left(C_t,v_t\right)}{P_t}.\left(R_{p,T}{}^{\in P}.Q_T\right).\left(1-\delta_T\right)+\varphi\beta.E_t.\left[D_{t+1}\right]$$

En el estado estacionario se cumple:

$$D_p=\left(\frac{1}{1-\varphi\beta}\right).\frac{U_C}{P}.\left(R_p{}^{\in P}.Q\right).\left(1-\delta\right)$$

Nótese que en una economía en donde no exista rigideces $\left(\varphi=0\right)$ tendríamos:

$$N_{pt}=\mu_p.\frac{U_C\left(C_t,v_t\right)}{P_t}.\left(R_{p,t}{}^{\in P}.Q_t\right).i_t$$

$$D_{pt}=\frac{U_C\left(C_t,v_t\right)}{P_t}.\left(R_{p,T}{}^{\in P}.Q_t\right).\left(1-\delta_t\right)$$

(.58) $$r^*_{p,t(z)}=\frac{N_{pt}}{D_{pt}}=\mu_p\,\frac{1}{\left(1-\delta_t\right)}.i_t$$

En la versión log-lineal:

(.59) $$\hat{r}^*_{p,t(z)}=\left[\hat{i}_t+\frac{\bar{\delta}}{\left(1-\bar{\delta}\right)}.\delta_T\right]$$

Retomando el caso general, log-linealizamos la ecuación (.56):

$$N_p\left(1+n_{p,t}\right)=\mu.\frac{U_C}{P}.R^{\in}.Q.i\left(1+U_c-P+\in.R_p+Q_t+\hat{i}_t\right)+$$

$$\varphi\beta.N_p\left(1+E_t\left[n_{p,t+1}\right]\right)$$

Simplificando y reemplazando $w_t=U_c-P+\in.R_p+q_t$ obtenemos:

(.60) $$n_{p,t}=\left(1-\varphi\beta\right).\left(w_t+\hat{i}_t\right)+\varphi\beta.E_t\left[n_{p,t+1}\right]$$

Log-linealizando la ecuación (.57):

$$D_p\left(1+d_{p,t}\right)=\frac{U_C}{P}.\left(R^{\in}.Q\right).\left[\begin{array}{l}\left(1+U_c-P+\in.R_p+Q_t\right)-\\ \bar{\delta}\left(1+U_c-P+\in.R_p+Q_t+\delta_t\right)\end{array}\right]+\varphi\beta.D_p\left(1+E_t\left[d_{p,t+1}\right]\right)$$

Simplificando y reemplazando w_t, obtenemos:

(.61) $$d_{p,t}=\left(1-\varphi\beta\right).\left[w_t-\frac{\bar{\delta}}{\left(1-\bar{\delta}\right)}.\delta_t\right]+\varphi\beta.E_t\left[d_{p,t+1}\right]$$

Restando la ecuación (.61) de la ecuación (.60), se obtiene:

$$n_{p,t}-d_{p,t}=\left(1-\varphi\beta\right).\left[\hat{i}_t+\frac{\bar{\delta}}{\left(1-\bar{\delta}\right)}.\delta_t\right]+\varphi\beta.E_t\left[n_{p,t+1}-d_{p,t+1}\right]$$

$$n_{p,t}-d_{p,t}-\varphi\beta.E_t\left[n_{p,t+1}-d_{p,t+1}\right]=\left(1-\varphi\beta\right).\left[\hat{i}_t+\frac{\bar{\delta}}{\left(1-\bar{\delta}\right)}.\delta_t\right]$$

Recordando de la ecuación (.53) que:

$$\hat{r}_{p,t(z)}=n_{p,t}-d_{p,t}\ \text{y}\ E_t\hat{r}_{p,t+1(z)}=E_t\left[n_{p,t+1}-d_{p,t+1}\right]:$$

(.62) $$\hat{r}_{p,t(z)}-\left(\varphi\beta\right)E_t\hat{r}_{p,t+1(z)}=\left(1-\varphi\beta\right).\left[\hat{i}_t+\frac{\bar{\delta}}{\left(1-\bar{\delta}\right)}.\delta_t\right]$$

Asimismo, siguiendo a Calvo (1983) y Yun (1996), la evolución de la tasa de interés de préstamo es descrito por:

(.63) $$R_{p,t}^{1-\in_p}=\left[\varphi R_{p,t-1}^{1-\in_p}+\left(1-\varphi\right)r_{p,t(z)}^{1-\in_p}\right]$$

Log-linealizando la ecuación:

$$\overline{R}_p^{1-\in_p}\left(1+\left(1-\in_p\right)R_{p,t}\right)=\begin{bmatrix}\varphi\overline{R}_p^{1-\in_p}\left(1+\left(1-\in_p\right)R_{p,t+1}\right)-\\ \left(1-\varphi\right)\overline{R}_p^{1-\in_p}.\left(1+\left(1-\in_p\right)\hat{r}_{p,t(z)}\right)\end{bmatrix}$$

Simplificando se tiene:

$$R_{p,t}=\varphi R_{p,t-1}+\left(1-\varphi\right)\hat{r}_{p,t(z)}$$

Despejando $\hat{r}_{p,t(z)}$:

(.64) $$\hat{r}_{p,t(z)}=\frac{1}{\left(1-\varphi\right)}R_{p,t}-\frac{\varphi}{\left(1-\varphi\right)}R_{p,t-1}$$

De la ecuación (.64) formamos la siguiente expresión:

$$\hat{r}_{p,t(z)}-\varphi\beta E_t\left[\hat{r}_{p,t+1(z)}\right]$$

(.65) $$\hat{r}_{p,t(z)}-\varphi\beta E_t\left[\hat{r}_{p,t+1(z)}\right]=\left(\frac{1+\varphi^2\beta}{1-\varphi}\right)R_{p,t}-\left(\frac{\varphi}{1-\varphi}\right)R_{p,t-1}-\left(\frac{\varphi\beta}{1-\varphi}\right)E_tR_{p,t-1}$$

Igualando las ecuaciones (.62) y (.65):

(.66) $$\left(1-\varphi\beta\right).\left[\hat{i}_t+\frac{\overline{\delta}}{1-\overline{\delta}}.\delta_t\right]=\left(\frac{1+\varphi^2\beta}{1-\varphi}\right)R_{p,t}-\left(\frac{\varphi}{1-\varphi}\right)R_{p,t-1}-\left(\frac{\varphi\beta}{1-\varphi}\right)E_tR_{p,t-1}$$

Ordenando y simplificando:

(.67) $$R_{p,t}=\frac{\varphi}{1+\varphi^2\beta}R_{p,t-1}+\frac{\varphi\beta}{1+\varphi^2\beta}E_tR_{p,t+1}+\frac{\left(1-\varphi\right)\left(1-\varphi\beta\right)}{1+\varphi^2\beta}.\left[\hat{i}_t+\frac{\overline{\delta}}{\left(1-\overline{\delta}\right)}.\delta_t\right]$$

Finalmente obtenemos la ecuación de la tasa de préstamos:

(.68) $$R_{p,t}=\lambda_{p,1}.R_{p,t-1}+\lambda_{p,2}.E_tR_{p,t+1}+\lambda_{p,3}.\left[\hat{i}_t+x.\delta_t\right]$$

En donde:

$$\lambda_{p,1}=\frac{\varphi}{\left(1+\varphi^2\beta\right)};\lambda_{p,2}=\frac{\varphi\beta}{\left(1+\varphi^2\beta\right)};\lambda_{p,3}=\frac{\left(1-\varphi\right)\left(1-\varphi\beta\right)}{\left(1+\varphi^2\beta\right)};x=\frac{\overline{\delta}}{\left(1-\overline{\delta}\right)}.$$

Fijación de tasa de interés de depósitos de los bancos privados:

Derivando la ecuación (.51) respecto de la tasa de interés de depósitos $r_{d,t(z)}$ se tiene:

$$E_t\sum_{T=t}^{\infty}\varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left[\left[\left(\in_d-1\right).i_T.r_{d,t(z)}{}^{\in_d-2}-\in_d r_{d,t(z)}{}^{\in_d-1}\right].R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T\right]=0$$

Reemplazando $r_{d,t(z)}$ por la tasa de interés óptima $r^*_{d,t(z)}$:

$$r^*_{d,t(z)}=\frac{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\varphi^{T-t}.X_{t,T}.\left(\frac{\in_d}{\in_d-1}\right)R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T.i_T}{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\varphi^{T-t}.X_{t,T}.R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T}$$

Considerando como factor de descuento estocástico a la tasa marginal de sustitución de los consumidores $X_{t,T}=\beta.\frac{P_t.U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T.U_C\left(C_{t,}v_t\right)}$:

$$r^*_{d,t(z)}=\frac{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\frac{P_t.U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T.U_C\left(C_{t,}v_t\right)}.\left(\frac{\in_d}{\in_d-1}\right)R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T.i_T}{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\frac{P_t.U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T.U_C\left(C_{t,}v_t\right)}.R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T}$$

$$r^*_{d,t(z)}=\frac{\frac{P_t}{U_C\left(C_{t,}v_t\right)}.E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\frac{U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T}.\left(\frac{\in_d-1}{\in_d}\right).D_T.i_T}{\frac{P_t}{U_C\left(C_{t,}v_t\right)}E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\frac{U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T}.R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T}$$

Donde $\mu_d=\frac{\in_d-1}{\in_d}$, es un factor que nos indica el poder de mercado que tienen los bancos privados en pagar tasas de interés de depósitos por debajo de la tasa del Banco Central, cancelando términos comunes:

$$(.69)\quad r^*_{d,t(z)}=\frac{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\mu_d.\frac{U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T}.R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T.i_T}{E_t\sum_{T=t}^{\infty}\left(\varphi\beta\right)^{T-t}.\frac{U_C\left(C_{T,}v_T\right)}{P_T}.R_{d,T}{}^{1-\in_d}.D_T}=\frac{N_{dt}}{D_{dt}}$$

Donde:

$$N_{dt} = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\varphi\beta)^{T-t} .\mu_d . \frac{U_C(C_T, v_T)}{P_T} .R_{d,T}^{1-\epsilon_d} .D_T .i_T \tag{.70}$$

$$D_{dt} = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\varphi\beta)^{T-t} . \frac{U_C(C_T, v_T)}{P_T} .R_{d,T}^{1-\epsilon_d} .D_T \tag{.71}$$

Desagregando en el numerador en (.70):

$$N_{dt} = \mu_d . \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_d} .D_t .i_t + \varphi\beta E_T \sum_{T=t+1}^{\infty} \mu' (\varphi\beta)^{T-(t+1)} .$$

$$\frac{U_C(C_T, v_T)}{P_T} .R_{d,T}^{1-\epsilon_d} .D_T .i_T$$

$$N_{dt} = \mu_d . \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_d} .D_t .i_t + \varphi\beta E_T \left[N_{d,t+1} \right] \tag{.72}$$

En el estado estacionario se cumple:

$$N_d = \left(\frac{1}{1-\varphi\beta} \right) .\mu_d . \frac{U_C}{P_t} . \left[R_d \right]^{1-\epsilon_d} .D.i$$

De la misma manera, desagregando en Denominador en la ecuación (.71):

$$D_{dt} = \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_d} .D_t + \varphi\beta E_T \sum_{T=t+1}^{\infty} (\varphi\beta)^{T-t} . \frac{U_C(C_T, v_T)}{P_T} .R_{d,T}^{1-\epsilon_d} .D_T$$

$$D_{dt} = \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_d} .D_t + \varphi\beta E_T . \left[D_{d,t+1} \right] \tag{.73}$$

En el estado estacionario se tiene:

$$D_d = \left(\frac{1}{1-\varphi\beta} \right) .\mu_d . \frac{U_C}{P_t} .R_d^{1-\epsilon_d} .D$$

Nótese que en una economía en donde no exista rigideces $(\varphi = 0)$ tendríamos de (.72) y de (.73):

$$N_{dt} = \mu_d . \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_p} .D_t .i_t$$

$$D_{dt} = \frac{U_C(C_t, v_t)}{P_t} .R_{d,t}^{1-\epsilon_p} .D_t$$

$$r^*_{d,t(z)} = \frac{N_{dt}}{D_{dt}} = \mu_d .i_t$$

En la versión log-lineal:

(.74) $$r^{*}_{d,t(z)} = \hat{i}_t$$

Retomando el caso general, log-linealizamos la ecuación (.72):

$$N_d\left(1+n_{d,t}\right)=\mu_d.\frac{U_C}{P}.R_d^{1-\in}.D.i\left(1+U_c-P+\left(1-\in_d\right).R_d+D_t+\hat{i}_t\right)+$$

$$\varphi\beta N_d\left(1+E_t\left[n_{d,t+1}\right]\right)$$

Simplificando y reemplazando $\hat{v}_t = U_c - P + \left(1-\in_d\right).R_p + D_t$ obtenemos:

(.75) $$n_{d,t} = \left(1-\varphi\beta\right)\left(\hat{v}_t + \hat{i}_t\right) + \varphi\beta.E_t\left[n_{d,t+1}\right]$$

Log-linealizando la ecuación (.73):

$$D_d\left(1+d_{d,t}\right)=\frac{U_C}{P}.\left(R^{1-\in}.D\right).\left[\left(1+U_c-P+\left(1-\in\right).R_d+D_t\right)\right]+$$

$$\varphi\beta D_d\left(1+E_t\left[d_{d,t+1}\right]\right)$$

Simplificando y reemplazando $\hat{v}_t$, obtenemos:

(.76) $$d_{d,t} = \left(1-\varphi\beta\right)\left[\hat{v}_t\right] + \varphi\beta.E_t\left[d_{d,t+1}\right]$$

Restando la ecuación (.61) de la ecuación (.60), se obtiene:

(.77) $$n_{d,t} - d_{d,t} = \left(1-\varphi\beta\right).\left[\hat{i}_t\right] + \varphi\beta.E_t\left[n_{d,t+1} - d_{d,t+1}\right]$$

$$n_{p,t} - d_{d,t} - \varphi\beta.E_t\left[n_{p,t+1} - d_{p,t+1}\right] = \left(1-\varphi\beta\right).\hat{i}_t$$

Recordando de la ecuación (.69) que $\hat{r}_{p,t(z)} = n_{p,t} - d_{p,t}$ y

$$E_t\hat{r}_{p,t+1(z)} = E_t\left[n_{p,t+1} - d_{p,t+1}\right]:$$

$$\hat{r}_{p,t(z)} - \left(\varphi\beta\right).E_t\hat{r}_{p,t+1(z)} = \left(1-\varphi\beta\right).\hat{i}_t$$

Asimismo, siguiendo a Calvo (1983) y Yun (1996) y considerando que existe rigideces en el ajuste de la tasa de depósitos la evolución de la tasa de interés de depósitos es descrito por:

(.78) $$R_{d,t}^{\in_p} = \left[\varphi R_{d,t-1}^{\in_p} + \left(1-\varphi\right) r_{d,t(z)}^{\in_p}\right]$$

Log-linealizando la ecuación (.78):

$$(.79)\quad \overline{R}_d\left(1+R_{d,t}\right)=\left(\frac{1}{\in_p}\right).\left[\varphi\in_p\overline{R}d.\left(1+R_{d,t-1}\right)-\left(1-\varphi\right)\in_p.\left(1+\hat{r}_{d,t(z)}\right)\right]$$

Simplificando la ecuación (.79):

$$(.80)\quad R_{d,t}=\varphi R_{d,t-1}+\left(1-\varphi\right).\hat{r}_{d,t(z)}$$

Despejando $\hat{r}_{d,t(z)}$:

$$(.81)\quad \hat{r}_{d,t(z)}=\frac{1}{1-\varphi}R_{d,t}-\frac{\varphi}{1-\varphi}R_{d,t-1}$$

Operando sobre (.81) formamos la siguiente expresión:

$$(.82)\quad \hat{r}_{d,t(z)}-\varphi\beta E_t\left(1+\hat{r}_{d,t(z)}\right)=\frac{1+\varphi^2\beta}{1-\varphi}R_{d,t}-\frac{\varphi}{1-\varphi}R_{d,t-1}-\frac{\varphi\beta}{1-\varphi}.E_t.R_{d,t+1}$$

Igualando las ecuaciones (.62) y (.82):

$$(.83)\quad \frac{1+\varphi^2\beta}{1-\varphi}R_{d,t}-\frac{\varphi}{1-\varphi}R_{d,t-1}-\frac{\varphi\beta}{1-\varphi}.E_t.R_{d,t+1}=\left(1-\varphi\beta\right).\hat{i}_t$$

Ordenando y simplificando:

$$(.84)\quad R_{d,t}=\frac{\varphi}{1+\varphi^2\beta}R_{d,t-1}+\frac{\varphi\beta}{1+\varphi^2\beta}E_t.R_{d,t+1}+\frac{\left(1-\varphi\right)\left(1-\varphi\beta\right)}{1+\varphi^2\beta}\hat{i}_t$$

Finalmente obtenemos la ecuación de la tasa de depósitos:

$$(.85)\quad R_{d,t}=\lambda_{d,1}.R_{d,t-1}+\lambda_{d,2}E_t.R_{d,t+1}+\lambda_{d,3}\hat{i}_t$$

En donde:

$$\lambda_{d,1}=\frac{\varphi}{1+\varphi^2\beta};\lambda_{d,2}=\frac{\varphi\beta}{1+\varphi^2\beta};\lambda_{d,3}=\frac{\left(1-\varphi\right)\left(1-\varphi\beta\right)}{1+\varphi^2\beta}$$

Notas biográficas

Antonio Ortiz Aparicio

Nació en Lima, el 13 de enero de 1975. Bachiller en Ingeniería de Sistemas por la Universidad Nacional de Ingeniería. Es egresado del 1er. Programa de Extensión en Banca, Finanzas y Supervisión de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (SBS) y ha participado en cursos de especialización en supervisión bancaria en la Reserva Federal de los Estados Unidos de América.

Cuenta con más de doce años de experiencia en supervisión y gestión de riesgos. Actualmente, se desempeña como Supervisor Principal de Bancos en la SBS.

William Richard Sánchez Tapia

Nació en Lima, el 26 de marzo de 1983. Bachiller en Economía por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Es egresado del 55 curso de Extensión Universitaria del Banco Central de Reserva del Perú y ha participado en cursos de especialización en macroeconometría en el Fondo Monetario Internacional.

Actualmente, labora como especialista de proyecciones macroeconómicas en la Dirección General de Asuntos Económicos y Sociales del Ministerio de Economía y Finanzas.