



“UN MODELO SOBRE LA RECESIÓN DE HOJA DE BALANCE”

**Trabajo de Investigación presentado
para optar al Grado Académico de
Magíster en Economía**

Presentado por

Sr. Brian Cevallos Fujiy

Asesor: Profesora Rocío Gondo Mori

2015

Se agradece a Rocío Gondo por su asesoría, y a Diego Winkelried y Fernando Pérez por sus comentarios.

Resumen ejecutivo

El presente trabajo desarrolla un modelo de equilibrio general en torno a la teoría de la Recesión de Hoja de Balance (RHB) de Koo (2011). En este enfoque, una caída abrupta en el precio de los activos financieros del sector privado compromete la composición de sus hojas de balance pues sus activos se reducen, pero la deuda acumulada se mantiene. Esto genera que sea más probable que una firma se encuentre minimizando deuda que maximizando beneficios. Minimizar deuda genera un equilibrio subóptimo respecto al de maximizar beneficios, de manera que mientras mayor tiempo se encuentre comprometido el balance de la firma, la economía sufrirá una RHB por mayor tiempo. El modelo propuesto es el primero en formalizar el concepto de la RHB y es particularmente importante, debido a la posibilidad de que las economías avanzadas se encuentren inmersas actualmente en una RHB.

Índice de contenidos

Resumen ejecutivo.....	iv
Índice de gráficos.....	vi
Índice de anexos.....	vii
Introducción.....	viii
Capítulo I. Hechos estilizados	1
Capítulo II. Marco teórico.....	10
Capítulo III. El modelo	13
Capítulo IV. Resultados.....	14
1. Resultados analíticos.....	14
2. Simulaciones	22
Capítulo V. Contribuciones y limitaciones	24
Conclusiones	25
Bibliografía	26
Anexos	29

Índice de gráficos

Gráfico 1.	PIB real efectivo y potencial, Suecia (miles de millones de kronas, 2005=100)....	1
Gráfico 2.	PIB efectivo y potencial, Japón (miles de millones de yenes).....	2
Gráfico 3.	PIB real efectivo y potencial, Estados Unidos (millones de millones de dólares, 2009=100).....	3
Gráfico 4.	Precios de hogares, Suecia (2000=100).....	4
Gráfico 5.	Precios de tierras, Japón (2000=100).....	4
Gráfico 6.	Precio de hogares, Estados Unidos (2000=100).....	5
Gráfico 7.	FoF, Japón	6
Gráfico 8.	FoF, Estados Unidos.....	6
Gráfico 9.	<i>Lending attitude</i> del índice TANKAN, sector empresarial	7
Gráfico 10.	Principales factores que influyen sobre la oferta y demanda de créditos, Europa..	8
Gráfico 11.	PIB efectivo y potencial, Unión Europea (miles de millones de euros de 2010) ...	9
Gráfico 12.	FoF, Europa	9
Gráfico 13.	Caída de 30% en el precio de activos	23

Índice de anexos

Anexo 1.	Ecuaciones en estado estacionario.....	30
Anexo 2.	Valores de estado estacionario.....	30

Introducción

Es posible que durante la crisis financiera del 2008 (GFC, por sus siglas en inglés), los países avanzados hayan sufrido los efectos no solo de la crisis misma, sino también de una RHB, según lo planteado por Koo (2011). Sin embargo, esta teoría no tiene un modelo estilizado que contenga los mecanismos principales detrás de una RHB. En ese sentido, este trabajo propone un modelo de equilibrio general (en adelante “el modelo”), el cual genera una recesión después de una caída abrupta en el precio de los activos del sector privado.

En este enfoque, una caída abrupta en el precio de los activos financieros del sector privado compromete la composición de sus hojas de balance, pues sus activos se reducen, pero la deuda acumulada se mantiene. Esto genera que pasen de un proceso de maximización de beneficios a minimización de deuda. Si las firmas realizan esta acción conjuntamente, mediante una falacia de la composición se reduce la inversión, la demanda de fondos y, por tanto, la demanda agregada. En este modelo, el principal mecanismo de la recesión es el cambio en el proceso de optimización de las firmas, el cual se activa cuando sus hojas de balance se encuentran ahogadas. De esta manera, el modelo propuesto en este trabajo interpreta una recesión prolongada como la transición de la fase de maximización de beneficios a la de minimización de deuda.

En la segunda sección se revisan las crisis bancarias en Suecia a principio de la década de 1990, la crisis japonesa de 1991 y la GFC. Específicamente, se identifican patrones comunes en variables involucradas en la generación de una crisis financiera (brechas del producto, precio de activos financieros de largo plazo, flujos financieros y encuestas al sector privado). Algunos patrones en común se refieren a cómo la amplitud y duración de una recesión se relaciona con la velocidad con la que los precios de activos financieros caen, y a cómo el sector privado entra en un proceso de desapalancamiento durante una recesión.

La tercera sección describe la teoría de la RHB. Previamente se revisa brevemente las principales teorías acerca de crisis financieras (Minsky 1992, Fisher 1933 y Bernanke et al. 1998) y algunos modelos desarrollados a partir de la GFC que capturan ciertos aspectos de estas teorías. A pesar de que la RHB es un concepto diferente del de una crisis, este ejercicio es interesante para revisar similitudes y diferencias entre ambos.

En la cuarta sección se presentan los principales alcances y limitaciones del modelo propuesto

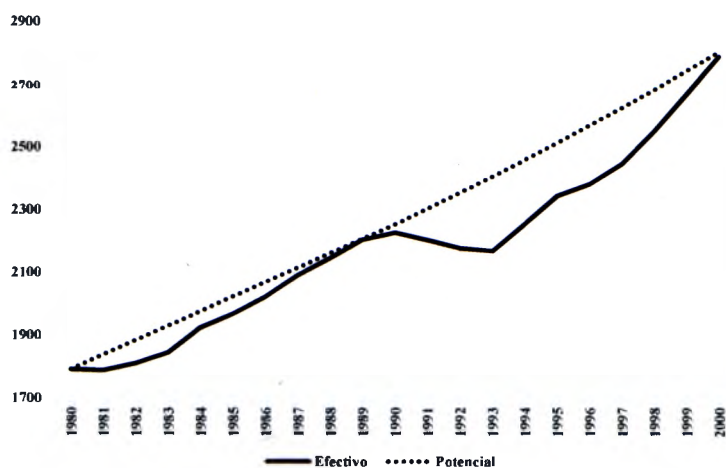
en la quinta sección. El modelo propuesto se formula de manera ecléctica, desarrollando cada fase del ciclo económico por separado y vinculándolas mediante una función indicadora que se activa cuando las hojas de balance de las firmas se encuentran ahogadas. En la sexta y séptima sección se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones.

Capítulo I. Hechos estilizados

¿Qué características en común han compartido las principales crisis financieras en la historia? Buttiglione et al. (2014) señala que en una crisis, la caída en el producto o en la tasa de crecimiento del producto es persistente y no temporal. Con ello se esquematizan tres posibles tipos de crisis. Esta separación podría no ser exacta o los ejemplos propuestos para cada tipo podrían no ser adecuados, pues algunas de estas aún se siguen desarrollando (por ejemplo, la GFC en Estados Unidos). Aun así, esta esquematización resulta útil para resaltar ciertos hechos estilizados.

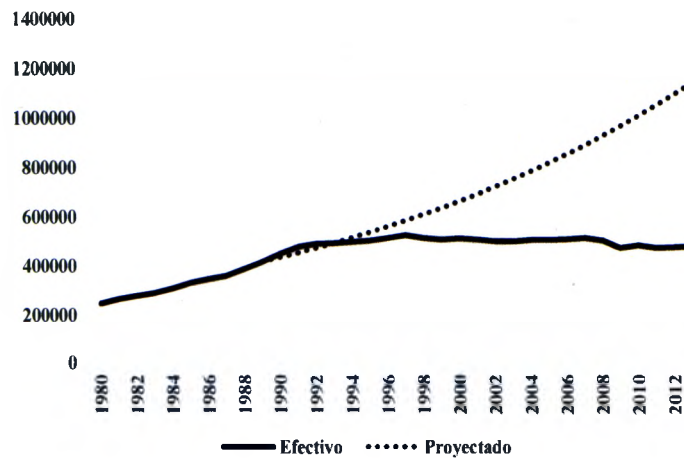
Siguiendo a Buttiglione et al. (2014), una *crisis tipo 1* se caracteriza por una caída permanente del producto (la crisis bancaria sueca en la década de 1990), mientras que una *crisis tipo 2* se caracteriza por una caída permanente de la tasa de crecimiento del producto (la crisis japonesa en la década de 1990). A pesar de que la crisis sueca se categoriza como una *crisis tipo 1*, Suecia eventualmente regresó a su tendencia de largo plazo (ver gráfico 1). Por otro lado, Japón presenta una desviación cuasi permanente de las perspectivas de largo plazo que se planteaban en Jong-Zalm (1992) (ver gráfico 2).

Gráfico 1. PIB real efectivo y potencial, Suecia (miles de millones de kronas, 2005=100)



Fuente: IMF, OECD

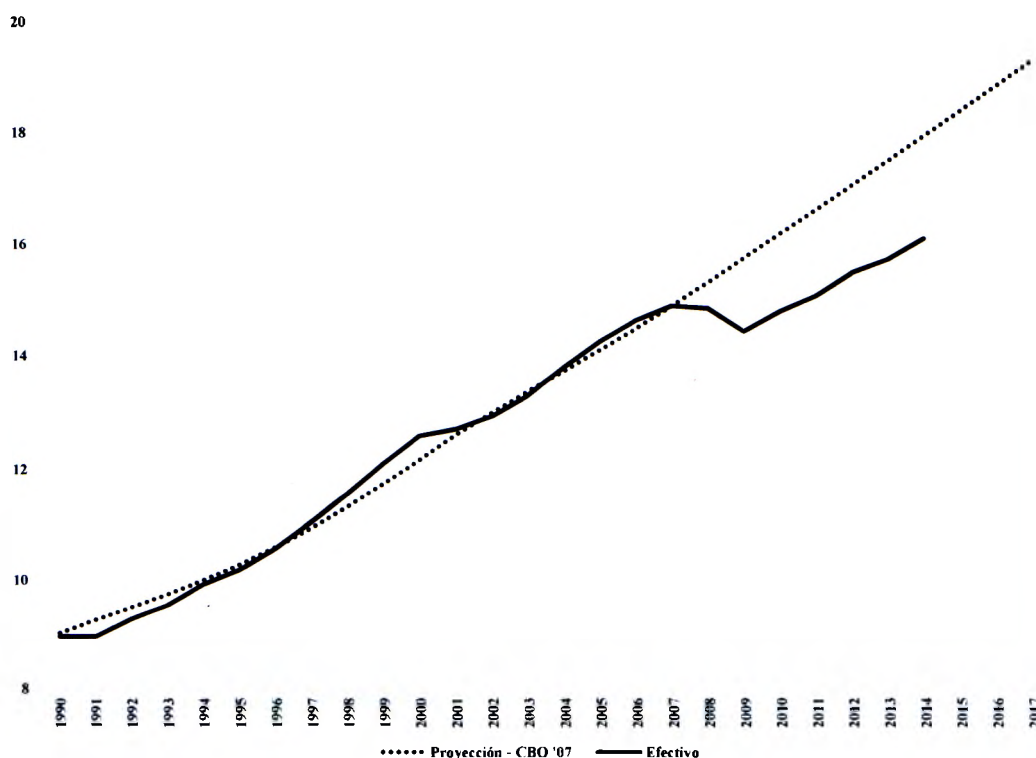
Gráfico 2. PIB efectivo y potencial, Japón (miles de millones de yenes)



Fuente: de Jong-Zalm (1992)

Consecuentemente, una *crisis tipo 3* se caracteriza por una caída persistente del producto y de la tasa de crecimiento del producto (caso representativo propuesto: GFC en Estados Unidos). Efectivamente, el PIB real de Estados Unidos muestra una divergencia ligeramente creciente respecto al PIB potencial proyectado por la *Congressional Budget Office* en el 2007 (ver gráfico 3). A pesar de que aún no se puede confirmar si Estados Unidos “es Japón o Suecia en la década de 1990”, provisionalmente sirve como ejemplo para ilustrar una combinación entre los dos tipos de crisis previamente mencionados.

Gráfico 3. PIB real efectivo y potencial, Estados Unidos (millones de millones de dólares, 2009=100)

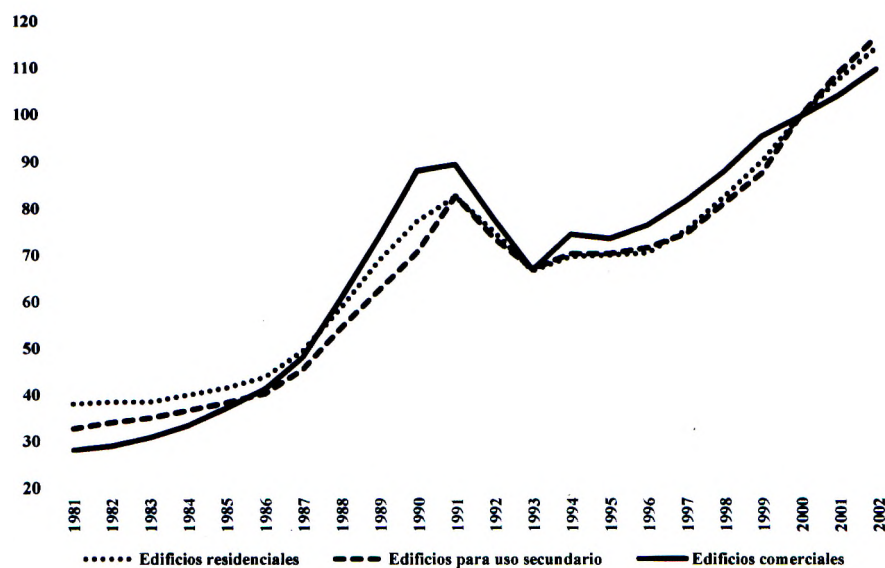


Fuente: Congressional Budget Office

¿Qué variables explican la amplitud y persistencia de estas caídas respecto a sus tendencias de largo plazo? Una candidata amplia y crecientemente aceptada en la literatura es el precio de activos financieros de largo plazo. Estos activos (inmuebles y/o tierras) han sido las principales inversiones con motivos especulativos en cada una de estas crisis. Mientras que en Suecia el índice del precio en bienes raíces en 1998 regresa a sus valores precrisis, en Japón el precio de las tierras¹ hasta hoy sigue descendiendo respecto a 1991 (ver gráficos 4 y 5). Con ello, parece existir una relación entre la duración y la profundidad de la caída en el precio de activos financieros de largo plazo con un período de recesión.

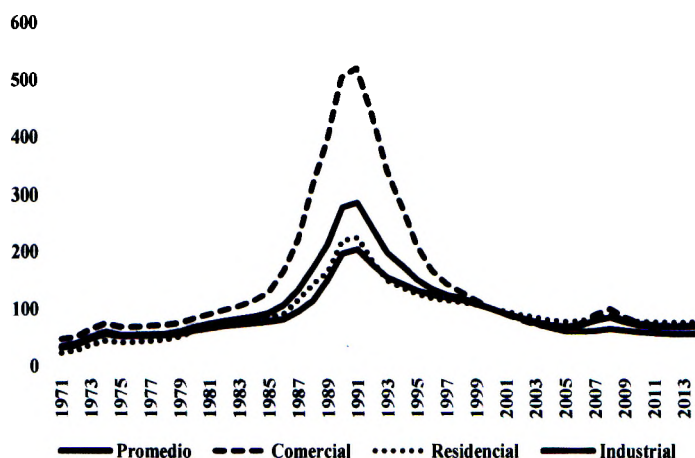
¹ Noguchi (1994) señala que, en Japón, el valor de la tierra es el principal determinante del precio de un inmueble.

Gráfico 4. Precios de hogares, Suecia (2000=100)



Fuente: Statistics Sweden

Gráfico 5. Precios de tierras, Japón (2000=100)

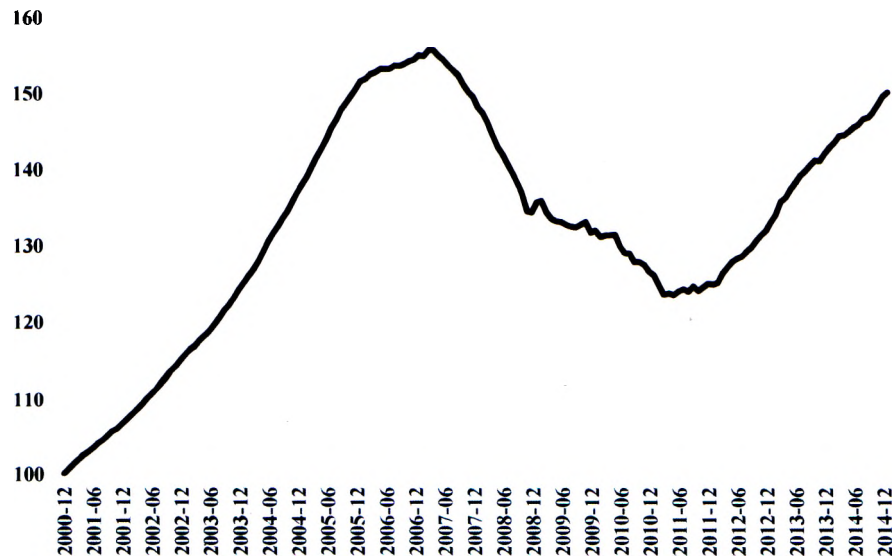


Fuente: Statistics Japan

¿Cómo han evolucionado los precios de las propiedades en Estados Unidos postcrisis 2008? El índice del precio de los hogares en enero del 2015 está alcanzando su nivel precrisis (ver gráfico 6). Según el gráfico 3, Estados Unidos se parece más a Japón en términos de su desviación respecto a su tendencia de largo plazo, pero la dinámica en el precio de los hogares ciertamente se asemeja más a Suecia. Las crisis financieras no solo se asocian con burbujas especulativas en este tipo de activo, sino en la acumulación de deuda privada para financiar las inversiones en estos activos. Con ello, el rol de la deuda se mantiene en el núcleo de las teorías de crisis

financieras, respecto a sus causas tanto como consecuencias.

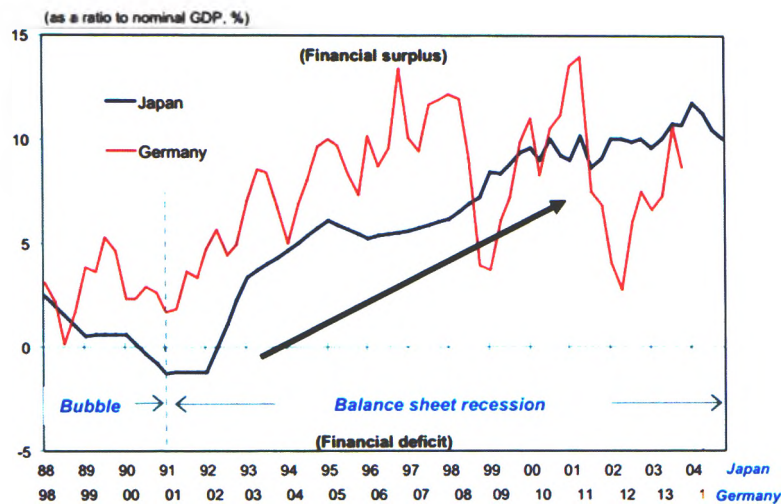
Gráfico 6. Precio de hogares, Estados Unidos (2000=100)



Fuente: Federal Housing Finance Agency

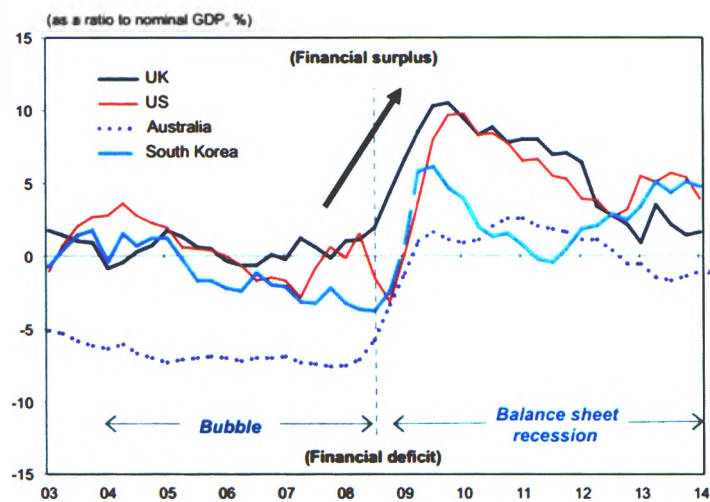
¿Cómo ha evolucionado la inversión y el endeudamiento en estas crisis? Evaluar los flujos de fondos en estas economías (FoF por sus siglas en inglés) respecto al PIB resulta útil en este caso. Un valor positivo de este ratio denota un excedente financiero, el cual se puede destinar a un mayor ahorro o repago de deuda. Un valor negativo de este ratio denota un déficit financiero, el cual implica un mayor endeudamiento. Mientras que el sector corporativo en Japón ha estado repagando deuda hasta el 2004, los hogares en Estados Unidos han entrado en un proceso similar hasta ahora (ver gráficos 7 y 8).

Gráfico 7. FoF, Japón



Fuente: CEPR, 2014

Gráfico 8. FoF, Estados Unidos



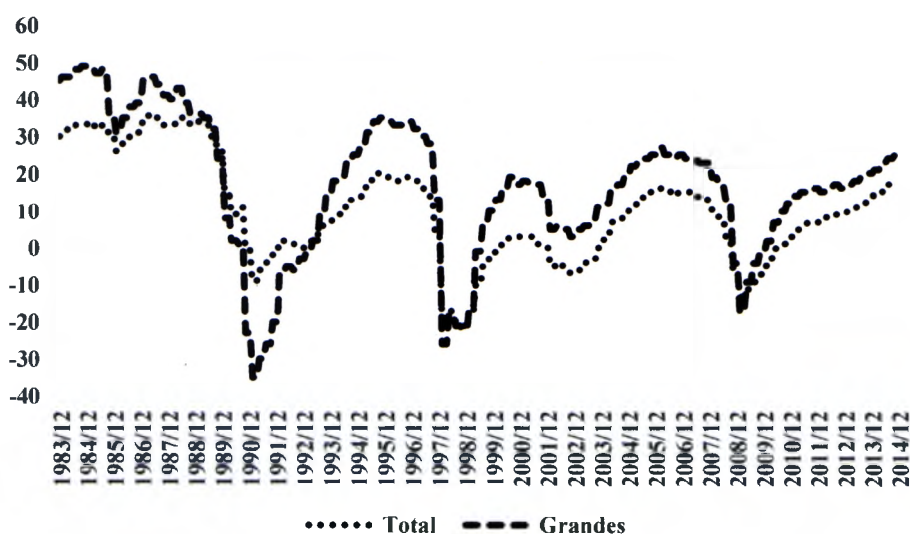
Fuente: CEPR, 2014

Esto brinda una **perspectiva** diferente acerca de las recesiones postcrisis. El mecanismo por el cual una crisis **transmite** su impacto a la economía es la reducción de la oferta de préstamos mediante un **ajuste a los estándares crediticios**. Sin embargo, “parece ser que la GFC fue solo una **manifestación de un problema** más amplio referido a la acumulación excesiva de deuda: una **recesión de hoja de balance**” (Krugman 2014). Mientras que en el primer caso la prociclicidad entre la **oferta de créditos** y el producto aumenta la probabilidad de una crisis financiera

(Minsky 1992), en el segundo caso una reducción en la demanda de créditos genera períodos prolongados de recesión. Mientras que el primero ha sido ampliamente desarrollado por la teoría económica, el segundo en menor profundidad.

¿El problema central en crisis pasadas fue una reducción en la oferta o demanda de créditos? El Banco de Japón publica trimestralmente el índice TANKAN, el cual mide la percepción acerca de la economía mediante una encuesta al sector privado. Un valor positivo del índice representa condiciones favorables para “hacer negocios”. Uno de los subíndices que definen el TANKAN es *Lending attitude*, en el cual se pregunta a la muestra de empresas acerca de la disposición de los bancos a ofrecer préstamos. Un valor positivo de este índice significa que los bancos sí han estado dispuestos a brindar créditos. Para toda la industria y para las grandes empresas, el índice ha tenido valor positivo en casi todo momento entre 1980 y 2014, excepto para algunos episodios de *credit crunch* registrados a principios y finales de la década de 1990 y el correspondiente a la última crisis (ver gráfico 9).

Gráfico 9. *Lending attitude* del índice TANKAN, sector empresarial

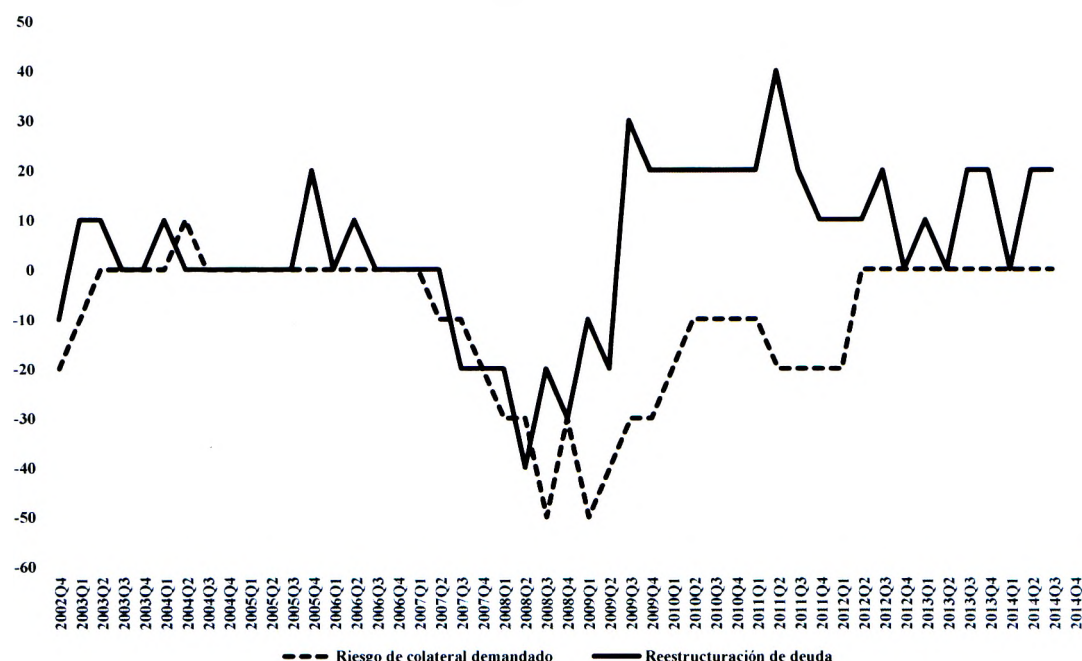


Fuente: Bank of Japan

En cuanto al impacto de la GFC en Europa, el Banco Central Europeo publica trimestralmente una encuesta realizada a los principales bancos de Europa: *Euro Area Bank Lending Survey*. Esta encuesta se basa en un cuestionario que los bancos responden acerca de sus estándares crediticios para otorgar préstamos a empresas y hogares, de las demandas de crédito por sector y finalmente los factores que consideran que están afectando a cada uno de estos (la demanda y la oferta). En el gráfico 10 se muestran algunos de los factores más importantes que afectan a la

oferta y demanda de créditos respectivamente: el riesgo del colateral demandado para que los bancos otorguen créditos y el proceso de reestructuración de deuda del sector empresarial.

Gráfico 10. Principales factores que influyen sobre la oferta y demanda de créditos, Europa



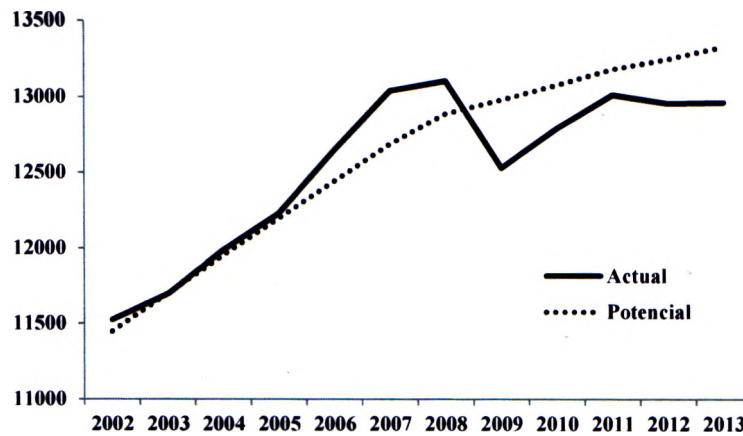
Fuente: Euro Lending Survey

Respecto a la primera variable, un valor del indicador menor que cero denota que, durante los últimos tres meses, el riesgo de colateral ha contribuido a un “apretón” en las condiciones crediticias de los bancos. Respecto a la segunda variable, un valor del indicador menor que cero denota que, durante los últimos tres meses, la reestructuración de la deuda del sector empresarial ha contribuido a una reducción en la demanda de fondos. Es posible observar que mientras que ambos indicadores contribuyeron a una reducción del apalancamiento después de la caída de *Lehman Brothers*, sus dinámicas han variado en el tiempo.

Por un lado, el riesgo de colateral dejó de contribuir a condiciones crediticias más severas a partir del segundo trimestre del 2012; mientras que la reestructuración de la deuda en el sector empresarial sigue importando en el incremento (aún tenue) de la demanda de crédito en Europa. Finalmente, los países miembros de la Unión Europea parecen seguir los patrones descritos anteriormente. Mientras que el PIB real se sigue desviando de su tendencia de largo plazo (ver

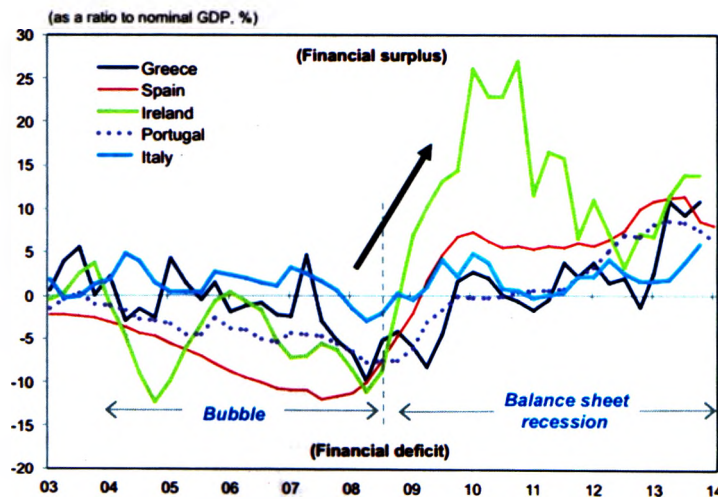
gráfico 11), a partir del 2008 el sector privado de diversos países del continente han entrado en un proceso de repago de deuda (ver gráfico 12).

Gráfico 11. PIB efectivo y potencial, Unión Europea (miles de millones de euros de 2010)



Fuente: WEO-IMF 2014, CEPR 2014

Gráfico 12. FoF, Europa



Fuente: WEO-IMF 2014, CEPR 2014

Capítulo II. Marco teórico

Dado que en el presente trabajo se presenta un modelo basado en la RHB, es un buen ejercicio ubicarse en el espectro de teorías de crisis financieras. En Minsky (1992), los periodos extensos de estabilidad económica son los generadores de inestabilidad del sistema financiero. Esto se debe a que en periodos de estabilidad, la euforia en el mercado genera una burbuja especulativa respaldada en deuda volviendo al sistema financiero más frágil. De esta manera, la transición entre estabilidad e inestabilidad en el sistema financiero determina el ciclo económico y las crisis financieras surgen de manera endógena, no debido a choques exógenos.

Fisher (1933) estudia el mecanismo que mantiene a una economía en recesión por periodos extensos, dado que una crisis ya inició. Con el motivo de repagar la deuda acumulada durante el periodo precrisis, el sector privado realiza *distress selling* de sus activos, lo cual genera deflación. Si los precios caen lo suficientemente rápido, el repago de la deuda puede generar un mayor valor real de la deuda. Es decir, la deflación es el principal mecanismo por el cual una economía entra en una espiral deflacionaria en la cual se puede quedar estancada.

Bernanke et al. (1998) interpreta una crisis financiera como una desviación amplia y persistente de la economía respecto a su estado estacionario. Esta desviación se inicia por un choque exógeno, el cual es amplificado por el “acelerador financiero”. En este mecanismo de amplificación, la caída del precio de activos financieros de largo plazo degrada el valor del colateral necesario para que el sector privado pueda endeudarse. Con ello, se reduce la inversión y la demanda agregada, lo cual reduce aun más el precio de los activos del sector privado, generando un *feedback loop*.

A partir de la GFC se han desarrollado modelos que incorporan ciertos aspectos de las teorías previamente mencionadas. Mientras que Minsky (1992) y Fisher (1933) no formularon modelos matemáticos, el “acelerador financiero” es la principal fricción financiera en modelos que tratan de simular la GFC. De acuerdo con Eggertsson-Krugman (2010), una caída al límite de endeudamiento del sector privado genera una espiral deflacionaria, debido al repago de deuda generado por **este choque exógeno**. Por otro lado, Keen (2011) propone una metodología alternativa basada en Godley (1997, 1999) para modelar los postulados en Minsky (1992). El principal aporte en este caso es la introducción de la dinámica de la deuda privada como causante de **un desequilibrio en la economía**. Otro enfoque es el de Von Peter (2010, 2012), el cual presenta **un modelo de generaciones traslapadas** basado en las tres teorías previamente

mencionadas. La ventaja metodológica en este caso es la de poder evaluar la estabilidad de los diferentes equilibrios que pueden surgir en el modelo sin la necesidad de “linealizar” el modelo.

Si bien los modelos desarrollados brindan diversos *insights* acerca de las causas y consecuencias de una crisis financiera, resulta válido considerar la posibilidad de que una “[...] 'crisis' no es simplemente un particular 'estado negativo' del mundo. Una crisis es fundamentalmente diferente, un régimen diferente” (Gorton 2012). El modelo presentado en este documento se basa en la RHB según Koo (2011). La RHB “es un nuevo concepto en el sentido que, a diferencia de la teoría macroeconómica neoclásica, la cual asume que el sector privado corporativo se encuentra siempre maximizando beneficios, asume que estas minimizan deuda como respuesta al daño a sus hojas de balance” (Koo 2011). El período de formación de una burbuja financiera se caracteriza por un período de relativa tranquilidad en la economía y, por tanto, el crecimiento de una burbuja respaldada en deuda. La burbuja implosiona y los activos financieros sufren una caída abrupta en sus precios; mientras que la deuda adquirida para financiar esos activos mantiene su valor. Si la caída es lo suficientemente pronunciada, el patrimonio de las firmas se vuelve negativo². Esta recomposición del balance general del sector privado genera el cambio de prioridades de maximizar beneficios a minimizar deuda.

Si el sector privado realiza conjuntamente este cambio del proceso de optimización, se genera una “falacia de la composición”, donde la economía termina en un estado subóptimo respecto al proceso de optimización anterior. Como el sector privado ya no se quiere endeudar, se reduce la inversión y, por tanto, la demanda agregada. La economía se mantiene en este estado recesivo mientras su balances se mantengan bajo el agua. Más aun, el sector privado puede desarrollar una aversión a adquirir deuda incluso después de tener hojas de balances fuera del agua, lo cual puede hacer durar aun más la recesión. Una vez terminada la recesión, se ingresa en la formación de una nueva burbuja financiera y se repite el ciclo. En este sentido, la RHB se postula como parte del ciclo económico.

“Si tratamos a la burbuja como punto de partida, las subfases del ciclo económico son las siguientes:

1. El banco central **explota** la burbuja financiera mediante un ajuste de la política monetaria. Algunas burbujas podrían explotar endógenamente.
2. La caída **abrupta** de los precios de los activos financieros deja a las firmas con sus hojas de **balance repletas de** deuda y las fuerzan a pasar de maximización de beneficios a

² A un **balance con patrimonio** negativo también se le denomina “Bajo el agua” o *underwater*.

minimización de deuda. La economía cae en una RHB.

3. Las firmas repagan sus deudas y se reduce la demanda por fondos del sector privado, la política monetaria pierde su efectividad de manera que el gobierno se respalda en política fiscal para impulsar la demanda agregada.
4. Eventualmente, las firmas terminan de pagar sus deudas, llevando la RHB a su fin. Sin embargo, estas aún se encontrarían adversas a adquirir nueva deuda mientras los hogares siguen manteniendo ahorros. Esta combinación mantiene las tasas de interés bajas. La economía, por otro lado, empieza a mejorar a medida que las firmas empiezan a invertir los beneficios que estaban destinados al repago de la deuda.
5. La aversión del sector corporativo a pedir préstamos gradualmente desaparece y las firmas adoptan una actitud más positiva respecto a la demanda de crédito.
6. La demanda por fondos del sector privado se recupera y la política monetaria recupera su efectividad. Mientras tanto, el déficit fiscal empieza a tener un efecto *crowding-out* hacia la inversión privada.
7. La postura política respecto a un Estado más pequeño vuelve a ser atractiva, se implementan reformas fiscales y la política monetaria reemplaza a la política fiscal en el rol de principal instrumento económico.
8. Con la economía en un estado saludable, el sector privado obtiene mayor confianza.
9. La euforia del sector privado empieza el surgimiento de una nueva burbuja.

De esta manera regresamos al principio del ciclo” (Koo 2011: 159). En comparación con las teorías previamente mencionadas, este encuentra un cierto grado de paralelismo con lo propuesto en Minsky (1992), pues perciben los períodos extensos de recesión como partes constituyentes del ciclo económico. En contraste con Fisher (1933), para quien la deflación es el mecanismo por el cual se entra en una espiral, en la RHB la deflación es una consecuencia. Finalmente, mientras que en Bernanke et al. (1998) la caída del precio de los activos ajusta las condiciones crediticias mediante la degradación del colateral del prestatario, en la RHB el sector privado decide voluntariamente reducir su demanda de créditos, debido a que su hoja de balance ha sido comprometida.

Capítulo III. El modelo

El modelo es dinámico y de equilibrio general, conformado por un hogar y una firma representativa. El hogar obtiene unidades de utilidad por el consumo de bienes producidos por la firma y ocio. También, el hogar es ricardiano, de manera que enfrenta una restricción presupuestaria en cada momento del tiempo y cada unidad de tiempo se distribuye entre trabajo y ocio. El hogar trabaja para la firma y puede hacer depósitos.

La principal contribución metodológica del modelo se encuentra por el lado de la firma. Primero, se desarrollan dos procesos de optimización de manera independiente, cada uno correspondiente a cada fase del ciclo económico. En el primero, la firma maximiza beneficios (estándar en la literatura), mientras que en el otro minimiza deuda (RHB). La diferencia principal entre ambas fases emerge por el lado de la demanda de capital. Específicamente, la productividad marginal del capital en la fase de minimización de deuda es mayor que en la de maximización de beneficios.

Ahora, con el objetivo de generalizar el problema, se considera una probabilidad de que la firma se encuentre en una fase u otra. Esta probabilidad se encuentra en función de la composición de la hoja de balance de la firma. Específicamente, mientras más por debajo se encuentre el patrimonio de la firma respecto a su valor de estado estacionario, es más probable que esta se encuentre minimizando deuda. De manera contraria, mientras más por encima se encuentre, es menos probable que esta minimice deuda. Finalmente, se considera una caída abrupta de 30% en el precio de los activos, siguiendo el ejercicio realizado en Thwaites (2014).

Capítulo IV. Resultados

El modelo es de equilibrio general dinámico. La economía se conforma por un hogar y una firma representativa. Inicialmente, se desarrollan dos modelos por separado: en el primero las firmas maximizan beneficios, en el segundo minimizan deuda. Este enfoque permite evaluar el grado de caída suficiente en el precio de los activos para generar una RHB. Asimismo, permite diferenciar el grado de presencia de RHB en función de la dinámica de este precio. Por ejemplo, en la crisis japonesa se presenta una caída cuasi permanente en esta variable; mientras que durante la crisis bancaria en Suecia los precios se mantuvieron debajo de su pico por siete años aproximadamente.

1. Resultados analíticos

El hogar representativo es ricardiano, de manera que enfrenta una restricción presupuestaria intertemporal en cada momento del tiempo como en Galí et al. (2007). Este hogar tiene acceso al sistema financiero, de manera que puede realizar depósitos. Se considera una función de utilidad cóncava para las variables de consumo (C_t) y ocio (l_t), donde el parámetro θ pondera el grado relativo de preferencia de una variable frente a la otra:

$$U_{(C_t, l_t)} = \theta \ln(C_t) + (1 - \theta) \ln(l_t) \quad (1)$$

El hogar representativo trabaja para la firma representativa, donde recibe w_t u.m. por unidad de tiempo y trabaja h_t unidades de tiempo. Al poder realizar depósitos, el hogar representativo recibe de vuelta el depósito realizado más el pago de intereses $((1 + i_{t-1})S_{t-1})$, y es dueño de partes de las acciones de la empresa representativa, de manera que recibe pago de dividendos (Div_t). Respecto a los gastos, el hogar consume los bienes que produce la empresa a precio P_t y realiza nuevos depósitos (S_t):

$$w_t h_t + (1 + i_{t-1})S_{t-1} + Div_t = P_t C_t + S_t \quad (2)$$

Además, el hogar representativo enfrenta una restricción temporal, en la cual distribuye su unidad de tiempo entre trabajar y consumir ocio:

$$l_t + h_t = 1 \quad (3)$$

Para el problema de optimización de los hogares, maximice (1) sujeto a (2) y (3):

$$\max_{\{C_t, h_t, S_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\theta \ln(C_t) + (1 - \theta) \ln(l_t)]$$

s.a.

$$w_t h_t + (1 + i_{t-1}) S_{t-1} + Div_t = P_t C_t + S_t$$

$$l_t + h_t = 1$$

De acuerdo con lo anterior, se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$[C_t] \quad \frac{\theta}{C_t} - P_t \lambda_t = 0 \quad (4)$$

$$[h_t] \quad -\frac{1 - \theta}{1 - h_t} + \lambda_t w_t = 0 \quad (5)$$

$$[S_t] \quad -\lambda_t + \beta(1 + i_t) \lambda_{t+1} = 0 \quad (6)$$

De (4) y (5) se obtiene la oferta de trabajo:

$$\frac{w_t}{P_t} = \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{C_t}{1 - h_t} \quad (7)$$

De (4) y (6) se obtiene la ecuación de Euler del consumo:

$$1 = \beta E_t \left[\left(\frac{C_t}{C_{t+1}} \right) \left(\frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \right) \right] \quad (8)$$

Donde $\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$ es la tasa de inflación.

La firma representativa genera un ingreso neto en cada momento del tiempo IN_t . En cada momento del tiempo, el ingreso neto se divide en utilidades retenidas Ret_t y pago de dividendos Div_t al hogar representativo:

$$IN_t = Ret_t + Div_t \quad (9)$$

Nótese además, que (9) no contiene las utilidades retenidas del período pasado. Esto se debe a que en cada período estas se reparten entre el repago de la deuda acumulada y reinversión, las cuales se detallan más adelante. Se asume que la firma reparte una proporción fija η del ingreso neto al pago de dividendos y una proporción fija $1 - \eta$ a utilidades retenidas, de manera que se satisface (9):

$$\frac{Div_t}{IN_t} = \eta \quad (10)$$

$$\frac{Ret_t}{IN_t} = 1 - \eta \quad (11)$$

Como se mencionó anteriormente, las utilidades retenidas se reparten entre reinversión en capital físico y repago de deuda acumulada. Considere una porción fija ϕ destinada al repago de deuda y $1 - \phi$ a reinversión. Con lo anterior, considere la ecuación de fondeo de la inversión de la firma:

$$e^{qt}I_t = L_t + (1 - \phi)Ret_t \quad (12)$$

Donde e^{qt+1} es el precio del capital del siguiente período, I_t es la inversión en capital y L_t es el crédito obtenido por la firma en el período presente. También, se considera la ecuación de movimiento de la deuda:

$$D_{t+1} = D_t + L_t - \phi Ret_t \quad (13)$$

Donde D_{t+1} es la deuda acumulada al final del período. Se observa que mientras L_t es la variable de flujo, D_{t+1} es la variable de *stock*. Habiendo considerado las ecuaciones previas, se formula la ecuación de ingreso neto de la firma:

$$IN_t = P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t \quad (14)$$

Donde se asume una función de producción *Cobb-Douglas*³, A_t es la productividad total de factores, K_t es capital físico, h_t es la fuerza de trabajo y δ es la tasa de depreciación del capital. De esta manera, el ingreso neto se compone por los ingresos operativos menos el pago de

³ Se asume rendimientos marginales decrecientes a escala: $\alpha + \gamma < 1$, de manera que se asegure la estabilidad del modelo en términos del repago de la deuda, generando beneficios positivos de largo plazo.

impuestos, salarios, depreciación e intereses. Consecuentemente, el capital físico posee la siguiente ecuación de movimiento:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (15)$$

La firma representativa debe satisfacer en todo momento su balance general:

$$e^{q_t} K_t = D_t + N_t \quad (16)$$

Donde $e^{q_t} K_t$ corresponde a los activos, D_t corresponde a los pasivos y N_t es el patrimonio neto. Es importante notar que el patrimonio neto de la firma se obtiene de manera residual, dado que el capital y la deuda poseen sus respectivas ecuaciones de movimiento señaladas en (15) y (13). Esto tiene implicancias importantes para el desarrollo del problema de la firma representativa, pues de esta manera el patrimonio neto puede tomar valores positivos o negativos, en concordancia con el concepto de *underwater balance sheet*.

Finalmente, se procura simular una caída abrupta del precio de los activos. Con ese motivo, $\{A_t, p_t\}$ se consideran exógenas y q_t sigue el siguiente proceso autorregresivo:

$$q_t = \rho q_{t-1} + \epsilon_t \quad (17)$$

Con $|\rho| < 1$ y $\epsilon_t \sim i.i.d.$ y $E(q_t) = 0$. Es decir, (17) denota que el valor esperado del precio de los activos sigue un proceso estocástico centrado en 1. Para denotar la persistencia de una caída abrupta del precio de los activos, se busca un valor de ρ muy cercano a 1.

Durante la fase de maximización de beneficios, la firma representativa maximiza (14) sujeto a (16):

$$\begin{aligned} \max_{\{K_t, h_t\}} IN_t &= P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t \\ &s.a. \\ e^{q_t} K_t &= D_t + N_t \end{aligned}$$

De acuerdo con el problema de optimización planteado, se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$[K_t] PMgK_t^{MaxProfit} = \alpha \frac{\dot{Y}_t}{K_t} = \frac{\delta + e^{q_t} i_t}{P_t} \quad (18)$$

$$[h_t] PMgh_t^{MaxProfit} = \gamma \frac{Y_t}{h_t} = \frac{w_t}{P_t} \quad (19)$$

Donde (18) es la demanda de capital en la fase maximización de beneficios y (19) es la demanda de trabajo.

Durante la fase de minimización de deuda, la firma representativa minimiza (13) sujeto a (16). Sin embargo, primero se realizan manipulaciones a (13) con ecuaciones previamente señaladas. De (12) y (13):

$$\begin{aligned} D_{t+1} &= D_t + L_t - \phi Ret_t \\ D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} I_t - (1 - \phi) Ret_t - \phi Ret_t \\ D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} I_t - Ret_t \end{aligned} \quad (20)$$

De (20) y (11):

$$\begin{aligned} D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} I_t - Ret_t \\ D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} I_t - (1 - \eta) IN_t \end{aligned} \quad (21)$$

De (21) y (14):

$$D_{t+1} = D_t + e^{q_t} I_t - (1 - \eta) [P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t] \quad (22)$$

Finalmente, de (22) y (15):

$$\begin{aligned} D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} [K_{t+1} - (1 - \delta) K_t] \\ &\quad - (1 - \eta) [P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t] \end{aligned} \quad (23)$$

De acuerdo con lo anterior, se minimiza (22) sujeto a (16):

$$\begin{aligned} \min_{\{K_t, h_t\}} D_{t+1} &= D_t + e^{q_t} [K_{t+1} - (1 - \delta)K_t] \\ &\quad - (1 - \eta) [P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t] \\ &\quad s.a. \\ e^{q_t} K_t &= D_t + N_t \end{aligned}$$

De acuerdo con el problema de optimización planteado, se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$[K_t] \quad PMgK_t^{MinDebt} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} = \frac{\delta e^{q_t}}{P_t(1 - \eta)} + \frac{\delta + e^{q_t} i_t}{P_t} \quad (24)$$

$$[h_t] \quad PMgh_t^{MinDebt} = \gamma \frac{Y_t}{h_t} = \frac{w_t}{P_t} \quad (25)$$

Donde (24) es la demanda de capital en la fase de minimización de deuda y (25) es igual que (19). A partir de (24) y (18) se observa que se genera una brecha en la productividad marginal del capital causada por el cambio en la función objetivo de la firma. Específicamente, la productividad marginal del capital en la fase de minimización de deuda es mayor que en la de maximización de beneficios:

$$PMgK_t^{MinDebt} = PMgK_t^{MaxProfit} + \frac{\delta e^{q_t}}{P_t(1 - \eta)} > PMgK_t^{MaxProfit}$$

Finalmente, se observa que (24) es similar al resultado del proceso de optimización en Bernanke et al (1998). La diferencia radica en que mientras en su caso las firmas maximizan su patrimonio neto con el objetivo de aumentar el valor del colateral con el que pueden contar para solicitar un préstamo, en este modelo las firmas minimizan deuda debido a que su balance se encuentra comprometido y toma en cuenta la dinámica de la deuda de largo plazo.

Optimización considerando ambas fases del ciclo económico. Para esto se toma en cuenta el siguiente proceso de optimización de la firma representativa:

$$\max_{\{K_t, h_t\}} (\mu) IN_t - (1 - \mu) D_{t+1}$$

s.a.

$$e^{q_t} K_t = D_t + N_t$$

Donde μ es la probabilidad de que la economía se encuentre en la fase de maximización de beneficios y $1 - \mu$ es la probabilidad de que se encuentre minimizando deuda. Siguiendo el planteamiento de las subsecciones anteriores, se realiza el siguiente proceso de optimización:

$$\max_{\{K_t, h_t\}} (\mu) [P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t]$$

$$- (1 - \mu) [D_t + e^{q_t} [K_{t+1} - (1 - \delta) K_t]]$$

$$- (1 - \eta) [P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t]$$

s.a.

$$e^{q_t} K_t = D_t + N_t$$

De acuerdo con el problema de optimización planteado, se obtienen las siguientes condiciones de primer orden:

$$[K_t] \quad PMgK_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} = \frac{\delta + e^{q_t} i_t}{P_t} + \left(\frac{1 - \mu}{1 - \eta(1 - \mu)} \right) \left(\frac{\delta e^{q_t}}{P_t} \right) \quad (26)$$

$$[h_t] \quad PMgh_t = \gamma \frac{Y_t}{h_t} = \frac{w_t}{P_t} \quad (27)$$

Se observa que (26) es igual a (18) si $\mu = 1$ e igual a (24) si $\mu = 0$. Adicionalmente, (27) es igual a (19) y (25).

Probabilidad de maximizar beneficios (o minimizar deuda). Según lo planteado en Koo (2011), la **composición de hoja de balance** del sector privado determina si este se encuentra maximizando **beneficios** o minimizando deuda. Específicamente, la firma representativa **minimiza deuda si su patrimonio** neto se vuelve negativo. En el contexto de este modelo, es más

probable que la firma decida minimizar deuda si su patrimonio se encuentra por debajo de su valor de estado estacionario. Siguiendo a Li (2014), se considera la siguiente función suavizada:

$$\mu = \frac{1}{1 + \exp(-\psi \tilde{N}_{t-1})}, \psi > 0 \quad (28)$$

Donde ψ es un parámetro de suavizamiento y $\tilde{N}_{t-1} = \frac{N_{t-1} - N^*}{N^*}$ es la desviación porcentual del patrimonio neto respecto a su valor de estado estacionario. Se observa que según este planteamiento, μ se encuentra acotada entre 0 y 1. También, mientras más positiva sea la desviación del patrimonio respecto a su valor de estado estacionario, μ estaría más cerca de 1 (es decir, es más probable que la firma maximice beneficios). Por el contrario, mientras más negativa sea la desviación, μ estaría más cerca de 0 (es decir, es más probable que la firma minimice deuda). Por simplificación, la probabilidad de encontrarse en cada fase depende de la composición de la hoja de balance del período anterior. De (26) y (28):

$$[K_t] PMgK_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} = \frac{\delta + e^{q_t} i_t}{P_t} + \left(\frac{1}{1 + \exp(\psi \tilde{N}_{t-1}) - \eta} \right) \left(\frac{\delta e^{q_t}}{P_t} \right) \quad (29)$$

Las ecuaciones del modelo son las siguientes:

[Ecuación de Euler del consumo]

$$1 = \beta E_t \left[\left(\frac{C_t}{C_{t+1}} \right) \left(\frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \right) \right]$$

[Oferta de trabajo]

$$\frac{w_t}{P_t} = \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{C_t}{1 - h_t}$$

[Demanda de capital]

$$\alpha \frac{Y_t}{K_t} = \frac{\delta + e^{q_t} i_t}{P_t} + \left(\frac{1}{1 + \exp(\psi \tilde{N}_{t-1}) - \eta} \right) \left(\frac{\delta e^{q_t}}{P_t} \right)$$

[Demanda de trabajo]

$$\gamma \frac{Y_t}{h_t} = \frac{w_t}{P_t}$$

[Hoja de balance]

$$e^{q_t} K_t = D_t + N_t$$

[Ecuación de movimiento del capital]

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

[Ecuación de movimiento de la deuda]

$$D_{t+1} = D_t + L_t - \phi(1 - \eta)[P_t Y_t - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t]$$

[Fondeo de la inversión]

$$e^{q_t} I_t = L_t + (1 - \phi)(1 - \eta)[P_t Y_t - w_t h_t - \delta K_t - i_t D_t]$$

[Función de producción]

$$Y_t = P_t A_t K_t^\alpha h_t^\gamma$$

[Demanda Agregada]

$$Y_t = C_t + I_t$$

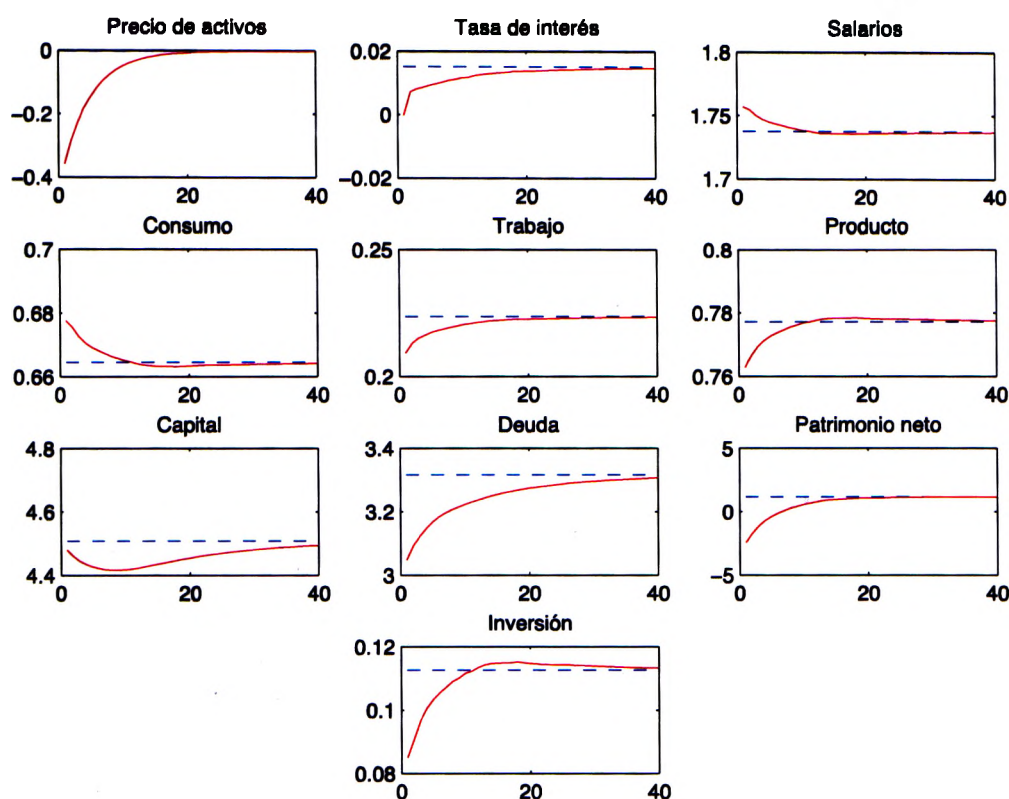
[Precio de activos ión]1]

$$q_t = \rho q_{t-1} + \epsilon_t$$

2. Simulaciones

Para la calibración de parámetros se consideró $\theta = 0,33$ (proporción tiempo dedicada a actividades de mercado, Prescott 1986), $\beta = 0,985$ (valor estándar correspondiente a una tasa de descuento subjetiva anual de 4%), $\eta = 0,5$ (*ad-hoc*), $\delta = 0,025$ (valor estándar correspondiente a una depreciación anual de 10%), $\alpha = 0,33$ (proporción aproximada del capital de una economía respecto a la producción nacional), $\gamma = 0,5$ (congruente con rendimientos decrecientes a escala), $\phi = 0,5$ (*ad-hoc*), $\rho = 0,8$ (un valor cercano a 1, de manera que se refleje la persistencia de una caída en el precio de los activos) y $\psi = 0,2$ (valor calibrado de manera que el modelo responda apropiadamente a la composición de la hoja de balance de la firma). Finalmente, se consideró una caída de 30% en el precio de los activos como en Thwaites (2014).

Gráfico 13. Caída de 30% en el precio de activos



Fuente: Elaboración propia

En cada uno de los paneles, la línea roja representa la función impulso-respuesta de la respectiva variable, y la línea azul representa el valor de estado estacionario de la misma. Las funciones impulso-respuesta se generan a partir de una caída del 30% en el precio de activos. Esta caída resulta congruente con una caída de la tasa de interés, trabajo, producto, capital e inversión por debajo de sus valores de estado estacionario. Por ejemplo, el producto se desvía negativamente respecto a su valor de largo plazo por nueve años.

Se observa también que el capital se desvía de manera creciente durante los primeros nueve años de la simulación, lo cual se refleja de la composición del balance de la firma sobre la probabilidad de encontrarse en la fase de minimización de deuda. Además, la caída en el precio de los activos es congruente con una desviación negativa de la deuda respecto a su estado estacionario y un patrimonio negativo durante los primeros cinco años de la simulación. Finalmente, surgen ciertos resultados que no se encuentren acordes con la data de crisis pasadas: el consumo y el salario aumentan tras el choque inicial. Esto surge debido a que, con el objetivo de **ganar simplicidad** en la formulación del modelo, se pierde cierto grado de poder predictivo.

Capítulo V. Contribuciones y limitaciones

El desarrollo del modelo presentado tiene dos alcances importantes. El primero se refiere a la formalización de la RHB en un modelo simple que se acomoda a lo postulado por Koo (2011) en un enfoque más ecléctico respecto al conjunto de modelos de equilibrio general. El principal aporte del modelo propuesto es la interpretación de una RHB como un cambio de régimen mediante un viraje en el proceso de optimización de las firmas.

El segundo, también referido a la recesión en países desarrollados, se basa en la posibilidad de que estos países estén sufriendo de “estancamiento secular” (Hansen 1939). No solo esta hipótesis podría explicar el débil crecimiento de Japón en los últimos veinte años, sino que también “es posible que una significativa parte del estancamiento en el que se encuentra el mundo se deba a una RHB, la cual por definición toma un largo tiempo de superar por razones políticas y económicas”. (CEPR 2014: 131).

Las principales limitaciones del modelo son: (i) no incorpora un sector bancario, de manera que no existe una dinámica endógena en el precio de los activos, y (ii) no se desarrolla un mecanismo por el cual una economía transita cíclicamente entre una fase y otra como en Minsky (1992). En este sentido, la formulación del modelo genera la existencia de un solo estado estacionario, el cual se encuentra caracterizado por una “superposición” de la firma representativa: existe una probabilidad de que se encuentre en una fase y una probabilidad complementaria de que se encuentre en la otra.

Conclusiones

Es posible que ahora, y durante la recesión japonesa entre 1991 y 2004, los países avanzadas hayan experimentado una RHB. En este sentido, el presente trabajo reconcilia ciertos argumentos en Koo (2011) en un modelo simple de equilibrio general. Respecto a los resultados analíticos, el modelo propuesto caracteriza a una RHB como un aumento de la probabilidad de que la firma se encuentre minimizando deuda, condicional a que su hoja de balance ha recibido el choque de una caída abrupta en el precio de sus activos. Si la caída es lo suficientemente grande, la productividad marginal del capital aumenta, de manera que se reduce el nivel de deuda, la inversión y, por tanto, el producto.

Finalmente, como se mencionó en la sección anterior, una limitación del modelo es que no puede generar transiciones cíclicas entre cada una de las fases del ciclo económico. Esto sucede debido a que los conceptos utilizados se encuentran inmersos en un contexto de equilibrio general. Sin embargo, este documento abre la posibilidad de probar la efectividad de políticas monetarias o fiscales sobre el modelo mismo o incorporar estos conceptos en otros esquemas teóricos como *Markov Switching* o *Agent-Based Models*.

Bibliografía

Abramovitz, Milton y Stegun, Irene (1972). "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables". *Dover*.

Bernanke, Ben (1983). "Non-monetary Effects of the Financial Crisis in the Propagation of the Great Depression". *NBER Working Papers*.

Bernanke, Ben; Gertler, Mark y Gilchrist, Simon (1998). "The financial accelerator in a quantitative business cycle framework". *NBER Working Papers*.

Buttiglione, Luigi; Lane, Philip; Reichlin, Lucrezia y Reinhart, Vincent (2014). "Deleveraging? What Deleveraging?". *Geneva Reports on the World Economy*.

CEPR (2014). "Secular Stagnation: Facts, causes and cures". *CEPR Press*.

De Jong, André y Zalm, Gerrit (1992). "Scanning the Future: A Long-term Scenario Study of the World Economy 1990-2015". *Long-Term Prospects for the World Economy*, OECD París.

Del Negro, Marco; Giannoni, Marc y Schorfheide, Frank (2014). "Inflation in the Great Recession and New Keynesian Models". *Federal Reserve Bank of New York*.

Eggertsson, Gaudi y Krugman, Paul (2010). "Debt, deleveraging, and the Liquidity Trap: A Fisher-Minsky-Koo approach". *Society for Economic Dynamics*.

Fisher, Irving (1933). "The Debt-Deflation Theory of Great Depressions". *Econometrica*.

Galí, Jordi; Vallés, Javier y López-Salido, David (2007). "Understanding the effects of government spending on consumption". *Journal of the European Economic Association*.

Godley, Wynne (1997). "Macroeconomics Without Equilibrium or Disequilibrium". *The Jerome Levy Economics Institute Working Papers*.

Godley, Wynne (1998). "Money and Credit in a Keynesian Model of Income Determination". *The Jerome Levy Economics Institute Working Papers*.

Gorton, Gary (2012). "Some Reflections on the Recent Financial Crisis". *NBER Working Papers*.

Hansen, Alvin (1939). "Economic progress and declining population growth". *American Economic Review*.

Keen, Steve (2011). "A Monetary Minsky model of the Great Moderation and the Great Recession". *Journal of Economic Behavior and Organization*.

Keynes, John Maynard (1936). "The General Theory of Employment, Interest and Money". *Macmillan Cambridge University Press*.

Koo, Richard (2011). "The Holy Grail of Macroeconomics: Lessons from Japan's Great Recession". *John Wiley and Sons (Asia)*.

Krugman, Paul (2014). "Does He Pass the Test?". *The New York Review of Books*.

Li, Qingde (2014). "Blending Implicit Shapes Using Smooth Unit Step Functions". *Department of Computer Science, University of Hull*.

Mendoza, Enrique (2006). "Lessons from the Debt-Deflation Theory of Sudden Stops". *American Economic Review*.

Mendoza, Enrique y Smith, Katherine (2004). "Quantitative Implication of a Debt-Deflation Theory of Sudden Stops and Asset Prices". *NBER Working Papers*.

Minsky, Hyman (1992). "The Financial Instability Hypothesis". *Levy Economics Institute of Bard College*.

Noguchi, Yukio (1994). "Land Prices and House Prices in Japan". *NBER Working Papers*.

Taylor, Lance y O'Connell, Stephen (1985). "A Minsky Crisis". *The Quarterly Journal of Economics*.

Von Peter, Goetz (2005). "Debt-deflation: concepts and a stylised model". *BIS Working Papers*.

Von Peter, Goetz (2012). "Asset prices and banking distress: A macroeconomic approach". *BIS Working Papers*.

Anexos

Anexo 1. Ecuaciones en estado estacionario

Las siguientes ecuaciones sirven para facilitar la computación de valores iniciales en las simulaciones realizadas. Asígnese $\{A^*, P^*\}$ normalizados a 1 y μ como parámetro.

$$1 + i^* = \frac{1}{\beta} \quad (\text{i.})$$

$$w^* = \left(\frac{1 - \theta}{\theta} \right) \left(\frac{C^*}{1 - h^*} \right) \quad (\text{ii.})$$

$$\alpha \frac{Y^*}{K^*} = (\delta + i^*) + \left(\frac{1 - \mu}{1 - \eta(1 - \mu)} \right) \delta e^{q^*} \quad (\text{iii.})$$

$$\gamma \frac{Y^*}{h^*} = w^* \quad (\text{iv.})$$

$$\delta K^* = I^* \quad (\text{v.})$$

$$Y^* = K^{*\alpha} h^{*\gamma} \quad (\text{vi.})$$

$$Y^* = C^* + I^* \quad (\text{vii.})$$

$$D^* = \frac{1}{i^*} \left[Y^* - w^* h^* - \delta K^* - \left(\frac{e^{q^*}}{1 - \eta} \right) I^* \right] \quad (\text{viii.})$$

$$e^{q^*} K^* = D^* + N^* \quad (\text{ix.})$$

$$L^* = \phi(1 - \eta)[Y^* - w^* h^* - \delta K^* - i^* D^*] \quad (\text{x.})$$

$$q^* = 0 \quad (\text{xi.})$$



Anexo 2. Valores de estado estacionario

De (i.):

$$i^* = \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (\text{xii.})$$

De (ii.), (v.), (vi.) y (vii.):

$$w^* = \left(\frac{1-\theta}{\theta} \right) \left(\frac{A^* K^{*\alpha} h^{*\gamma} - \delta K^*}{1-h^*} \right) \quad . \quad (\text{xiii.})$$

Igualando la ecuación anterior con (iv.):

$$K^{*\alpha} h^{*\gamma-1} = \left(\frac{1-\theta}{\gamma\theta} \right) \left(\frac{A^* K^{*\alpha} h^{*\gamma} - \delta K^*}{1-h^*} \right) \quad (\text{xiv.})$$

De (iii.), (xi.) y (xii.):

$$K^{*\alpha-1} h^{*\gamma} = \frac{(1-\beta(1-\delta))(1-\eta(1-\mu)) + \beta\delta(1-\mu)}{\beta(1-\eta(1-\mu))} \quad (\text{xv.})$$

Considere $\chi = \frac{(1-\beta(1-\delta))(1-\eta(1-\mu)) + \beta\delta(1-\mu)}{\beta(1-\eta(1-\mu))}$. Igualando (xiv.)* h^* y (xv.)* K^* :

$$h^* = \frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \quad (\text{xvi.})$$

De (xv.) y (xvi.):

$$K^* = \chi^{\frac{1}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \quad (\text{xvii.})$$

De (vi.), (xvi.) y (xvii.):

$$Y^* = \chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \quad (\text{xviii.})$$

De (v.) y (xvii.):

$$I^* = \delta \chi^{\frac{1}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \quad (\text{xix.})$$

De (vii.), (xviii.) y (xix.):

$$C^* = \chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} [1 - \delta\chi^{-1}] \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \quad (\text{xx.})$$

De (iv.), (xvi.) y (xviii.):

$$w^* = \gamma \chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma} \right]^{\frac{1-\gamma-\alpha}{\alpha-1}} \quad (\text{xxi.})$$

De (viii.), (i.), (xviii.), (xxi.), (xvi.), (xvii.), (xix.) y (xi.):

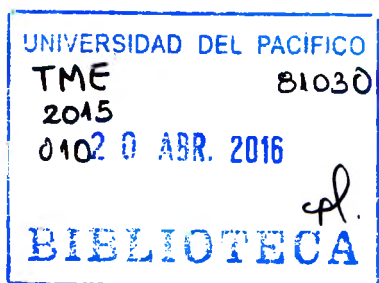
$$D^* = \left(\frac{\beta}{1-\beta}\right) \left(\chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right) \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma}\right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \left[1 - \gamma - \delta\chi^{-1} \left(\frac{2-\eta}{1-\eta}\right)\right] \quad (\text{xxii.})$$

De (ix.), (xvii.), (xxii.) y (xi.):

$$N^* = \chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma}\right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \left[\chi^{-1} - \left(\frac{\beta}{1-\beta}\right) \left[1 - \gamma - \delta\chi^{-1} \left(\frac{2-\eta}{1-\eta}\right)\right]\right] \quad (\text{xxiii.})$$

De (x.), (xviii.), (xxi.), (xvi.), (xvii.), (xii.), (xxii.) y (xi.):

$$L^* = \phi(1-\eta)\chi^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left[\frac{\chi\theta\gamma}{(\chi-\delta)(1-\theta) + \chi\theta\gamma}\right]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \left[\frac{\delta\chi^{-1}}{1-\eta}\right] \quad (\text{xxiv.})$$



X