

Fernando González Vigil y Pilar Obando Hirano (editores)

15

DOCUMENTO
DE INVESTIGACIÓN

Economía aplicada

Ensayos de investigación económica 2017

Sol Acuña Flores
Renzo Gabriele Arfinengo Roda
Diana Cáceres Atencio
Diego Camacho Valencia Dongo
Naara Cancino Díaz
Luis Cruz Cóndor
Mariano Fuster de Bracamonte
Alejandra Guardia Muguruza
Sandra Huaitalla Rosado
Karen Huaringa Aliaga
Cynthia Laura Eulogio
Renzo Muñoz-Nájar Deza
Rodrigo Ojeda del Arco Bautista
Nicolle Pegot-Dgier Rodrigo
Alonso Takamure Guibu
Cristina Meykin Wong Tsang



FONDO
EDITORIAL

UNIVERSIDAD DEL PACÍFICO

Fernando González Vigil y Pilar Obando Hirano (editores)

15

DOCUMENTO
DE INVESTIGACIÓN

Economía aplicada

Ensayos de investigación
económica 2017

Sol Acuña Flores
Renzo Gabriele Arfinengo Roda
Diana Cáceres Atencio
Diego Camacho Valencia Dongo
Naara Cancino Díaz
Luis Cruz Cóndor
Mariano Fuster de Bracamonte
Alejandra Guardia Muguruza
Sandra Huaitalla Rosado
Karen Huaranga Aliaga
Cynthia Laura Eulogio
Renzo Muñoz-Nájar Deza
Rodrigo Ojeda del Arco Bautista
Nicolle Pegot-Ogier Rodrigo
Alonso Takamure Guibu
Cristina Meykin Wong Tsang



FONDO
EDITORIAL

UNIVERSIDAD DEL PACÍFICO

El valor de los profesores: un análisis del efecto del conocimiento docente sobre el rendimiento de los estudiantes en el Perú¹

Diego Camacho Valencia Dongo
Naara Cancino Díaz

1. Introducción

El docente cumple un rol clave en el aprendizaje de los estudiantes. Un reconocido informe de McKinsey (Barber & Mourshed, 2007, p. 16) concluye que «la calidad docente es el factor decisivo para la calidad de un sistema educativo» y señala que los niños expuestos a docentes sin calificación adecuada tienen pocas probabilidades de recuperarse en sus estudios siguientes.

Lamentablemente, en el Perú los docentes han sido muy subvalorados socialmente y por las políticas públicas. La acción política ha estado mal enfocada, se ha orientado a consolidar un cuerpo reducido de profesores calificados y ha dejado de lado a la masa de profesores menos calificados que están en un mercado privado en aumento (Espinoza, Espezua, & Choque, 2015, p. 327). Además, como mencionan Díaz & Saavedra (2000), la carrera docente en el Perú es considerada como proveedora de ingresos seguros y estabilidad laboral, pero que no ofrece estímulos claros para innovar, actualizarse y tener un mejor desempeño. Sin embargo, el problema de los docentes en el Perú es aún más amplio y diverso: bajos salarios, sobreoferta

¹ Este ensayo resume el trabajo de investigación del mismo título, concluido en junio de 2017. Sus autores agradecen en especial al asesor de dicho trabajo, profesor Juan Francisco Castro, así como a los profesores César Guadalupe y Gustavo Yamada, por sus valiosos comentarios y sugerencias. También agradecen a los asistentes al Congreso Anual 2017 de la Asociación Peruana de Economía y al Encuentro de Economistas BCRP 2017. Una versión previa y más extensa de este ensayo fue publicada como Working Paper del Banco Central de Reserva del Perú, disponible en <http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2017/documento-de-trabajo-11-2017.pdf>

de profesores, bajo grado de profesionalismo e inadecuada infraestructura (Espinoza *et al.*, 2015).

Revalorar a los docentes requiere conocer su importancia en los logros de aprendizaje de los niños, para así justificar medidas de política que mejoren el desempeño docente en la escuela. La necesidad de revalorar el rol docente en el Perú motiva el presente estudio, cuyo objetivo es calcular el impacto del conocimiento docente sobre los logros de aprendizaje en niños de primaria. Para medir este efecto, se trabaja con una muestra de niños de sexto grado de primaria y sus logros de aprendizaje en matemáticas, así como con una medida del conocimiento en matemáticas de los docentes. La variable «conocimiento docente» utilizada incluye tanto el conocimiento de la materia como el conocimiento pedagógico.

A continuación, se presenta la revisión de literatura especializada, que incluye análisis de la calidad docente, el conocimiento docente y la heterogeneidad de sus efectos en la educación. En la tercera sección, se plantea el marco analítico, donde se detallan nuestras hipótesis y los fundamentos teóricos para su validación. Luego, se describen la metodología y bases de datos utilizadas para la estimación empírica. Por último, se presentan los resultados, las conclusiones y las recomendaciones pertinentes.

2. Revisión de literatura especializada

a. Logros de aprendizaje

En economía, el estudio de la calidad educativa se ha concentrado en los insumos que generan mejoras en el aprendizaje de los estudiantes. Se formulan funciones de producción de aprendizajes que expresan relaciones estructurales entre los determinantes del logro educativo. En la función planteada por Glewwe & Kremer (2006), el aprendizaje depende de los siguientes insumos: (i) años de estudio, (ii) características de los alumnos, (iii) características del hogar, (iv) insumos educativos controlados por los padres y (v) características de calidad de la experiencia formativa del colegio. Estas últimas son de particular relevancia para nuestra investigación, porque incluyen la calidad docente.

b. Calidad docente

La calidad docente ha sido medida con distintas variables, porque es un concepto amplio que incluye dominio del contenido y habilidades interpersonales, en especial pedagógicas y comunicativas (Hightower *et al.*, 2011). Es, entonces, difícil establecer qué determina que un profesor motive el aprendizaje

durante un proceso de enseñanza que se asemeja a una «caja negra» (Schwerdt & Wuppermann, 2010; Black, Harrison, Lee, Marshall, & Wiliam, 2002). Investigaciones iniciales² aproximaron la calidad del maestro con las siguientes variables: (i) si cuenta con certificación o licencia; sus años (ii) de educación y (iii) de experiencia; y su conocimiento (iv) de la materia y (v) pedagógico.

Sin embargo, posteriormente se concluyó que la preparación (nivel de educación y número de cursos tomados) y la experiencia laboral (certificación y años de experiencia) eran aproximaciones pobres del desempeño docente en el aula (Hill, Rowan, & Loewenberg, 2005). Por ello, estudios recientes se han enfocado en evaluar la calidad docente mediante el conocimiento docente, el cual suele medirse por medio de exámenes de certificación o pruebas estandarizadas (Hill *et al.*, 2005). Diversos estudios probaron que esta variable es la de mayor correlación con el desempeño estudiantil (Wayne & Youngs, 2003; Eide, Goldhaber, & Brewer, 2004; Hanushek & Rivkin, 2006). Por ejemplo, Hanushek (1997, p. 144) contabilizó 41 estimaciones del efecto de las puntuaciones de los maestros y encontró que «de todas las medidas explícitas de los maestros y las escuelas que se prestan a la tabulación, los puntajes de pruebas están más asociados con un mayor rendimiento de los estudiantes».

c. Conocimiento docente

La definición actual de conocimiento docente fue propuesta por Shulman (1987) y sus colegas Wilson, Shulman & Richert (1987). Ellos manifestaron que, hasta ese momento, no se había dado la importancia suficiente al conocimiento del docente en los estudios académicos educativos (Guadalupe, León, & Cueto, 2013).

Tomando como base a Shulman (1986), en esta investigación planteamos que el conocimiento docente se divide en dos principales aspectos: *subject matter knowledge* (SMK) y *pedagogical content knowledge* (PCK). El SMK es el conocimiento de los conceptos propios de la materia, así como la comprensión de por qué estos conceptos son verdaderos; es decir, la cantidad acumulada y organización del conocimiento de la materia en la mente del docente (Hill *et al.*, 2005). Tal como apunta Shulman (1987), todo docente debe, como mínimo, demostrar conocimiento de la materia que enseña antes de poder ayudar a los alumnos a aprender. Este SMK se consigue mediante programas de formación altamente calificados o a través de la práctica (Shepherd, 2015).

² Resumido de Jadama (2014), Goldhaber & Brewer (1999) y Darling-Hammond (2000).

Por su parte, el PCK incluye el conocimiento de las estrategias más adecuadas para representar y transmitir ideas de una manera comprensible, ya sea mediante analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones, demostraciones, entre otras (Shulman, 1986).

El aporte de Shulman marcó el inicio de una mayor investigación del rol del docente en la educación. Pero la mayoría de los estudios se han concentrado únicamente en el SMK y en economías industrializadas (Guadalupe *et al.*, 2013). Varios estudios evalúan el impacto del SMK sobre el rendimiento estudiantil en los Estados Unidos utilizando los resultados de evaluaciones estandarizadas de rendimiento de docentes y estudiantes. Estos estudios encuentran que existe un rol importante del SMK sobre el rendimiento del alumno (Hanushek, 1971, 1992; Summers & Wolfe, 1977; Murnane & Phillips, 1981; Ehrenberg & Brewer, 1995; Rowan, Chiang, & Miller, 1997; Hill *et al.*, 2005).

Entre los estudios más recientes, hay algunos referidos a países en desarrollo, pero muy pocos al Perú. Estos utilizan los puntajes de los docentes en pruebas de conocimiento de su materia. Algunos ejemplos son los trabajos de Tan, Lane & Coustère (1997) en Filipinas; Bedi & Marshall (2002) en Honduras; Behrman, Ross & Sabot (2008) en Pakistán; Altinok (2013) y Shepherd (2015) en países de África; y Metzler & Woessmann (2010) y Guadalupe *et al.* (2013) en el Perú. Todos encuentran que existe una asociación positiva entre el SMK y el rendimiento del alumno. No obstante, son estudios propensos a distintos problemas econométricos de estimación.

Un problema potencial es la existencia de características no observables del docente, del alumno o de la escuela. Cuando estas características tienen correlación con el conocimiento docente y, a la vez, con el rendimiento estudiantil, se generan sesgos en los estimadores. Uno de los ejemplos más claros es la omisión de la variable «motivación del profesor» (Goldhaber & Brewer, 1997; Glewwe & Kremer, 2006; Glewwe & Miguel, 2008). Profesores más motivados suelen conocer más su materia, y, al mismo tiempo, su motivación influye de manera positiva en el rendimiento del alumno.

Sesgos similares ocurren si no se incluye al PCK en la regresión, puesto que está correlacionado con el SMK y, a la vez, con el rendimiento del estudiante. Si el SMK es complementado con el PCK, se mejora la identificación de los efectos del profesor de calidad en el rendimiento estudiantil (Hill *et al.*, 2005). Pero son pocos los estudios que han incluido al PCK, y todos se enfocan en los Estados Unidos (Frome, Lasater, & Cooney, 2005; Harris & Sass, 2011; Hill *et al.*, 2005).

Otro problema potencial es el error de medición del conocimiento docente. Esta variable es difícil de medir y, por ende, las investigaciones suelen utilizar *proxies* (Metzler & Woessmann, 2010). Por ejemplo, existen casos en los que se mide el conocimiento docente por medio de un cuestionario con una única pregunta de matemáticas (Rowan *et al.*, 1997). Este tipo de cuestionarios no logran capturar ni el SMK ni el PCK.

En el caso peruano, los estudios que miden el impacto de los docentes sobre el rendimiento estudiantil también muestran problemas econométricos. Guadalupe *et al.* (2013), utilizando la IV Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004, encuentran una correlación positiva entre calificaciones de alumnos y las de docentes, pero alertan que su investigación no arroja relaciones causales. Metzler & Woessmann (2010) también utilizan la misma Evaluación Nacional y encuentran una asociación positiva entre el SMK y el rendimiento de los alumnos. Ellos aplican una metodología *within-teacher within-student* que pretende resolver el problema de variables omitidas³. Pero, con esta metodología, reducen su muestra al 35% del total de los alumnos, lo que ocasiona pérdida de variabilidad y, por tanto, de representatividad. Específicamente, su muestra considera estudiantes en su mayoría del ámbito rural, por lo que las conclusiones extraídas no son generalizables a todos los estudiantes del país.

d. Equidad y efectos heterogéneos del conocimiento del docente

Hightower *et al.* (2011) señalan que los profesores con baja puntuación en pruebas estandarizadas de conocimiento docente suelen ser asignados a los estudiantes de bajos ingresos o pertenecientes a minorías.

La heterogeneidad de efectos del conocimiento del docente en el rendimiento estudiantil ha sido poco estudiada. Hill *et al.* (2005) encuentran que el efecto del conocimiento del docente de matemáticas se diluye en los quintiles inferiores de la muestra de los docentes. Es decir, los peores profesores no ayudan a que sus alumnos aprendan. Altinok (2013) muestra que un mayor conocimiento del docente es más efectivo en las zonas urbanas que en las rurales en distintos países africanos. Por su parte, Shepherd (2015) encuentra que, en los quintiles de menor nivel socioeconómico de los alumnos, el conocimiento docente pierde significancia para predecir el rendimiento académico.

³ Aunque su metodología combina información generada por pruebas de matemáticas y de comprensión lectora a los docentes. Esto es problemático, puesto que las escalas latentes no son conmensurables, incluso después de la normalización de los datos (Guadalupe *et al.*, 2013).

En el Perú, los resultados de distintas evaluaciones nacionales muestran una fuerte inequidad en el sistema educativo. Los estudiantes con el peor rendimiento se ubican en los departamentos más pobres del país, en el ámbito rural, en las zonas de la Sierra y Selva, y, además, asisten a instituciones públicas (UMC, 2005, 2014, 2015, 2016b). Guadalupe *et al.* (2013) encontraron que este patrón de brechas en los estudiantes fue similar para el caso de los docentes en 2004; es decir, los alumnos que más apoyo necesitan tienen a los peores docentes. Sin embargo, estos autores no analizan la heterogeneidad del impacto del conocimiento docente.

3. Marco analítico

Esta investigación busca probar dos hipótesis. Primera, que existe una relación positiva entre el conocimiento docente y los logros de aprendizaje de los estudiantes en Perú. Segunda, que es heterogéneo el efecto del conocimiento docente sobre los alumnos, debido a una complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes. Es posible que, a un mismo nivel de calidad docente, el impacto en un sector de la población (favorecido) sea mayor que en otro sector (desfavorecido), debido a que, en los sectores favorecidos, los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje acumulado en el pasado y existen mejores insumos educativos dentro del hogar.

Para medir el efecto del docente en los alumnos, la variable que utilizamos es el **conocimiento docente (CD)**. Siguiendo a Shulman (1986, 1987), se define al CD como la combinación de SMK y PCK, ambos tipos de conocimiento ya definidos anteriormente. Por sí solo, el SMK es una buena forma de medir el desempeño del docente (Wayne & Youngs, 2003; Eide *et al.*, 2004; Hanushek & Rivkin, 2006; Hanushek, Piopunik, & Wiederhold, 2014), pero la precisión de este estimador aumenta al añadirle el PCK (Frome *et al.*, 2005; Harris & Sass, 2011; Hill *et al.*, 2005).

Sin embargo, debe recalarse que el CD no mide directamente el desempeño del docente en el aula (que es lo que realmente impacta en el aprendizaje de los niños). Ante la dificultad de observar dicho desempeño, el CD representa una buena aproximación, según la literatura especializada.

El modelo teórico que subyace a las hipótesis planteadas es una adaptación de la función de producción de rendimiento académico de Glewwe & Kremer (2006), a la cual agregamos un componente específico que mide el impacto directo del conocimiento docente sobre el rendimiento de los alumnos. Además, siguiendo a Cunha & Heckman (2007), se incluye la habilidad anterior del alumno como un componente de valor agregado que captura la historia

de los insumos familiares y escolares del pasado. Es importante la inclusión de esta variable, ya que el desarrollo educativo del niño es un proceso acumulativo (Todd & Wolpin, 2003).

Así, la función de producción de aprendizajes es la siguiente:

$$A_t = a(A_{t-1}, H_t, CD_t, z_i) \quad (1)$$

Donde « A_t » es la habilidad actual del alumno; « A_{t-1} » es la habilidad del alumno en un período anterior; « H_t » es un índice de insumos educativos del hogar⁴; y, « CD_t » es el conocimiento docente. Estas variables son los *inputs* de la función de producción. Además, son variables de elección que impactan de manera directa en los aprendizajes y, por ende, permiten que se caracterice correctamente el entorno educativo de los niños. Por último, siguiendo a Castro (2015), z_i es un vector de controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos⁵.

Según la ecuación (1), para testear nuestra primera hipótesis debemos encontrar el valor de $\frac{\partial A_t}{\partial CD_t}$. Esperamos que el signo de esta derivada sea positivo y robusto.

La segunda hipótesis está motivada por la realidad de la inequidad en la distribución de la calidad educativa en el Perú. Los resultados de la Evaluación Muestral (EM) 2013 indican que los alumnos con menor rendimiento se encuentran en: (i) zonas rurales y (ii) colegios públicos. Estas brechas se repiten en los docentes; es decir, existe menor calidad docente donde más se necesita. Ante esta inequidad educativa, a la luz de los (antes mencionados) estudios que han encontrado efectos heterogéneos de la calidad docente en escenarios con inequidad educativa similares al del Perú, planteamos que el efecto de los docentes sobre los alumnos no sería el mismo en todo el país. Sustentamos teóricamente esto dividiendo al país en dos sectores: favorecidos y desfavorecidos, y definiendo al sector favorecido como aquel en el que los niños tienen un mayor nivel de aprendizaje acumulado en el pasado y existen mejores insumos educativos en el hogar.

Siguiendo a Cunha & Heckman (2007), proponemos que la causa subyacente a la heterogeneidad de efectos es la **complementariedad entre los insumos de aprendizaje**. Dichos autores plantearon un modelo que toma

⁴ Este índice está conformado por la existencia de un espacio de estudio apropiado para el estudiante, el acceso a internet, el número de libros en la casa y la tenencia o no de los siguientes materiales educativos: enciclopedias, libros especializados, libros de literatura, CD/DVD o *software* educativo, *software* de conocimiento general y libros digitales (UMC, 2016a).

⁵ Se incluyen estos determinantes exógenos de insumos para controlar por la posibilidad de haber omitido otros insumos de producción relevantes (Castro, 2015); ello permite evaluar la robustez del modelo.

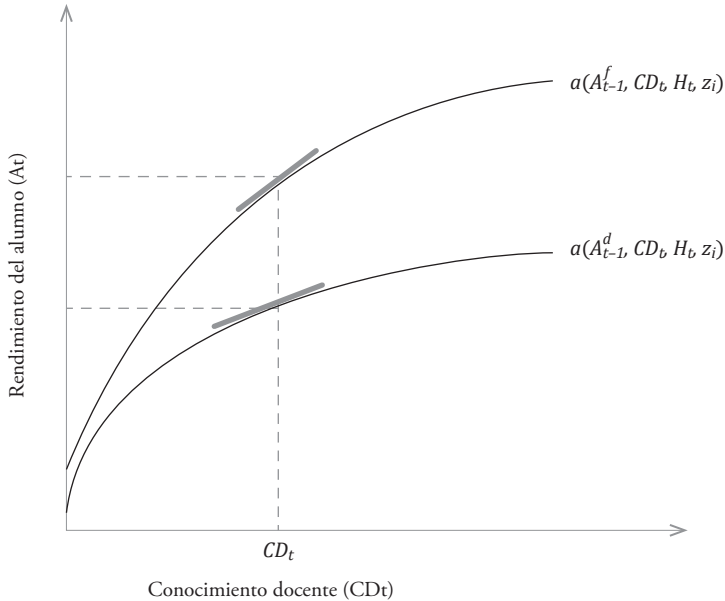
en cuenta la habilidad pasada (A_{t-1}) e inversiones pasadas y presentes en educación. Postulan que existe complementariedad cuando los *inputs* de la función de producción no son sustitutos perfectos. Por ejemplo, existe complementariedad dinámica cuando las habilidades producidas en una etapa de la infancia aumentan la productividad de la inversión en educación en las siguientes etapas. Además, se entiende que un insumo no puede ser sustituido completamente por otro, sino que cada uno es necesario para la formación de habilidades del niño.

Nosotros aplicamos el planteamiento de Cunha & Heckman (2007) al caso del CD. Así, consideramos que existe complementariedad dinámica entre el CD y la habilidad pasada (A_{t-1}). Es decir, es más probable que los niños con mayor habilidad inicial aprovechen más a sus profesores en el presente. Con la misma óptica, también es posible que exista una complementariedad directa entre el CD y los insumos educativos del hogar (H_t). En este sentido, los sectores más favorecidos son aquellos que tienen mayor habilidad pasada y mejores insumos educativos del hogar.

Para formalizar el modelo, al igual que Cunha & Heckman (2007), se asume que la función de producción de aprendizajes (ecuación 1) es estrictamente creciente, cóncava en CD_t y doblemente diferenciable en todos sus elementos. De modo que la complementariedad dinámica surge cuando $\partial^2 A_t / (\partial CD_t \partial A_{t-1}) > 0$. Esto implica que los alumnos de sectores más favorecidos (con mayor nivel de habilidad pasada) aprovechan más a sus profesores actuales⁶. Es decir, la productividad del CD aumenta debido a mayores niveles de aprendizaje acumulados en el pasado. De esta manera, para cada nivel de CD, el impacto marginal de la calidad docente es mayor en los sectores favorecidos que en los desfavorecidos. Esto se observa mejor en la figura 1.

⁶ Un claro ejemplo de ello es que un niño que aprendió más en años escolares anteriores entenderá más rápido lo que su profesor le enseña en el período actual; asimismo, podría realizar las tareas más rápido y aceptar un mayor nivel de dificultad de enseñanza (si el profesor desea profundizar los contenidos).

Figura 1
Heterogeneidad de efectos debido a brechas de habilidad pasada

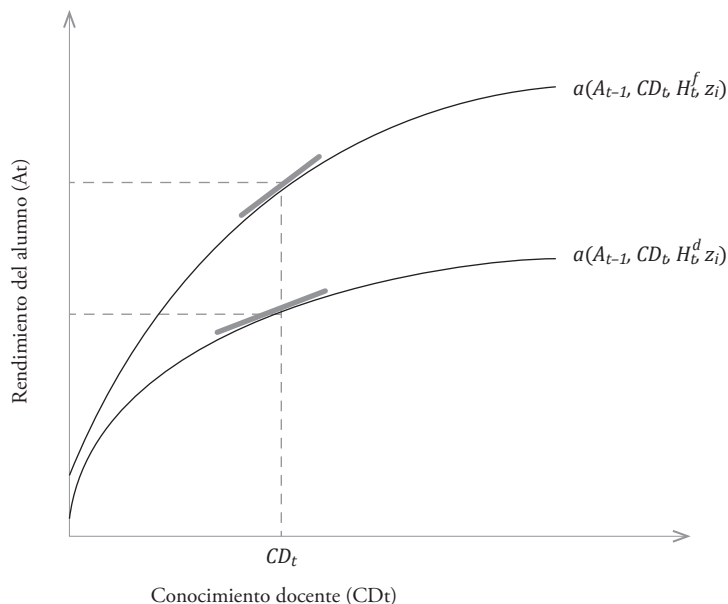


Elaboración propia.

Donde A_{t-1}^f pertenece al sector favorecido y A_{t-1}^d , al desfavorecido. Es decir, $A_{t-1}^f > A_{t-1}^d$. Se cumple, así, que $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido})}{\partial CD_t}$, para cada nivel de CD.

Por último, la complementariedad directa entre los insumos educativos del hogar y el CD surge cuando $\partial^2 A_t / (\partial CD_t \partial H_t) > 0$. Esto indica que los alumnos de sectores favorecidos, en cuanto a insumos educativos del hogar (H_t), aprovechan más a los profesores que los de sectores desfavorecidos. Así, la complementariedad directa podría darse cuando el niño aprende más lo que su profesor le enseña, debido a que en su hogar accede a insumos educativos (libros, acceso a internet, discos, espacio para estudiar, etc.) que facilitan su aprendizaje. Ello permite que el niño pueda estudiar más eficazmente lo recomendado por el profesor. Esto se observa mejor en la figura 2.

Figura 2
Heterogeneidad de efectos debido a brechas de insumos educativos del hogar



Elaboración propia.

Donde H_t^f pertenece al sector favorecido y H_t^d , al desfavorecido. Es decir, $H_t^f > H_t^d$. Se cumple, así, que $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido})}{\partial CD_t}$, para cada nivel de CD.

4. Metodología

La metodología elegida para estimar la ecuación (1) es la de valor agregado (*value-added*). Esta relaciona el logro de aprendizaje del niño (A_t) con su logro de aprendizaje en el pasado, además de con insumos escolares y familiares contemporáneos. Según Todd & Wolpin (2003) y Andrabi, Das, Khwaja & Zajonc (2011), las estimaciones mediante modelos de valor agregado asumen que los resultados de pruebas estandarizadas rezagadas pueden capturar correctamente los *inputs* educativos que recibió un niño en el pasado, así como otras dotaciones no observables o *shocks* del pasado. Al incluir A_{t-1} como variable explicativa de A_t , se incorporan determinantes del logro de aprendizaje del niño que de otra manera serían no observables y generarían sesgo por variable omitida.

Gracias a esta metodología, se pueden obtener estimados más confiables del efecto del conocimiento docente sobre los logros educativos del niño, en comparación con lo que se lograría con una especificación basada solo en insumos contemporáneos (Singh, 2015). Algunos estudios muestran que los modelos de valor agregado proveen los mismos resultados que métodos experimentales y cuasiexperimentales usados para identificar los efectos de los docentes (Deming, Hastings, Cane, & Staiger, 2014; Kane, McCaffrey, Miller, & Staiger, 2013).

Siguiendo a Todd & Wolpin (2003), se asume que la ecuación (1) puede escribirse como una función aditiva separable, con lo que se obtiene la siguiente especificación empírica:

$$A_{it} = \beta_0 + \beta_1 CD_{it} + \beta_2 CD_{it}^2 + \beta_3 A_{it-1} + \beta_4 H_{it} + \alpha z_{it} + \eta_{it} \quad (2)$$

Donde A_{it} es el logro de aprendizaje en matemáticas del niño «i» en el tiempo «t»; CD_{it} es el conocimiento docente⁷ asignado al niño «i» en el tiempo «t»; H_{it} es el índice de insumos educativos del hogar del niño «i» en el tiempo «t»; z_{it} es un vector de controles de perfil socioeconómico que determinan exógenamente a los insumos (véase el anexo 1 para mayor detalle)⁸; y η_{it} es un componente de error específico al individuo.

La ecuación (2) es la representación de mínimos cuadrados ordinarios más sencilla de nuestro modelo empírico, y bastaría con encontrar que el efecto marginal ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} = \beta_1 + 2\beta_2 CD_{it}$) sea positivo para comprobar la primera hipótesis de esta investigación⁹.

Pero, para poder comprobar nuestra segunda hipótesis, es necesario plantear un modelo que permita medir si el impacto del conocimiento docente es heterogéneo, debido a las complementariedades entre insumos.

Siguiendo a Castro (2017), desarrollamos una alternativa que modifica la ecuación (2) tomando en cuenta las complementariedades. Para ello, se incluyen interacciones entre el conocimiento docente y las variables que capturan la complementariedad (habilidad pasada e insumos educativos del hogar). La ecuación modificada es la siguiente:

⁷ Se incluye un término cuadrático del CD para capturar los rendimientos decrecientes de la función de producción.

⁸ Estas variables permiten controlar por posibles factores causales omitidos. Entre estas, vale destacar la motivación del profesor, la infraestructura escolar y las expectativas de los padres con respecto a la educación de sus hijos; variables que pocas veces han sido incluidas en estudios pasados debido a la dificultad de medirlas.

⁹ Dicho efecto marginal debe evaluarse en el promedio de CD.

$$A_{it} = \beta_0 + \beta_1 CD_{it} + \beta_2 CD_{it}^2 + \beta_3 A_{it-1} + \beta_4 H_{it} + \beta_5 CD_{it} A_{it-1} + \beta_6 CD_{it} H_{it} + \alpha z_{it} + \eta_{it} \quad (3)$$

Esta ecuación de valor agregado (3) será estimada por una regresión de mínimos cuadrados ordinarios¹⁰. Y el impacto del CD (efecto marginal evaluado en el promedio) se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} = \beta_1 + 2\beta_2 \overline{CD}_{it} + \beta_5 \overline{A}_{it-1} + \beta_6 \overline{H}_{it} \quad (4)$$

Nuestra primera hipótesis seguiría implicando que el efecto marginal sea positivo ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}} > 0$). Para comprobar nuestra segunda hipótesis, es necesario concentrarse en los valores de β_5 ($\beta_5 = \frac{\partial^2 A_{it}}{\partial CD_{it} \partial A_{it-1}}$) y β_6 ($\beta_6 = \frac{\partial^2 A_{it}}{\partial CD_{it} \partial H_{it}}$), esperando que sean positivos. Un $\beta_5 > 0$ indicaría que los niños de sectores favorecidos por mayor habilidad pasada aprovechan más a sus docentes (complementariedad dinámica). Y un $\beta_6 > 0$ implicaría que niños favorecidos por mayores insumos educativos del hogar también aprovechan más a sus profesores (complementariedad directa).

5. Datos

La principal fuente de datos es la Evaluación Muestral 2013 (EM 2013), la cual contiene evidencia sobre los niveles de logro de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes de sexto grado de primaria en instituciones educativas públicas y privadas de todo el país, sobre las características individuales y familiares de los estudiantes evaluados, así como de las condiciones y procesos escolares que se encuentran asociados a su desempeño (UMC, 2014). Y en la EM 2013 también se evaluó algo muy relevante para nuestro estudio: el conocimiento del docente de matemáticas en fracciones.

La EM 2013 evaluó a aproximadamente 66.500 estudiantes de sexto de primaria en 3.120 instituciones educativas de todas las regiones de Perú. Estas fueron seleccionadas de manera aleatoria mediante un diseño muestral bietápico. Primero, se eligieron las escuelas y, para aquellas con más de dos secciones, en una segunda etapa, se seleccionaron solo dos secciones. La selección en la primera etapa fue sistemática simple dentro de cada estrato; y en la segunda etapa, la selección fue aleatoria simple. De esta manera, se obtuvo

¹⁰ Todas las variables de esta regresión fueron reescaladas a una misma media (500) y desviación estándar (100). Esto permite que cada coeficiente refleje, más claramente, el impacto del cambio en una desviación estándar de los regresores.

representatividad en los siguientes estratos: (i) nacional; (ii) departamental; (iii) gestión de la IE (pública y privada); y (iv) ámbito (urbano y rural)¹¹.

En dicha EM, los alumnos rindieron pruebas estandarizadas de matemáticas, cuyos resultados siguieron un proceso de modelamiento psicométrico de Rasch. Es importante señalar que el Ministerio de Educación (Minedu) transformó linealmente las medidas de habilidad de los estudiantes, de tal manera que la media aritmética fuera 500 y la desviación estándar, 100 (UMC, 2016a).

Asimismo, en dicha EM se examinó el conocimiento de los docentes relacionado con fracciones, uno de los contenidos del currículo escolar de matemáticas¹². En la encuesta, los docentes respondieron un conjunto de 35 preguntas. El Minedu utilizó 21 de estas preguntas para elaborar un constructo de conocimiento disciplinar (únicamente de SMK). A través de un análisis factorial confirmatorio (CFA) de segundo orden, el Minedu identificó cinco factores latentes subyacentes al constructo de conocimiento disciplinar evaluado: fracción como parte-todo, fracción como operador, operación con fracciones, fracción como medida y fracción como razón.

Sin embargo, esa encuesta a docentes también incluyó preguntas relacionadas con el PCK (véase el anexo 2). Si bien el Minedu no las utilizó al elaborar su constructo, el carácter abierto de tales preguntas dio pie a que el docente explique su estrategia pedagógica, y, por ende, da la posibilidad de asignarle un puntaje según la calidad de su estrategia.

Ello nos permitió calcular un nuevo constructo de conocimiento docente (CD) que incluye componentes de SMK y también de PCK, siguiendo un proceso bietápico similar al del Minedu. Como primera etapa, calculamos seis factores latentes subyacentes mediante un análisis de componentes principales categóricos (Catpca)¹³: (i) fracción como parte-todo, (ii) fracción como operador, (iii) operación con fracciones, (iv) fracción como medida, (v) fracción como razón y (vi) conocimiento pedagógico de fracciones. En la segunda etapa, integramos el análisis de Catpca con los seis factores para obtener el constructo de CD (véase el anexo 3 con información de los resultados de las dos etapas).

¹¹ Estos son los estratos más importantes para esta investigación. Pero vale aclarar que la EM 2013 también es representativa por sexo, lengua materna del estudiante y tipo de escuela.

¹² Las fracciones son un conocimiento básico para el aprendizaje del estudiante, porque median la construcción de representaciones del mundo que lo rodea, le permiten comparar dos cantidades midiéndolas adecuadamente y le sirven para conocimientos más avanzados en matemáticas (UMC, 2016a).

¹³ Para los primeros cinco factores latentes, se utilizaron las mismas preguntas que el Minedu había asignado a cada factor. Para el sexto factor, se utilizaron las preguntas del cuestionario que permiten identificar la capacidad pedagógica del docente.

También hemos reescalado linealmente el puntaje del docente siguiendo la metodología del Reporte Técnico de la EM 2013, de manera que la media aritmética fuera 500 y la desviación estándar, 100.

La segunda fuente de información es la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE). Esta ofrece un procedimiento estandarizado que permite conocer el logro de aprendizaje alcanzado en matemáticas por todos los estudiantes de segundo grado de primaria del Perú. Utilizamos la ECE 2009 y la EM 2013, a fin de identificar los logros educativos en matemáticas de una muestra común de estudiantes en dos períodos de aprendizaje: segundo¹⁴ y sexto grado de primaria.

Los estudiantes que coincidieron en ambas evaluaciones (ECE 2009 y EM 2013) fueron aproximadamente 42.000 niños, que representan el 64% del total de estudiantes evaluados en dicha EM. La explicación de esta coincidencia imperfecta fue brindada por el Minedu por medio de una consulta formal (anexo 4).

Por último, la muestra que trabajamos está compuesta por 24.986 estudiantes, para los cuales se tiene información sobre sus logros educativos en matemáticas en 2009 y 2013, así como el cálculo del conocimiento de su docente de matemáticas en 2013¹⁵.

6. Resultados

Los resultados de las estimaciones de nuestras ecuaciones base (2) y (3) se muestran en las tablas 1 y 2. La tabla 1 presenta la especificación más sencilla y permite verificar nuestra primera hipótesis de trabajo. La tabla 2 permite observar si se cumple la complementariedad entre insumos de la función de producción de aprendizajes y , por tanto, comprobar nuestra segunda hipótesis de trabajo, al mismo tiempo que refuerza las conclusiones de la primera especificación¹⁶.

a. Efecto positivo del conocimiento docente

La tabla 1 muestra el efecto del CD sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes, bajo distintas especificaciones del modelo simple de valor agregado

¹⁴ Los alumnos que estuvieron en sexto grado en 2013 cursaron el segundo grado en 2009. Se solicitó al Minedu la ECE 2008 para poder detectar alumnos repitentes y utilizar una mayor cantidad de datos. Pero no pudimos obtener esa información.

¹⁵ No todos los docentes respondieron por completo el cuestionario. Solo se cuenta con cuestionarios completos de 2.361 docentes.

¹⁶ Todos los regresores fueron reescalados de tal manera que el efecto se mida en desviaciones estándar.

(ecuación 2). Se incluyeron todos los insumos de la función de producción de aprendizaje planteados en el marco analítico y la metodología, que caracterizan el entorno de aprendizaje de los niños. Asimismo, se incluyó un *set* de controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos.

Tabla 1
Efecto del conocimiento docente sobre los logros educativos

	Logro educativo	
	(1)	(2)
Conocimiento docente	0,3321*** (0,021)	0,3783*** (0,021)
(Conocimiento docente) ²	-0,0002*** (0,000)	-0,0003*** (0,000)
Logro educativo pasado	0,4116*** (0,0020)	0,3827*** (0,002)
Índice de insumos educativos del hogar	0,0655*** (0,0021)	0,0325*** (0,002)
Expectativas de los padres	0,1961*** (0,0022)	0,1708*** (0,002)
Satisfacción del docente	0,0314*** (0,0019)	0,0196*** (0,002)
Infraestructura escolar	0,1675*** (0,0025)	0,1255*** (0,003)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí
Efecto marginal: $(\partial A_{it})/(\partial CD_{it})$	0,1175*** (0,0021)	0,1030*** (0,0023)
<i>N</i>	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

La primera columna muestra una regresión que incluyó como regresores solo los insumos directos de la función de producción (A_{t-1} , H_t , CD_t), y tres principales controles socioeconómicos: expectativas de los padres, satisfacción docente e infraestructura escolar. Como se observa, un aumento de una desviación estándar en el conocimiento docente incrementa los logros de aprendizaje de los niños en 0,12 desviaciones estándar. Este efecto es significativo al 0,1%.

La regresión mostrada en la segunda columna incluyó todos los controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos. En este caso, un aumento de una desviación estándar en el conocimiento docente incrementa los logros de aprendizaje de los niños en 0,10 desviaciones estándar. Por ende, los resultados son robustos ante la inclusión de controles adicionales a los insumos indirectos de la función de producción.

En el anexo 5, se muestran modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de los controles de la regresión. En las nuevas especificaciones, el efecto marginal del conocimiento docente se encontró en un rango de entre 0,09 y 0,12 desviaciones estándar. Esto reafirma la robustez de lo presentado en la tabla 1.

Por consiguiente, los resultados del modelo utilizado confirman, con un buen nivel de robustez, nuestra primera hipótesis: existe una relación positiva entre el conocimiento docente y los logros de aprendizaje de los estudiantes en el Perú.

Además, es importante percatarse de que, bajo todas las especificaciones mostradas en la tabla 1, existe evidencia de una productividad marginal decreciente del conocimiento del profesor. Esto se refleja en el coeficiente negativo del término cuadrático del conocimiento docente¹⁷.

b. Evidencia de complementariedad de insumos

La tabla 2 muestra los resultados de nuestra ecuación de valor agregado que permite identificar la presencia de complementariedades en la función de producción (ecuación 3). Esto se logra al incluir dos interacciones adicionales: (i) el conocimiento docente multiplicado por el logro educativo del pasado (complementariedad dinámica); y (ii) el conocimiento docente multiplicado por el índice de insumos educativos del hogar (complementariedad directa). La tabla 2 fue elaborada (al igual que la anterior) incluyendo los insumos de la

¹⁷ También se hicieron regresiones incluyendo el componente cuadrático de todos los insumos de la función de producción. El efecto marginal del conocimiento docente no se alteró.

función de producción de aprendizajes¹⁸ y controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena los insumos.

Tabla 2
Complementariedad de insumos y el conocimiento docente

	Logro de aprendizaje	
	(1)	(2)
Conocimiento docente	0,1706*** (0,022)	0,2472*** (0,023)
(Conocimiento docente) ²	-0,0003*** (0,000)	-0,0003*** (0,000)
Logro de aprendizaje pasado	0,2093*** (0,0104)	0,2186*** (0,010)
Índice de insumos educativos de hogar	-0,0113 (0,0109)	-0,0188 (0,011)
(Conocimiento docente)*(Logro educativo pasado)	0,0004*** (0,000)	0,0003*** (0,000)
(Conocimiento docente)*(Índice del hogar)	0,0001*** (0,000)	0,0001*** (0,000)
Expectativas de los padres	0,1956*** (0,0022)	0,1712*** (0,002)
Satisfacción del docente	0,0297*** (0,0019)	0,0190*** (0,002)
Infraestructura escolar	0,1693*** (0,0025)	0,1266*** (0,003)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí

¹⁸ Se realizaron también regresiones incluyendo el componente cuadrático de todos los insumos de la función de producción. El efecto marginal del conocimiento docente no se alteró.

	Logro de aprendizaje	
	(1)	(2)
Efecto marginal : $(\partial A_{it})/(\partial CD_{it})$	0,1163*** (0,0021)	0,1035*** (0,0023)
<i>N</i>	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

La primera columna muestra la especificación más simple para evaluar la existencia de dichas complementariedades. Como se observa, el coeficiente de la interacción del conocimiento docente con la habilidad pasada es positivo, con lo que se comprueba la existencia de complementariedad dinámica. También se acepta la presencia de complementariedad directa, puesto que el coeficiente de la interacción del conocimiento docente con el índice de insumos educativos del hogar es positivo¹⁹.

Y esa columna muestra que aumentar el conocimiento docente en una desviación estándar incrementa los logros de aprendizaje en 0,12 desviaciones estándar. Este efecto marginal tiene la misma magnitud que el observado en la columna 1 de la tabla 1. Ello indica que el cambio de especificación del modelo no altera el resultado principal.

La segunda columna resulta de la especificación que incluye todos los controles de perfil socioeconómico que determinan de manera exógena a los insumos. Como se observa, los coeficientes de las interacciones que evalúan las complementariedades no cambian de magnitud y siguen siendo altamente significativos.

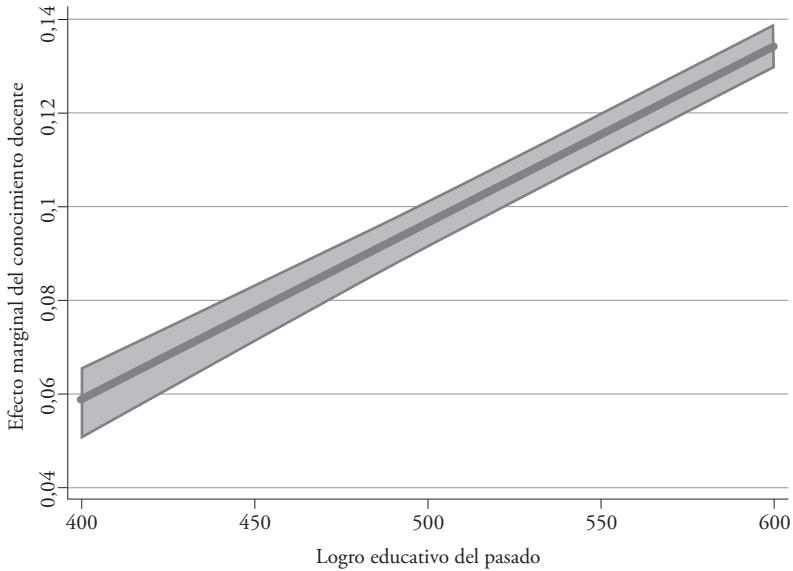
En la figura 3, se muestra la relación entre el efecto marginal del conocimiento docente $(\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}})$ y los logros educativos del pasado (A_{it-1}). De manera consistente con los resultados de la tabla 2, la pendiente de esta relación es positiva para todos los niveles de logro educativo del pasado. Es claro, entonces, que la productividad de un profesor aumenta a medida que el capital educativo acumulado en el pasado de un niño es mayor²⁰. Esto refuerza la evidencia a favor de la complementariedad dinámica.

¹⁹ Los coeficientes de las interacciones premultiplican a variables que fueron reescaladas para tener una misma media (500) y desviación estándar (100). Por tanto, se espera que las magnitudes de los coeficientes sean bajas, pero significativas.

²⁰ Se corrobora así lo proyectado en la figura 1: $\frac{\partial A_t(\text{Favorecido por } A_{t-1})}{\partial CD_t} > \frac{\partial A_t(\text{Desfavorecido por } A_{t-1})}{\partial CD_t}$.

Figura 3

Relación entre el efecto marginal del conocimiento docente en los logros educativos (eje vertical) y los logros educativos del pasado (eje horizontal)



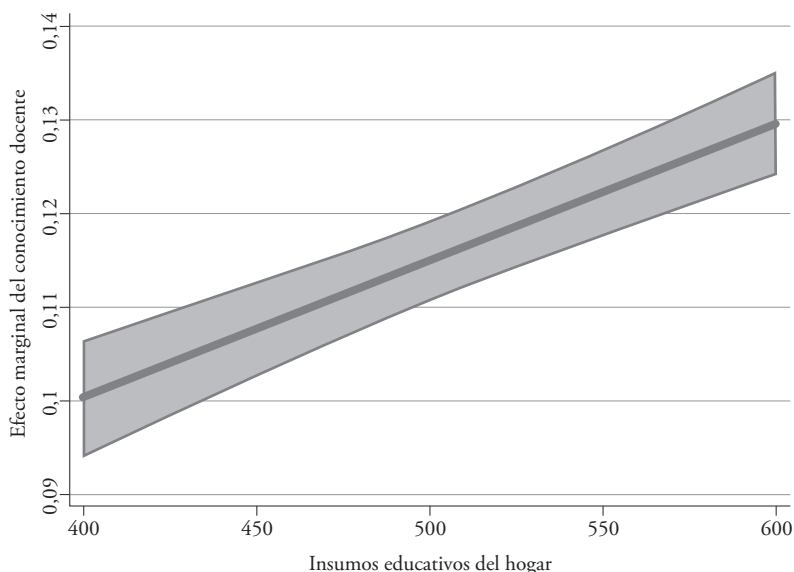
Nota. Intervalos de confianza al 95%. Elaboración propia.

Y la figura 4 muestra que la relación entre los insumos educativos del hogar (H_{it}) y el efecto marginal del conocimiento docente ($\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$) es positiva para todos los niveles de insumos educativos del hogar. Esto refuerza la evidencia a favor de la complementariedad directa, puesto que los profesores son más productivos cuando educan a niños favorecidos por insumos educativos del hogar²¹.

²¹ Se corrobora así lo planteado en la figura 2 del marco analítico: $\frac{\partial A_i(\text{Favorecida por } H_i)}{\partial CD_i} > \frac{\partial A_i(\text{Desfavorecida por } H_i)}{\partial CD_i}$.

Figura 4

Relación entre el efecto marginal del conocimiento docente sobre los logros educativos (eje vertical) y los insumos educativos del hogar (eje horizontal)



Nota. Intervalos de confianza al 95%. Elaboración propia.

Para evaluar la robustez de estas complementariedades, se estimaron modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de las variables de control (véase el anexo 6). En todas, se encontró que la presencia de complementariedades sigue siendo significativa. Más aún, las magnitudes de dichas complementariedades son robustas.

Por tanto, el modelo ampliado de valor agregado confirma nuestra segunda hipótesis: existe heterogeneidad del efecto del conocimiento docente sobre los alumnos. Y robustamente valida la existencia de complementariedad tanto dinámica como directa.

c. Enfoque adicional para la discusión educativa

Los resultados obtenidos respaldan el enfoque analítico de considerar el conocimiento docente como una combinación de SMK y PCK. Pero falta analizar por separado el impacto de cada uno de esos componentes. Esto es importante, pues podría ocurrir que uno solo de los dos componentes sea el que genere

los mayores incrementos de logros educativos en los niños. De ser así, cabría enfatizar las recomendaciones de políticas para mejorar el componente más importante. Por ello, a continuación, analizaremos el impacto desagregado de cada componente del CD sobre los logros educativos.

Como fue mencionado en la sección de datos, para construir la variable de conocimiento docente (CD) se calcularon seis componentes subyacentes al cuestionario de docentes de la EM 2013 (anexo 3), cinco de los cuales pertenecen al SMK y uno al PCK. Por consiguiente, para el análisis desagregado, se realizó un nuevo Catpca para construir el SMK con sus cinco componentes subyacentes. Y no se tuvo que reelaborar el constructo de PCK porque está basado en un solo componente subyacente²² (véase el anexo 7 con los resultados de la elaboración de ambos constructos).

Tabla 3
Efecto del conocimiento docente desagregado

	Logros de aprendizaje	
	(1)	(2)
<i>Subject matter knowledge</i>	0,1586*** (0,021)	0,2110*** (0,021)
<i>(Subject matter knowledge)</i> ²	-0,0001*** (0,000)	-0,0002*** (0,000)
<i>Pedagogical content knowledge</i>	0,1912*** (0,018)	0,1746*** (0,018)
<i>(Pedagogical content knowledge)</i> ²	-0,0001*** (0,000)	-0,0001*** (0,000)
Logro educativo pasado	0,4116*** (0,0020)	0,3821*** (0,0020)
Índice del hogar	0,0655*** (0,0021)	0,0322*** (0,0022)
Expectativas de los padres	0,1961*** (0,0022)	0,1703*** (0,0023)

²² Es importante advertir que el constructo de SMK ha sido elaborado a partir de un mayor número de preguntas del cuestionario docente que el constructo de PCK; por lo cual, la fiabilidad del constructo SMK podría ser mayor que la del constructo PCK (esto se aprecia en el anexo 7, donde el *alpha* de Cronbach del SMK es mayor que el del PCK).

	Logros de aprendizaje	
	(1)	(2)
Satisfacción del docente	0,0314*** (0,0019)	0,0197*** (0,0020)
Infraestructura escolar	0,1675*** (0,0025)	0,1272*** (0,0032)
Control por lengua materna	No	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí
Control por gestión del colegio	No	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	Sí
Control por liderazgo del director	No	Sí
Control por sexo	No	Sí
Efecto marginal (SMK)	0,0704*** (0,0026)	0,0566*** (0,0027)
Efecto marginal (PCK)	0,0591*** (0,0026)	0,0583*** (0,0026)
<i>N</i>	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

La tabla 3 lista los efectos marginales del SMK y del PCK sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes, bajo distintas especificaciones del modelo simple de valor agregado. La primera columna muestra que un aumento de una desviación estándar del SMK incrementa los logros de aprendizaje en 0,070 desviaciones estándar; mientras que un aumento del PCK lo hace en 0,059 desviaciones estándar. En la segunda columna, que incluye los controles de perfil socioeconómico, los efectos de SMK y PCK pasan a ser 0,057 y 0,058 desviaciones estándar, respectivamente.

De estos resultados, se extraen tres conclusiones. En primer lugar, los efectos marginales del SMK y del PCK son ambos positivos, lo cual descarta que sea solo un componente el que determina el impacto del conocimiento docente.

Segundo, los impactos del SMK y PCK sobre el rendimiento educativo son menores que el efecto marginal conjunto que tuvo la variable de conocimiento docente en el modelo simple (tabla 1). Esto indica que el impacto de un docente sobre los logros de aprendizaje de los niños es mayor cuando

el docente cuenta con SMK y PCK a la vez, que cuando cuenta con solo uno de los dos componentes por separado.

Por último, no se puede afirmar cuál de los efectos marginales –del PCK o del SMK– es mayor, ya que, por un lado, el efecto marginal del SMK resulta mayor que el del PCK (columna 1). Pero, cuando se agregan los controles de perfil socioeconómico (columna 2), el efecto marginal del PCK se vuelve mayor.

Para analizar la robustez, en el anexo 8, se muestran modelos adicionales que incorporan distintas especificaciones de los controles de la regresión. Nuevamente, no queda claro qué componente del conocimiento docente es más importante, puesto que en algunos casos el efecto marginal del SMK es mayor que el del PCK y en otros casos ocurre lo contrario. Así, prudentemente concluimos que los impactos del SMK y del PCK sobre los logros educativos son significativos y muy relacionados entre sí, pero no encontramos una respuesta única a cuál de los componentes impacta más.

d. Limitaciones

Nuestra investigación adolece de dos limitaciones principales: (i) un posible error de medición al estimar el conocimiento docente; y (ii) una reducción de la muestra de datos de la EM 2013.

Sobre lo primero, cabe recordar que el conocimiento docente no es observable y fue aproximado mediante un conjunto de preguntas que buscaban evaluar la capacidad de un docente respecto a fracciones en matemáticas. Hay así una medición restringida del CD que podría haber generado un sesgo de atenuación (Pischke, 2007). Es decir, el impacto de mejorar el conocimiento docente en el Perú podría ser mayor que el estimado.

La segunda limitación se debe a una reducción de la muestra de la EM 2013. La muestra de 66.500 alumnos y 3.000 profesores se redujo a 25.000 estudiantes y 2.400 docentes para poder obtener el logro educativo en matemáticas de los alumnos tanto en 2.º de primaria como en 6.º de primaria. Cabe recordar que los datos no se emparejaron perfectamente, por las razones apuntadas en el anexo 4.

7. Conclusiones y recomendaciones

Los resultados de nuestras estimaciones son concluyentes e indican que se verifican nuestras dos hipótesis. Respecto a la primera hipótesis, bajo distintas especificaciones se obtuvo que el conocimiento docente (CD) impacta de manera positiva sobre el aprendizaje de estudiantes. Un aumento de una desviación estándar del CD incrementa los logros educativos en 0,12 desvia-

ciones estándar. Las pruebas validan la robustez de este resultado, tanto en su magnitud como en su nivel de significancia.

También hemos confirmado la relevancia de que los docentes dominen la materia que enseñan (SMK) y cuenten con capacidades pedagógicas para la enseñanza (PCK), al haber mostrado que un profesor con esas dos competencias bien desarrolladas impacta más en el aprendizaje de un niño que un profesor competente en solo una. De hecho, ambas competencias que componen el CD tienen un impacto muy similar sobre los logros educativos, y no se puede colegir qué componente es más importante. En consecuencia, se recomienda que las políticas educativas de acompañamiento pedagógico sean integrales y dirigidas a desarrollar ambas competencias en los profesores.

Respecto a nuestra segunda hipótesis, hemos comprobado que hay evidencia de efectos heterogéneos del CD debido a complementariedades en la función de producción de aprendizajes. Por un lado, los docentes son más productivos cuando educan a niños con mayor *stock* de aprendizajes acumulados; es decir, existe complementariedad dinámica. Por otro lado, los docentes son más productivos cuando enseñan a niños con un mejor entorno educativo dentro del hogar; es decir, existe complementariedad directa. Ambos resultados de complementariedades son robustos.

En efecto, el impacto positivo del CD en el aprendizaje de los alumnos es mayor en los niños de sectores favorecidos del país. Un resultado muy relevante, pues indicaría que las brechas educativas ya existentes en el Perú pueden continuar expandiéndose. Por tanto, si bien debe promoverse que todos los docentes del sistema educativo incrementen su conocimiento, el énfasis al respecto debe estar en los que enseñan a sectores desfavorecidos, a fin de reducir las brechas educativas.

Ambas políticas, de mejora docente en las dos competencias (SMK y PCK) y de énfasis en sectores desfavorecidos, encajan en dos áreas de acción del Minedu: revalorización de la carrera docente y mejora de aprendizajes con énfasis en el cierre de brechas. Por ello, nuestra investigación aporta a un tema vigente en la agenda educativa del país, pese a que tuvimos que reducir la muestra en la base de datos principal (EM 2013) para poder contar con información de logros de aprendizaje de los niños en dos períodos de tiempo y, por distintos motivos, no se pudo obtener un emparejamiento perfecto.

8. Referencias

- Altinok, N. (2013). *The impact of teacher knowledge on student achievement in 14 Sub-Saharan African countries*. París: Unesco.
- Andrabi, T., Das, J., Khwaja, A., & Zajonc, T. (2011). Do value-added estimates add value? Accounting for learning dynamics. *American Economic Journal: Applied Economics*, 3(3), 29-54.
- Banco Mundial. (1996). *India: Primary education achievement and challenges*. Washington D. C.: The World Bank.
- Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world's best-performing school systems come out on top*. McKinsey & Company.
- Bedi, A. S., & Marshall, J. H. (2002). Primary school attendance in Honduras. *Journal of Development Economics*, 69(1), 129-153.
- Behrman, J. R., Ross, D., & Sabot, R. (2008). Improving quality versus increasing the quantity of schooling: Estimates of rates of return from rural Pakistan. *Journal of Development Economics*, 85(1-2), 94-104.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2002). *Working inside the black box: Assessment for learning in the classroom*. Londres: King's College.
- Castro, J. F. (2015). *Linear decompositions of cognitive achievement gaps: A cautionary note and an illustration using Peruvian data*. Working Paper DD1508. Lima: Universidad del Pacífico – Centro de Investigación
- Castro, J. F. (2017). *Revisiting dynamic complementarity in the production of cognitive skills and its implications for a cognitive achievement gap decomposition*. Lima: Universidad del Pacífico.
- Cunha, F., & Heckman, J. (2007). The technology of skill formation. *American Economic Review*, 97(2), 31-47.
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement: A review of state policy evidence. *Education Policy Analysis Archives*, 8(1), 1-44.
- Deming, D., Hastings, J., Cane, T., & Staiger, D. (2014). School choice, school quality and post secondary attainment. *American Economic Review*, 104(3), 1-25.
- Díaz, H., & Saavedra, J. (2000). *La carrera de maestro: factores institucionales, incentivos económicos y desempeño*. Lima: Grupo de Análisis para el Desarrollo.
- Ehrenberg, R. G., & Brewer, D. J. (1995). Did teachers' verbal ability and race matter in the 1960s? *Economics of Education Review*, 14(1), 1-21.
- Eide, E., Goldhaber, D., & Brewer, D. (2004). The teacher labour market and teacher quality. *Oxford Review of Economic Policy*, 20(2), 230-244.
- Espinoza E., Espezuza, L., & Choque, R. (2015). *¿Qué significa ser profesor en el Perú?* Documento de Discusión 11. Lima: Pronabec.
- Frome, P., Lasater, B., & Cooney, S. (2005). *Well-qualified teachers and quality teaching: Are they the same?* Atlanta: Southern Regional Education Board.

- Glewwe, P., & Kremer, M. (2006). Schools, teachers, and education outcomes in developing countries. En E. Hanushek & F. Welch (Eds.), *Handbook of the economics of education*, Vol. 2 (pp. 945-1017). Elsevier B. V.
- Glewwe, P., & Miguel, E. (2008). The impact of child health and nutrition on education in less developed countries. En T. Schultz & J. Strauss (Eds.), *Handbook of development economics*, Vol. 4 (pp. 3561-3606). Elsevier B. V.
- Goe, L. (2002). Legislating equity: The distribution of emergency permit teachers in California. *Education Policy Analysis Archives*, 10(42), 1-50.
- Goldhaber, D., & Brewer, D. (1997). Why don't schools and teachers seem to matter? Assessing the impact of unobservables on educational productivity. *Journal of Human Resources*, 32(3), 505-523.
- Goldhaber, D., & Brewer, D. (1999). Does teacher certification matter? High school teacher certification status and student achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 22(2), 129-145.
- Guadalupe, C., León, J., & Cueto, S. (2013). *Charting progress in learning outcomes in Peru using national assessments*. París y Lima: Unesco.
- Hanushek, E. (1971). Teacher characteristics and gains in student achievement: Estimation using micro data. *American Economic Review*, 61(2), 280-288.
- Hanushek, E. (1992). The trade-off between child quantity and quality. *Journal of Political Economy*, 100(1), 84-117.
- Hanushek, E. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: An update. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19(2), 141-164.
- Hanushek, E., & Rivkin, S. (2006). Teacher quality. En E. Hanushek & F. Welch (Eds.), *Handbook of the economics of education*, Vol. 2 (pp. 1052-1078). Ámsterdam: North-Holland.
- Hanushek, E., Piopunik, M., & Wiederhold, S. (2014). *The value of smarter teachers: International evidence on teacher cognitive skills and student performance*. NBER Working Papers 20727. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Harbison, R., & Hanushek, E. (1992). *Educational performance of the poor: Lessons from rural Northeast Brazil*. Oxford: Oxford University Press.
- Harris, D., & Sass, T. (2011). Teacher training, teacher quality and student achievement. *Journal of Public Economics*, 95(7-8), 798-812.
- Hightower, A., Delgado, R., Lloyd, S., Wittenstein, R., Sellers, K., & Swason, C. (2011). *Improving student learning by supporting quality teaching: Key issues, effective strategies*. Bethesda, MD: Editorial Projects in Education.
- Hill, H., Rowan, B., & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of teacher's mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Jadama, L. (2014). Impact of subject matter knowledge of a teacher in teaching and learning process. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 7, 20-29.

- Kane, T., McCaffrey, D., Miller, T., & Staiger, D. (2013). *Have we identified effective teachers? Validating measures of effective teaching using random assignment*. MET Project Research Paper. Bill & Melinda Gates Foundation.
- Metzler, J., & Woessmann, L. (2010). *The impact of teacher subject knowledge on student achievement: Evidence from within-teacher within-student variation*. IZA Discussion Papers, 4999. Bonn: Institute of Labor Economics.
- Murnane, R. J., & Phillips, B. R. (1981). What do effective teachers of inner-city children have in common? *Social Science Research*, 10(1), 83-100.
- Pischke, S. (2007). *Lecture notes on measurement error*. London School of Economics.
- Rowan, B., Chiang, F., & Miller, R. J. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education*, 70(4), 256-285.
- Schwerdt, G., & Wuppermann, A. (2010). Is traditional teaching really all that bad? A within-student between-subject approach. *Economics of Education Review*, 30(2), 365-379.
- Shepherd, D. (2015). *Learn to teach, teach to learn: A within-pupil across-subject approach to estimating the impact of teacher subject knowledge on South African grade 6 performance*. Stellenbosch Economics Working Papers, 01/15. Sudáfrica: University of Stellenbosch.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Singh, A. (2015). Private school effects in urban and rural India: Panel estimates at primary and secondary school ages. *Journal of Development Economics*, 113(C), 16-32.
- Summers, A., & Wolfe, B. (1977). Do schools make a difference? *American Economic Review*, 67(4), 630-652.
- Tan, J.-P., Lane, J., & Coustère, P. (1997). Putting inputs to work in elementary schools: What can be done in the Philippines? *Economic Development and Cultural Change*, 45(4), 857-879.
- Todd, P., & Wolpin, K. (2003). On the specification and estimation of the production function for cognitive achievement. *The Economic Journal*, 113(485), F3-F33.
- UMC (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes). (2005). *Evaluación nacional del rendimiento estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados*. Lima: Ministerio de Educación – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- UMC (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes). (2014). *Evaluación censal de estudiantes 2013*. Lima: Ministerio de Educación – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- UMC (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes). (2015). *Evaluación censal de estudiantes 2014*. Lima: Ministerio de Educación – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.

- UMC (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes). (2016a). *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes al término de la educación primaria? Informe de logros de aprendizaje y sus factores asociados en la evaluación muestral 2013*. Lima: Ministerio de Educación – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- UMC (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes). (2016b). *Evaluación censal de estudiantes 2015*. Lima: Ministerio de Educación – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Wayne, A. J., & Youngs, P. (2003). Teacher characteristics and student achievement gains: A review. *Review of Educational Research*, 73(1), 89-122.
- Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Richert, A. E. (1987). 150 different ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. En J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking* (pp. 104-124). Sussex, Inglaterra: Holt, Rinehart and Winston.

Anexos

Anexo 1

Tabla 4
Principales controles incluidos en la regresión

VARIABLES DE CONTROL	EXPLICACIÓN DEL VALOR	JUSTIFICACIÓN DE LA INCLUSIÓN
Controles de familia		
Expectativa educativa del padre sobre el hijo	Este índice refleja la percepción del padre sobre el máximo nivel educativo que alcanzará su hijo. Es un índice con valores entre 0 y 1. Un valor cercano a 0 indica que el padre tiene bajas expectativas educativas para su hijo, mientras que un valor cercano a 1 indica que tales expectativas son altas.	Cuando estas expectativas educativas de los padres son altas, pueden elegir para sus hijos escuelas con profesores de mayor SMK y PCK, y también promover su aprendizaje de otras maneras (Glewwe & Kremer, 2006; Altinok, 2013). Este importante control caracteriza el entorno educativo del niño.
Controles de colegio		
Infraestructura del colegio y disponibilidad de materiales	Este índice se compone de (1) pistas y veredas; (2) electricidad; (3) red pública de agua; (4) red de telefonía; (5) señal de internet; y (6) disponibilidad de materiales (carpetas suficientes, escritorios suficientes, libros suficientes, materiales del aula, y plana docente completa). El índice se encuentra entre 0 y 1. Un valor de 0 indica que no se cuenta con ninguno de los factores antes mencionados, y un valor de 1 indica que se cuenta con todos.	Una omisión común en los modelos de <i>value added</i> son los controles por infraestructura educativa y materiales disponibles del colegio. Numerosas investigaciones resaltan la importancia de estos factores intraescuela para los logros de aprendizaje de los alumnos (Banco Mundial, 1996; Harbison & Hanushek, 1992; Goe, 2002). Es posible que docentes con alto CD no puedan generar esos logros debido a carencias en dichos factores.

Controles del profesor de matemáticas		
Motivación del profesor	Índice que va de 0 a 1, donde 1 indica que el profesor se encuentra muy satisfecho de su relación con: (a) los estudiantes evaluados, (b) los respectivos padres de familia, (c) el director de la institución educativa, (d) los otros docentes de la institución educativa, (e) los promotores o propietarios de la institución educativa; así como (f) la programación curricular de la institución educativa, (g) las normas y la disciplina de la institución educativa, (h) la infraestructura y recursos educativos de la institución educativa, e (i) su remuneración.	La literatura económica educativa ha tenido dificultad de medir la motivación de los profesores, lo que ha generado un problema potencial de sesgo por variable omitida en la medición causal de la calidad docente. Esto ya que profesores más motivados incitan más aprendizaje de estudiantes, pero también acumulan más conocimiento de la materia de su curso e incluso pueden mejorar su pedagogía (Altinok, 2013). Esto indica la importancia de incluir este control en la estimación.
Controles adicionales (variables socioeconómicas determinantes de los insumos)		
Lengua materna	Variable <i>dummy</i> con un valor de 1 si la lengua materna del estudiante es castellano y 0 si no.	Como se menciona en Castro (2015), la inclusión de estos determinantes exógenos se realiza para controlar por la posibilidad de haber omitido insumos relevantes en la función de producción de aprendizaje. Su inclusión ayuda a evaluar la robustez del modelo.
Ámbito geográfico	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el estudiante estudia en un colegio que pertenece al ámbito urbano y 0 si pertenece al rural.	
Gestión del colegio	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el colegio es gestionado de manera privada y 0 si es estatal.	
Autoeficacia del estudiante	Este índice refleja la autopercepción del estudiante sobre su rendimiento, con valores entre 0 y 1, donde un valor cercano a 0 indica que el estudiante piensa que no podrá obtener buenas calificaciones.	
Liderazgo del director	Índice con valores entre 0 y 1, cercano a 0 cuando el director carece de liderazgo.	
Sexo	Variable <i>dummy</i> que toma el valor de 1 si el estudiante es hombre y el valor de 0 si es mujer.	

Elaboración propia.

Anexo 2

Figura 5
Ejemplo de pregunta que evalúa el SMK

3. Al resolver el siguiente problema:

La siguiente figura muestra un bloque que representa $\frac{1}{6}$ de un sólido.



¿Cuántos bloques se deben agregar a esta figura para mostrar el sólido completo?

algunos estudiantes respondieron que se deben agregar 6 bloques para mostrar el sólido completo. Una adecuada explicación de por qué responden de ese modo es:

(Marque solo **una respuesta**)

- a) comprenden muy bien el concepto de fracción, ya que cumple con tomar 1 de 6.
- b) porque se muestra una parte de otras 6, siendo entonces una respuesta correcta.
- c) no comprenden que el bloque mostrado también es parte del total.
- d) no comprenden el problema porque lo que debe hacer el estudiante es dividir el bloque mostrado en 6 partes iguales.

Fuente: UMC (2016a).

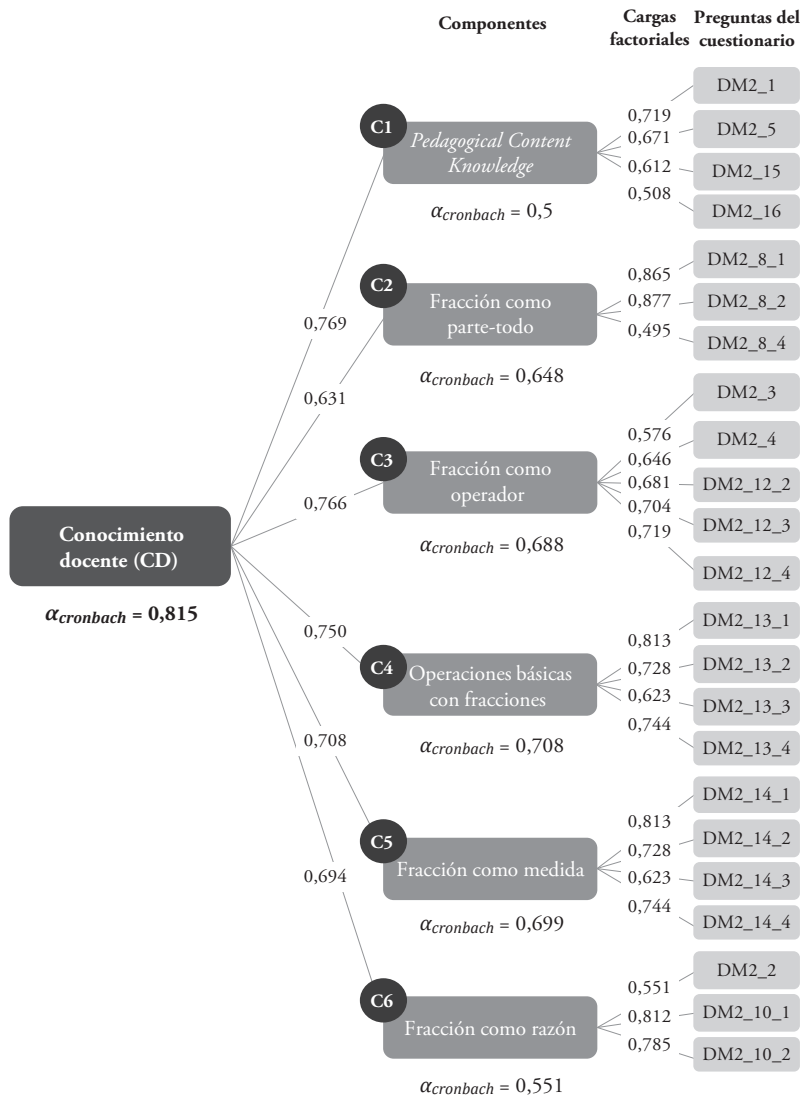
Figura 6
Ejemplo de pregunta que evalúa el PCK

16. Formule un problema de contexto cotidiano en el que intervenga la siguiente operación: $2\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

Fuente: UMC (2016a).

Anexo 3

Figura 7
Construcción del conocimiento docente



Elaboración propia.

Anexo 4

Tabla 5
Razones de la coincidencia imperfecta de los datos

-
- No todos los estudiantes que rindieron la ECE 2009 rindieron la EM 2013, ya que pueden haber repetido o haberse retirado en alguno de los grados intermedios (también pueden haber migrado al exterior o fallecido).
 - Los estudiantes en la ECE 2009 pueden haber sido evaluados en 4.º grado (en vez de en el 2.º) de primaria, porque asistían a una escuela que desarrollaba Educación Intercultural Bilingüe.
 - Puede existir una gran cantidad de estudiantes que no fueron evaluados en la ECE 2009, debido a la fuerte oposición a rendir la prueba en algunas regiones como Ayacucho, Cajamarca, Cusco, Huancavelica, Puno, entre otras.
 - El emparejamiento por nombres y apellidos es un proceso en el que hay un margen de error originado por la manera en que cada aplicador registró dichos datos.

Estas cuatro razones fueron brindadas por el Minedu en respuesta a una consulta formal, luego de solicitar los datos emparejados de la ECE 2009 y la EM 2013. Vale señalar que el Ministerio solo reporta la cantidad total de datos no emparejados, sin desagregarlos por cada una de las razones.

Anexo 5

Tabla 6
Pruebas de robustez para el modelo simple

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Conocimiento docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente) ²	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice de recursos educativos del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura escolar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por expectativa de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal: $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0,1179*** (0,0021)	0,1186*** (0,0021)	0,0950*** (0,0023)	0,1003*** (0,0023)	0,1026*** (0,0023)
<i>N</i>	17.404	17.404	17.404	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

Anexo 6

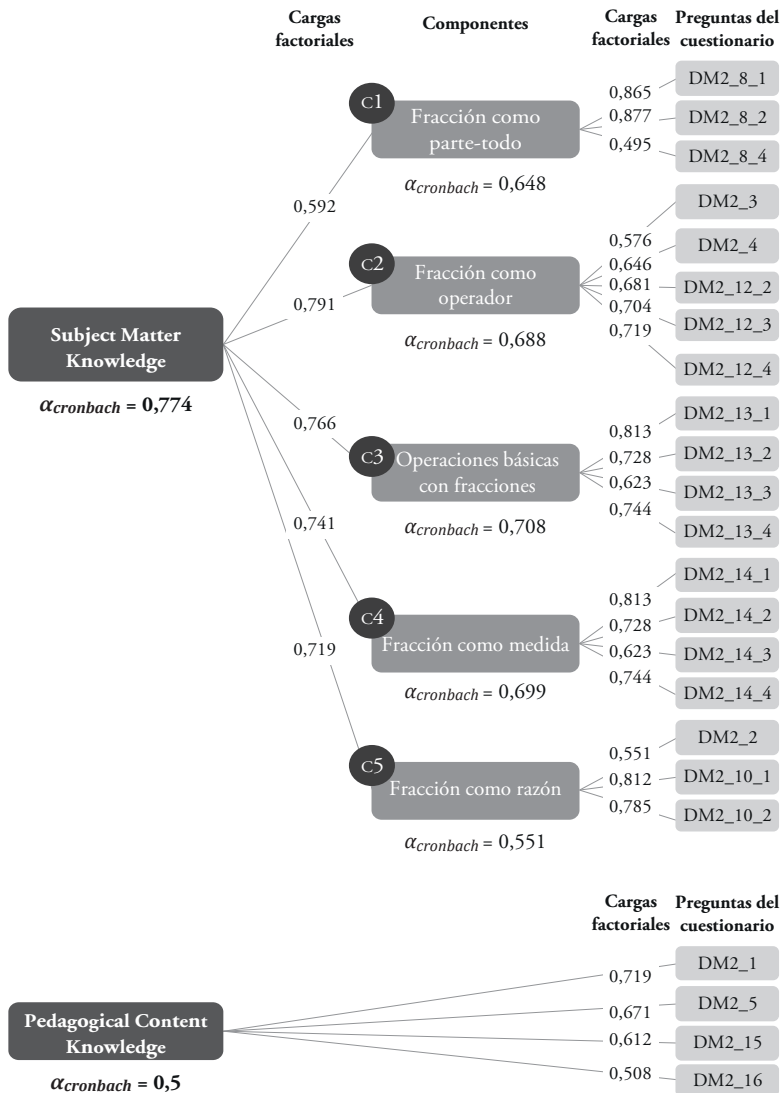
Tabla 7
Pruebas de robustez para el modelo con complementariedades

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Conocimiento docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente)	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice de recursos educativos del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
(Conocimiento docente)*	0,0004***	0,0004***	0,0004***	0,0003***	0,0003***
(Logro educativo pasado)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,000)
(Conocimiento docente)*	0,0001***	0,0001***	0,0001***	0,0001***	0,0001***
(Índice del hogar)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,000)
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura escolar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal: $\frac{\partial A_{it}}{\partial CD_{it}}$	0,1167*** (0,0021)	0,1174*** (0,0021)	0,0956*** (0,0023)	0,1008*** (0,0023)	0,1031*** (0,0023)
<i>N</i>	17.404	17.404	17.404	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.

Anexo 7

Figura 9
Construcción desagregada del conocimiento docente



Elaboración propia.

Anexo 8

Tabla 8
Pruebas de robustez para el modelo con conocimiento docente desagregado

	Logro de aprendizaje				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
<i>SMK</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
$(SMK)^2$	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
<i>PCK</i>	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
$(PCK)^2$	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Logro de aprendizaje pasado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Índice del hogar	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Expectativas de los padres	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Satisfacción del docente	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Infraestructura y materiales escolares	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por lengua materna	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por ámbito geográfico	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Control por gestión del colegio	No	No	Sí	Sí	Sí
Control por autoeficacia del estudiante	No	No	No	Sí	Sí
Control por liderazgo del director	No	No	No	No	Sí
Control por sexo	No	No	No	No	No
Efecto marginal (SMK)	0,0704*** (0,0026)	0,0726*** (0,0026)	0,058*** (0,0027)	0,0536*** (0,0027)	0,0567*** (0,0027)
Efecto marginal (PCK)	0,0596*** (0,0026)	0,0577*** (0,0026)	0,0543*** (0,0026)	0,0592*** (0,0026)	0,0576*** (0,0026)
<i>N</i>	17.404	17.404	17.404	17.404	17.404

Notas. * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$. Errores estándar entre paréntesis. El efecto marginal se evalúa en el promedio de las variables de análisis.