



**UNIVERSIDAD
DEL PACÍFICO**

**Escuela de
Postgrado**

**“MERCADO PERUANO DE CONTRATOS FORWARD DE DIVISAS: UNA
ESTIMACION DEL PRECIO DE MERCADO DE RIESGO MEDIANTE
MODELOS ESTOCASTICOS - SIMULACION”**

**Trabajo de Investigación presentado
para optar al Grado Académico de
Magíster en Finanzas**

**Presentado por
MARCO ANTONIO RISCO MEJIA
HERCY ANTONIO PERALES PAZ**

Asesor: Richard Gutiérrez Leon

[009-0003-0818-6241](tel:009-0003-0818-6241)

Lima, noviembre 2012

REPORTE DE EVALUACIÓN DEL SISTEMA ANTIPLAGIO

A través del presente, JOSÉ MARTÍN MAGUIÑA ALIAGA deja constancia que el trabajo de investigación titulado “**MERCADO PERUANO DE CONTRATOS FORWARD DE DIVISAS: UNA ESTIMACION DEL PRECIO DE MERCADODE RIESGO MEDIANTE MODELOS ESTOCASTICOS - SIMULACIÓN**” presentado por Don **MARCO ANTONIO RISCO MEJIA** y Don **HERCY ANTONIO PERALES PAZ**, para optar el Grado de Magíster en Finanzas fue sometido al análisis del sistema antiplagio Turnitin del programa Blackboard el 14 de febrero del 2023 dando el siguiente resultado:



Fecha: 06 de marzo de 2023



**UNIVERSIDAD
DEL PACÍFICO**

Escuela de
Postgrado

A mis padres por ser el pilar fundamental de todo lo que soy, a mi familia por su apoyo incondicional. Todo este trabajo ha sido posible gracias a ellos.

Marco

Dedicamos el presente trabajo al Ing. Jorge Perales Laos, familia, amistades quienes fueron y serán una fuente permanente de amor, esfuerzo, sacrificio y cariño.

Hercy



**UNIVERSIDAD
DEL PACÍFICO**

Escuela de
Postgrado

Agradecemos al profesor Richard Gutiérrez quién con su permanente asesoría, supo orientarnos adecuadamente para lograr la culminación del presente trabajo de investigación.

Asimismo, expresamos nuestro agradecimiento al director José Maguiña por su apoyo; y al MAG. David Orozco por sus recomendaciones para la elección del tema materia de la presente investigación.

ÍNDICE

Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Índice de Materias	IV y V
Introducción	6
Capítulo I. Marco Teórico	9
1. Descripción de Mercados de Divisas en el Perú	9
1.1. Definición de Tipo de Cambio	9
1.2. Divisas en el Mercado Peruano	9
1.3. Estructura del Mercado de Divisas Peruano	10
1.4. Características del Mercado Forward de Monedas en el Perú	11
1.5. Entidades Participantes en el Mercado Peruano	14
1.6. Instrumentos del Mercado Peruano	17
2. Teoría Matemática	19
2.1. Procesos Estocásticos	19
2.2. Calculo Estocástico	21
2.3. Integración Estocástica	23
2.4. Cambio de Medida de Probabilidad	24
2.5. Valorización del Derivado	27
Capítulo II. Metodologías de Estimación del Premio de Riesgo	30
1. Modelamiento del Tipo de Cambio Spot	30
1.1. Modelo del Proceso de Difusión del Precio Spot	31
1.2. Calibración de Parámetros	32

2. Arbitraje y Probabilidad de Riesgo Neutro en la Estimación del Tipo de Cambio Forward	35
2.1. Valuación del Riesgo Neutro	35
2.2. Proceso de Difusión del Tipo de Cambio Spot en la Medida de Probabilidad de Riesgo Neutro	36
2.3. Valorización del Tipo de Cambio Forward	38
3. Estimación del Precio del Mercado de Riesgo	39
Capítulo III. Resultados Obtenidos	43
Capítulo IV. Conclusiones y Recomendaciones	46
1. Conclusiones	46
2. Recomendaciones	47
Bibliografía	48
Anexo I	49

INTRODUCCIÓN

Hace ya más de dos décadas que el Perú pasó por una serie de reformas estructurales que introdujeron la priorización del mercado como mecanismo para la asignación de los recursos de la economía. Estas reformas aunadas al saludable manejo macroeconómico de nuestra economía, han sido un proxy del sostenido proceso de apreciación de nuestra moneda (PEN¹) frente al dólar norteamericano (USD).

El crecimiento sostenido del PBI desde 1995 (sólo disminuyó en 0.7% en 1998, teniendo una tasa media de 7.2% en los últimos 6 años), el ingreso de capitales extranjeros, la desdolarización continua de la liquidez del sistema bancario (el coeficiente de dolarización en 1994 era 64%, en la actualidad es 38%), entre otros factores han hecho de la política monetaria un tema crucial en el desarrollo del país. Es en este contexto que el BCRP utiliza comúnmente dos recursos para preservar su estabilización: 1) Regula la tasa de interés de referencia para contener las presiones inflacionarias, y 2) Interviene en el mercado cambiario para frenar las presiones apreciatorias del Nuevo Sol.

La estabilidad del sistema monetario del Perú, ha permitido el desarrollo del mercado Over The Counter (OTC), siendo uno de sus instrumentos financieros más importantes los contratos forward de tipo de cambio (para el año 2000, ya se tenían posiciones de más de USD 1 billón, entre compras y ventas, mientras que en 2006 creció en más del 80% respecto al año anterior). Los contratos forward de divisas, son calculados en la actualidad mediante el uso de la teoría de paridad de tasas de interés y de mercados eficientes [14], sin embargo, es amplia la literatura sobre la existencia del premio de riesgo en el mercado de divisas, y su influencia en explicar la divergencia entre el tipo

¹ En los sistemas de negociación electrónicos utilizados tanto en el sistema financiero internacional como en el nacional, se denota a la moneda con tres iniciales, las dos primeras denotan el país de emisión, y la última el nombre de la moneda. En este caso, por ejemplo, PEN (PE: Perú, N: Nuevo Sol) y USD (US: United State, D: Dollar).

de cambio forward y el tipo de cambio spot a partir del cual fue calculado.

El presente trabajo de investigación analiza el premio de riesgo que se viene incorporando en los contratos forward de divisas. Para lo cual se modela el activo subyacente del derivado financiero, el tipo de cambio spot, como una ecuación diferencial estocástica, a partir del cual valorizamos el derivado utilizando la medida de probabilidad de riesgo neutro. Se desarrolla una metodología para estimar el precio de mercado del riesgo, el cual es un factor esencial para estimar el precio de derivados financieros cuyo activo subyacente es un activo de inversión, como es el caso del tipo de cambio.

El precio de mercado del riesgo es el factor que relaciona el premio de riesgo esperado al negociar un derivado financiero, con la magnitud de volatilidad (riesgo) de ese derivado. En analogía con el Capital Asset Pricing Model (CAPM) – donde el factor beta define la proporción de la volatilidad (riesgo) del activo que debería ser incorporada en el premio de riesgo esperado para negociar ese activo – el factor denominado precio de mercado de riesgo, define la proporción de la volatilidad (riesgo) del contrato forward de divisas que debería ser incorporada en el premio de riesgo para negociar ese contrato.

Con el presente trabajo de investigación se busca comprender mejor la dinámica del riesgo inherente a la volatilidad del tipo de cambio spot y tipo de cambio forward, de manera que los agentes involucrados puedan evaluar eficientemente sus contratos, en un esquema de mercado competitivo.

El trabajo de investigación está organizado de la siguiente manera: El Capítulo I introduce el marco teórico de la organización del mercado de divisas peruano, indicando su estructura, los tipos de contrato que se negocian, y los agentes de mercado que intervienen, y sienta las bases matemáticas para la caracterización de un proceso estocástico, mediante el uso de su ecuación diferencial estocástica, y

presenta herramientas tales como el Lemma de Itô y los teoremas de cambio de medida de probabilidad utilizados en la valorización de derivados. El Capítulo II se presenta la metodología usada para estimar el precio de mercado de riesgo, para lo cual se caracteriza el proceso de difusión del tipo de cambio spot en la medida de probabilidad de riesgo neutro, a través de su ecuación diferencial estocástica, y se valoriza el tipo de cambio forward, a través del valor esperado del derivado descontado a la tasa libre de riesgo. El Capítulo III presenta los resultados obtenidos. Las conclusiones y recomendaciones son presentados en el Capítulo IV. Adicionalmente se incluye un anexo con los resultados de las simulaciones para distintos periodos anuales, y para diferentes contratos de tipo de cambio forward a 30, 60 y 90 días.

CAPITULO I

MARCO TEORICO

1. Descripción de Mercados de Divisas en el Perú

1.1. Definición de Tipo de Cambio

El tipo de cambio es el precio de la moneda de un país en términos de la moneda de otro país², esto quiere decir que gracias a esto podemos comparar los precios de un mismo producto o servicio entre 2 distintos países.

Nuestro Marco teórico, está orientado en la relación entre las monedas del Perú, el Nuevo Sol (PEN), y la moneda emitida por los Estados Unidos de Norteamérica, el Dólar Americano (USD). Con esto, definiremos el tipo de cambio PEN/USD como la cantidad de nuevos soles que se deben intercambiar por una unidad de dólares americanos.

Tomando en cuenta las variaciones en el tipo de cambio, nos encontraremos con una apreciación o depreciación de la moneda. Definimos como una apreciación³ del Nuevo Sol con respecto al Dólar Americano como una caída en el precio del tipo de cambio, en nuevos Soles por Dólar Americano.

1.2. Divisas en el Mercado Peruano

El Mercado de Divisas determina los tipos de cambio entre monedas mediante la interacción de la oferta y demanda de los agentes económicos involucrados en dicho proceso. El mercado de divisas peruano, es donde se negocian operaciones de compra-venta, principalmente entre las monedas de Nuevo Sol y el Dólar

2 Krugman, Paul. *International Economics: Theory and Policy*, 2002.

3 Usualmente los libros de texto distinguen entre los términos "devaluación o reevaluación", cuando la economía ha establecido un régimen de tipo de cambio fijo; y los términos "depreciación o apreciación", cuando se trata de un régimen con tipo de cambio flotante. Al respecto, la economía peruana mantiene un régimen de "flotación sucia" mediante la cual, el tipo de cambio flota según factores de mercado, sin embargo, el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) puede intervenir en el mercado de divisas mediante operaciones de compra y venta de dólares.

Americano a un tipo de cambio PEN/USD determinado.

1.3. Estructura del Mercado de Divisas Peruano

Existen dos tipos de contratos en el mercado de divisas peruano:

i. Contratos Spot

Es cuando la transacción se realiza inmediatamente o al contado (tiempo = 0).

Es cuando el comprador y el vendedor de la divisa acuerdan que tanto la entrega y el pago se realizarán inmediatamente, estas transacciones determinan el tipo de cambio spot.

ii. Contratos Forward.

Es cuando se negocian las operaciones en el tiempo = 0, con una fecha de liquidación futura y a un precio a plazo acordado. Los agentes económicos se obligan a intercambiar en una fecha establecida, un monto determinado de una moneda a cambio de otra, a un tipo de cambio acordado; estas operaciones no implican ningún desembolso hasta el vencimiento de contrato.

Es necesario indicar que los forward de divisas son una clase de instrumentos financieros derivados⁴. Al respecto, el mercado de derivados a nivel internacional, puede estructurarse bajo dos modalidades:

i. Mercado Organizado.

También denominados mercado de futuros financieros, son aquellos que se caracterizan principalmente por contar con contratos estandarizados (precios, fechas y cantidades) y por qué los activos subyacentes, son entregados

⁴ Instrumento financiero que cumple con las siguientes condiciones: (a) su valor razonable fluctúa en respuesta a cambios en el nivel o precio de un activo subyacente, (b) no requiere una inversión inicial neta o sólo obliga a realizar una inversión inferior a la que se requeriría en contratos que responden de manera similar a cambios en las variables de mercado y (c) se liquida en una fecha futura. Fuente: Resolución SBS N° 1737-2006, Reglamento Para la Negociación y Contabilización de Productos Financieros Derivados en las Empresas del Sistema Financiero, 2006

mediante una cámara de compensación o clearing house.

ii. Mercado Over-The-Counter (OTC).

Las operaciones se realizan fuera de los mercados organizados, mediante contratos bilaterales privados. En el mercado peruano, los Forwards, se realizan en los mercados OTC.

1.4. Características del Mercado Forward de Monedas en el Perú

1.4.1. Clasificación del forward según tipo de liquidación

Según la modalidad de liquidación, los contratos forward se clasifican en:

i. Delivery Forward:

Cuando las partes se obligan a la entrega y recepción física de los flujos de efectivo establecidos en el Contrato en la fecha convenida (al vencimiento de la operación).

ii. Non-Delivery Forward:

Cuando al vencimiento de la operación, el comprador o vendedor deberá realizar un pago por la diferencia entre el precio pactado y el tipo de cambio de mercado del día de vencimiento, de acuerdo con la fórmula de liquidación establecida en el Contrato Específico.

1.4.2. Clasificación del forward según tipo de cobertura⁵

Según la modalidad de cobertura, los contratos forward se clasifican en:

i. Productos financieros derivados para negociación (especulativos)

Son operaciones mediante las cuales las empresas bancarias toman una

⁵ Resolución SBS N° 1737-2006, Reglamento para la Negociación y Contabilización de Productos Financieros Derivados en las Empresas del Sistema Financiero, 2006.

posición en el mercado forward apostando sobre una tendencia determinada del activo subyacente (tipo de cambio, para este caso). Por lo tanto, estarán expuestas al riesgo de mercado.

ii. Productos financieros derivados con fines de cobertura (hedge o cobertura)

Mediante las cuales las empresas se cubren contra el riesgo de mercado asociado a una operación, tomando la posición contraria en el activo subyacente o simplemente “fijando el precio” (el tipo de cambio, para este caso). Por lo tanto, No estarán expuestas al riesgo de mercado.

1.4.3. Contratos para la negociación de forwards de monedas

La realización de operaciones forward requiere el cumplimiento de ciertas condiciones previas entre las partes. Para operaciones con contrapartes locales destacan los contratos marco y específicos:

i. Contrato Marco

Contiene los términos que se aplicarán a todas las operaciones forward específicas entre las partes. Este contrato detalla las definiciones, características de las operaciones, prácticas generales, penalidades, términos de liquidación y otros términos aplicables.

ii. Contrato Específico

Se sujeta a los términos y condiciones del Contrato Marco y precisa los términos de cada operación forward. Los Contratos Específicos pueden incorporar condiciones especiales que el Contrato Marco no especifique. La firma del Contrato Específico constituye la confirmación de la operación.

Para el caso de contrapartes no residentes se usa el estándar internacional que es el contrato ISDA⁶ y sus respectivos anexos.

⁶ International Swaps and Derivatives Association (ISDA): Organización internacional de participantes del mercado de derivados OTC.

1.4.4. Mercados disponibles para su negociación

Las empresas bancarias locales cuentan con los siguientes mercados para la negociación de las operaciones forward de monedas:

i. Mercado financiero peruano:

Mercado OTC, cuyo horario oficial es de lunes a viernes de 9:00 a.m. a 1.30 p.m. (hora oficial del Perú). Sin embargo, por excepción, las empresas bancarias y sus clientes también pueden realizar operaciones fuera del horario oficial. Las operaciones se realizan principalmente por Reuters dealing, Bloomberg, Datatec⁷ o por teléfono.

ii. Mercado financiero internacional:

El mercado de monedas es el mercado financiero más grande del mundo, con volúmenes diarios negociados de aproximadamente 3.2 trillones de dólares. Los cruces más importantes, entre las que destaca el EUR/USD, negocian las 24 horas del día.

1.4.5. Plataformas Electrónicas para la Negociación

Se utilizan los siguientes sistemas para la negociación de los forward de monedas:

i. Reuters dealing

Sistema de comunicación utilizado por los principales participantes del mercado, tanto nacionales como internacionales. La comunicación es en tiempo real. Guarda e imprime las conversaciones realizadas como sustento de las operaciones.

⁷ Sistemas de información financiera o Fuentes de precio de libre acceso, de acuerdo a lo definido en la Resolución SBS No 1737-2006, Reglamento para la Negociación y Contabilización de Productos Financieros Derivados en las Empresas del Sistema Financiero, 2006.

ii. Bloomberg

Sistema de información y comunicación utilizado en mesas de trading a nivel mundial. Guarda las conversaciones realizadas como sustento de las operaciones.

iii. Datatec

Permite operar el USD/PEN spot en el sistema y forward de monedas. El sistema utiliza distintas pizarras para mostrar precios que pueden ser aplicados por los distintos participantes del mercado, siempre y cuando cuenten con una línea de crédito con la contraparte. El sistema cuenta con un módulo para registrar las distintas líneas de crédito.

iv. Teléfono

Ante la falla o falta de los sistemas antes mencionados se opera vía telefónica. Se cuenta con un sistema de grabación de llamadas para evitar cualquier tipo de controversia entre las partes.

1.5. Entidades Participantes en el Mercado Peruano

En particular, se pueden distinguir los siguientes agentes económicos:

1.5.1. Banca Comercial

En el Perú las entidades bancarias pueden tener una participación activa en la negociación de divisas o, en todo caso, mantener su rol de intermediación financiera, atendiendo a clientes nacionales o extranjeros que desean invertir en el mercado de divisas peruano.

Desde el punto de vista regulatorio⁸, como condición previa a la negociación, las

⁸ Véase la Resolución SBS No 509-1998, Reglamento para la supervisión de riesgos de mercado, 1998, y la Resolución SBS No 031-2008, Reglamento para la Gestión Integral de Riesgos, 2008.

entidades bancarias deberán tener una Estructura Organizacional adecuada, que permita la correcta separación e independencia de funciones entre el área que toma la posición (Front Office), el área que la registra (Back Office) y el área que controla el riesgo asumido (Middle Office).

1. Front Office (Tesorería)

La Tesorería de una entidad bancaria está conformada por la Mesa de Negociación o Trading, la Mesa de Administración de Activos y Pasivos (ALM) y la Mesa de Distribución. La mesa de Trading será responsable de la negociación de divisas (incluyendo forwards) generando ingresos o pérdidas tanto mediante la toma directa de posiciones como mediante la atención de clientes.

2. Middle Office (Unidad de Riesgos de Mercado)

La Unidad de Riesgos de Mercado participará en el diseño y el establecimiento de políticas y procedimientos para la identificación y administración de los riesgos de mercado asociados a la negociación de divisas, esta función incluye el establecimiento de límites de exposición a los que se encuentran sujetas las posiciones. Asimismo, deberá llevar el registro a valor de mercado de las posiciones en divisas incluyendo en instrumentos financieros derivados.

3. Back Office de Tesorería (Operaciones)

Esta unidad se encarga de verificar y liquidar todas las operaciones que realiza la Tesorería. También será la responsable de la liquidación, confirmación y conciliación de las operaciones que se realicen con instrumentos derivados.

1.5.2. Empresas

Especialmente las transnacionales o grandes corporaciones, quienes operan con diversas monedas debido al giro internacional del negocio.

1.5.3. Instituciones Financieras No Bancarias

La desregulación financiera, alrededor del mundo, motivó el origen de instituciones que ofrecían servicios financieros distintos a la tradicional banca comercial como la banca de inversión, los fondos de inversión, los fondos de cobertura (hedge funds⁹). Asimismo, es posible incluir en esta categoría a las empresas de seguros, así como a las administradoras privadas de fondos de pensiones, las cuales, previa autorización de la SBS, pueden contratar derivados con fines de cobertura¹⁰.

1.5.4. Banco Central

Establece los lineamientos de la política monetaria y cambiaria de la economía. En particular:

- Realiza operaciones de compra y venta de moneda extranjera a través de la banca comercial.
- Realiza subastas de CDBCRP¹¹ con fines de “esterilización” monetaria. Cabe anotar que el BCRP no realiza operaciones con instrumentos financieros derivados.

Cabe indicar que en economías parcialmente dolarizadas¹², como la peruana, donde los bancos están permitidos de aceptar depósitos y otorgar créditos tanto en moneda nacional como en moneda extranjera, existe un mercado de divisas interno más dinámico que incluye otros agentes como las propias familias e individuos, empresas locales, fondos mutuos, casas de cambio, empresas de transferencia de fondos, etc.

9 Un fondo de grandes inversionistas sin excesiva regulación, lo que les permite utilizar instrumentos de inversión sofisticados como derivados, inversiones apalancadas, etc. Fuente: www.investopedia.com

10 Resolución SBS No 11153-2008.

11 CDBCRP es un Certificado de Depósito del Banco Central de Reserva del Perú, ver Apartado 1.6 Instrumentos del Mercado Peruano, en el presente capítulo.

12 Se debe tomar en cuenta que la dolarización actual corresponde a una dolarización de activos o Financiera y ya no a una sustitución monetaria. Fuente: Quispe, Zenón, Política Monetaria en una economía con dolarización parcial: el caso del Perú. 2000.

1.6. Instrumentos del Mercado Peruano

La función principal de una institución bancaria es la de cumplir el rol de intermediario financiero realizando la transferencia de agentes con fondos excedentarios hacia aquellos con fondos deficitarios, aprovechando sus economías de escala. De esta manera, una empresa bancaria obtiene fondos principalmente, mediante depósitos del público, de otras empresas financieras y de organismos financieros internacionales. Asimismo, puede obtener fondos mediante adeudos (por préstamos) y obligaciones financieras tanto de Instituciones locales (Banco Central, COFIDE u otras empresas financieras) como de instituciones extranjeras.

Además, el banco podrá destinar dichos fondos hacia colocaciones o inversiones; éstas últimas representan aproximadamente el 15% del activo bancario.

En particular, la empresa podrá invertir dichos fondos en:

- i. Instrumentos representativos de capital (acciones, principalmente).
- ii. Instrumentos representativos de deuda, que pueden ser Bonos Corporativos, Bonos Soberanos o Certificados de Depósitos del Banco Central.

Asimismo, de acuerdo a lo establecido en la Ley General del Sistema Financiero y del Sistema de Seguros y Orgánica de la SBS (Ley N° 26702), las empresas bancarias podrán realizar operaciones de compra y venta de Moneda Extranjera y, adicionalmente, previa autorización de la Superintendencia de Banca, Seguros y Administradoras de Fondos de Pensiones (SBS¹³) y opinión favorable del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), podrá realizar operaciones con instrumentos financieros derivados para negociación o

¹³ Resolución SBS No 1737-2006, Reglamento para la Negociación y Contabilización de Productos Financieros Derivados en las Empresas del Sistema Financiero, 2006.

cobertura.

La Banca Comercial como el resto de Instituciones Financieras y empresas peruanas o extranjeras, cuentan con intermediarios que permiten realizar operaciones spot de monedas. Asimismo, cuentan con un mercado OTC que les permiten tomar posiciones en Instrumentos financieros derivados y en particular, en forward de monedas.

En el caso peruano, el Banco Central cuenta con una activa participación en el mercado cambiario (compra y venta de moneda extranjera) mediante su mesa de negociaciones. El objetivo implícito, según el mismo BCRP, es de evitar una excesiva volatilidad del tipo de cambio y administrar, de esta forma, los riesgos asociados a la dolarización financiera de nuestro país. Al respecto, debería quedar claro que dicha intervención no implica un objetivo de cierto nivel del tipo de cambio pues ello no sería consistente con el esquema de metas de inflación actualmente establecido por dicha institución, restándole credibilidad a la política monetaria. El BCRP cuenta con los siguientes instrumentos de mercado:

i. Compra y venta de moneda extranjera por medio de la Mesa de Negociación

Mediante la compra o venta de moneda extranjera, el BCRP aumenta o reduce la emisión, en un contexto de dolarización de depósitos. El BCRP siempre ha establecido que interviene en el mercado de moneda extranjera sólo en caso de movimientos significativos y temporales del tipo de cambio.

ii. Subasta de Certificados de Depósito del Banco Central de Reserva del Perú (CDBCRP)

La subasta de estos instrumentos denominados en nuevos soles tiene como objetivo eliminar el exceso de moneda doméstica en el mercado. Se realiza una subasta de precio discriminado, entre las entidades bancarias, hasta llegar a la cantidad de emisión necesaria para la “Esterilización”. De esta manera, ante la

compra de moneda extranjera por medio de su mesa de negociación, el ente emisor retira los nuevos soles usados en dicha operación mediante la subasta de CDBCRP.

Finalmente, el BCRP establece requerimientos de encaje¹⁴ por moneda que permiten restringir el ritmo de crecimiento de liquidez y crédito de las entidades bancarias, mediante el aumento del costo de fondeo de los mismos (aumento de brechas entre tasas de interés activas y pasivas de los bancos).

2. Teoría Matemática

2.1. Procesos Estocásticos

Un proceso estocástico es una caracterización estadística de un conjunto de variables, que evolucionan de manera aleatoria en función de otra variable, generalmente el tiempo [3]. Algunos ejemplos de procesos estocásticos son: la ubicación de una partícula en un sistema físico, el precio de las acciones en los mercados financieros, las tasas de interés, etc.

2.1.1. Movimiento Browniano

Otro ejemplo de proceso estocástico es el movimiento aleatorio que se observa en las partículas de polen suspendidas en agua, también conocido como Movimiento Browniano. Este movimiento recibe su nombre en honor al inglés Robert Brown, biólogo y botánico quién descubrió este fenómeno en 1827, y permitió luego su posterior descripción matemática [4].

Definición 2.1.1 El proceso estocástico $W = (W_t : t \geq 0)$ es llamado movimiento

¹⁴ El requerimiento de encaje se define como las reservas de activos líquidos que los intermediarios financieros deben mantener para fines de regulación monetaria por disposición del Banco Central de Reserva. El BCRP establece que las entidades financieras mantengan como fondos de encaje un porcentaje de sus obligaciones, tanto en moneda nacional como extranjera. Estos fondos de encaje pueden constituirse bajo la forma de efectivo, que se encuentra en las bóvedas de las entidades financieras, y como depósitos en cuenta corriente en el Banco Central. Fuente: www.bcrp.gob.pe.

browniano, o proceso Wiener, en la medida de probabilidad objetiva P , si sólo si:

- (i) W_t es continuo, y $W_0 = 0$
- (ii) $W_t - W_s$ es independiente de $(W_u : u \leq s)$ para todo $s \leq t$
- (iii) $W_t - W_s$ tiene una distribución normal $N(0, t-s)$ para todo $s \leq t$, bajo la medida de probabilidad objetiva P

Es importante resaltar algunas características importantes del movimiento browniano [1]:

- A pesar de que W_t es continuo en cualquier punto t , no es diferenciable (con probabilidad 1) en ningún punto t .
- El movimiento browniano puede eventualmente tomar cualquier valor real no importando cuán grande o negativo pueda ser éste. W puede tomar el valor de un millón de unidades sobre el eje Y en un momento determinado, sin embargo, volverá (con probabilidad 1) nuevamente a ser cero, en algún tiempo posterior.
- No importa a la escala que se examina el movimiento browniano, siempre presenta la misma estructura. El movimiento Browniano es un fractal.

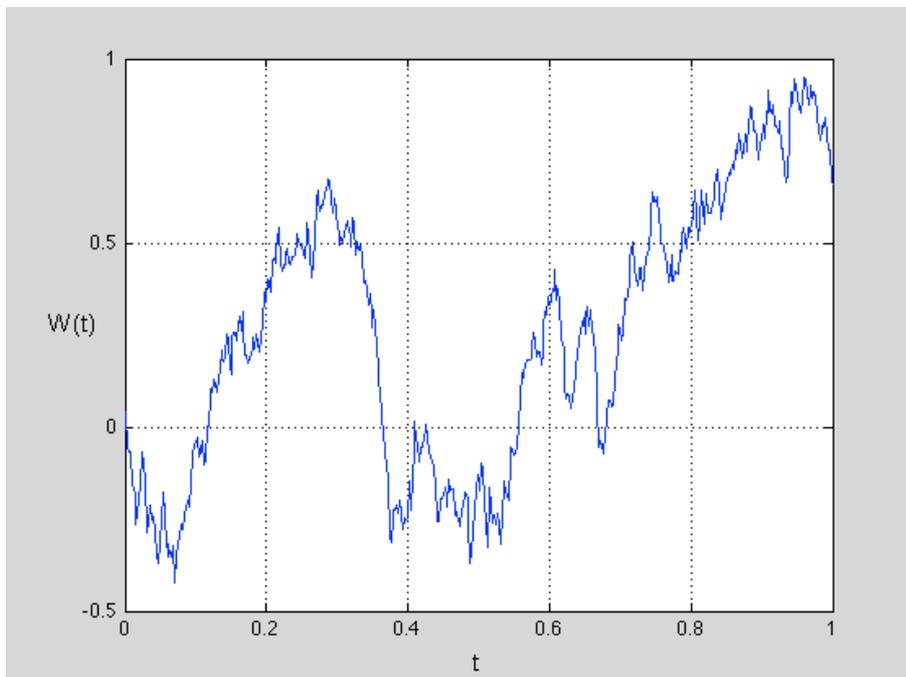


Figura 1 Un movimiento browniano aleatorio
en el intervalo de tiempo [0,1]

El movimiento browniano constituye una pieza importante en la construcción de modelos financieros de los precios de las acciones, tasas de interés, tipos de cambio, y es utilizado para la valoración de los derivados de estos activos subyacentes.

2.2. Cálculo Estocástico

El cálculo diferencial permite que una función f_t pueda ser aproximada mediante el cambio en sus valores sobre un intervalo de tiempo t de longitud infinitesimal dt de la siguiente manera:

$$df_t = \mu_t dt$$

Donde μ es conocido como la pendiente o trayectoria de la función f_t y puede

cambiar en cada intervalo de tiempo t .

En lugar de tener una trayectoria μ_t directa en cada intervalo de tiempo, la trayectoria puede depender del actual valor de la función f_t , específicamente si la trayectoria μ_t es igual a $\mu(f_t, t)$, donde $\mu(x, t)$ es una función conocida, tendríamos:

$$df_t = \mu(f_t, t)dt$$

Este tipo de ecuaciones son llamadas ecuaciones diferenciales ordinarias, y en muchas ocasiones no pueden ser solucionables, e incluso tener más de una solución.

El movimiento browniano, por otro lado, posee la propiedad de auto-similitud, a través de la cual conserva su estructura a diferentes escalas, es decir a medida que se va realizando un zoom, la nueva gráfica sigue siendo un movimiento browniano, de la misma forma en que se comporta el ruido [1].

En el cálculo estocástico, podemos expresar un proceso estocástico X_t como la composición de un término determinístico basado en dt , y de un término browniano o aleatorio, basado en el incremento infinitesimal de W_t al cual denotamos por dW_t , de esta manera el cambio infinitesimal de X_t estará dado por [2]:

$$dX_t = \sigma_t dW_t + \mu_t dt$$

Donde σ_t es la volatilidad del proceso estocástico X_t en el tiempo t , y μ_t es la

trayectoria de X_t en t . Ambas variables al igual que X_t , cuyos valores en el tiempo t pueden depender de la historia F_t , pero no del futuro, son llamadas *adaptadas* a la filtración F del movimiento browniano W_t .

De manera análoga, si la volatilidad σ_t y la trayectoria μ_t dependen del actual valor del proceso X , tendríamos:

$$dX_t = \sigma(X_t, t)dW_t + \mu(X_t, t)dt$$

Este tipo de ecuaciones son llamadas ecuaciones diferenciales estocásticas o procesos de difusión [2].

Definición 2.1.2 Un proceso estocástico X_t es un proceso continuo ($X_t : t \geq 0$) tal que X_t puede ser escrito como:

$$X_t = X_0 + \int_0^t \sigma(X_s, s)dW_s + \int_0^t \mu(X_s, s)dt \quad (1.1)$$

Donde $\sigma(X_t, t)$ y $\mu(X_t, t)$ son procesos aleatorios tal que $\int_0^t (\sigma(X_s, s)^2 + |\mu(X_s, s)|)ds$, es finito para todo valor de tiempo t (con probabilidad 1). La forma diferencial de esta ecuación es:

$$dX_t = \sigma(X_t, t)dW_t + \mu(X_t, t)dt \quad (1.2)$$

2.3. Integración Estocástica

La transformación del cambio infinitesimal dX_t dado por la ecuación (1.2), al

proceso continuo X dado por la ecuación (1.1) no es inmediato, debido principalmente a que el proceso W_t es continuo, pero no diferenciable. La integración estocástica es una generalización del concepto ordinario de la integral de Riemman-Stieltjes, en dos aspectos:

- i) La integral estocástica trata con variables aleatorias, y
- ii) La integración estocástica se realiza con respecto a una función no diferenciable.

2.3.1. Lemma de Itô

El Lemma de Itô es una de las herramientas más útiles en el cálculo estocástico [1], debido a que permite la representación de una función X_t a partir de su ecuación diferencial estocástica.

Definición 2.1.3 Si f es una función determinística doblemente continua diferenciable, y $(X_t : t \geq 0)$ es un proceso estocástico regido por la ecuación diferencial estocástica:

$$dX_t = \sigma(X_t, t)dW_t + \mu(X_t, t)dt$$

Luego $Y_t := f(X_t, t)$ es también un proceso estocástico y está dado por:

$$dY_t = \left(\sigma(X_t, t) \frac{\delta f}{\delta X_t} \right) dW_t + \left(\frac{\delta f}{\delta t} + \mu(X_t, t) \frac{\delta f}{\delta X_t} + \frac{1}{2} \sigma(X_t, t)^2 \frac{\delta^2 f}{\delta X_t^2} \right) dt$$

2.4. Cambio de Medida de Probabilidad

El concepto del cambio de la medida de probabilidad es de central importancia en la teoría de la valorización de derivados [2]. La medida de probabilidad objetiva o

real, también conocida como medida de probabilidad P , es la medición de la probabilidad de que el proceso estocástico tome un valor en el mundo real, sobre la cual podríamos determinar que el valor esperado del proceso estará gobernado por la Ley de los Grandes Números [1], que sugiere un valor probable de acuerdo con las probabilidades históricas. El proceso de difusión que describe el comportamiento del proceso X_t de la ecuación 1.2 está formulado en la medida de probabilidad P , dada la definición 2.1.1 del movimiento browniano. Sin embargo, para la valorización de derivados es necesario reformular el proceso de difusión en la medida de probabilidad de riesgo neutro, también conocida como medida de probabilidad Q o la medida de la martingala.

2.4.1. Derivación de Radon-Nikodym

Dada las medidas de probabilidad equivalentes P y Q , y un tiempo de horizonte T , se puede definir una variable aleatoria $\frac{dQ}{dP}$ definida en P – caminos posibles, tomando valores reales positivos tal que:

$$(i) \quad E_Q(X_T) = E_P\left(\frac{dQ}{dP} X_T\right), \text{ para todos los valores } X_T \text{ conocidos en el horizonte } T$$

$$(ii) \quad E_Q(X_t / F_s) = \zeta_s^{-1} (E_P(\zeta_t X_t / F_s)), \quad s \leq t \leq T$$

Donde ζ_t es el proceso $E_P\left(\frac{dQ}{dP} / F_t\right)$, y E_s es el valor esperado en la medida de probabilidad S , y X_t es un proceso adaptado a la historia F_t

2.4.2. Teorema de Cameron-Martin-Girsanov

El teorema C-M-G establece un enlace entre las dos medidas de probabilidades

P y Q , y describe como cambia la dinámica del proceso de difusión [1], cuando la medida de probabilidad original es cambiada a una medida de probabilidad equivalente.

Definición 2.1.4 Si W_t es un P –movimiento browniano y γ_t es un F –proceso previsible que satisface la condición límite $E_p \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^T \gamma_t^2 dt\right) < \infty$, luego existe una medida Q tal que:

(i) Q es equivalente a P

$$(ii) \quad \frac{dQ}{dP} = \exp\left(-\int_0^T \gamma_t dW_t - \frac{1}{2} \int_0^T \gamma_t^2 dt\right)$$

(iii) $\tilde{W}_t = W_t + \int_0^t \gamma_s ds$, es un Q –movimiento browniano

En otras palabras, \tilde{W}_t es un Q –movimiento browniano con una trayectoria $-\gamma_t$ al tiempo t .

2.4.3. Teorema de Representación de la Martingala

Definición 2.1.5 Un proceso estocástico M_t es una martingala con respecto a una medida de probabilidad P si sólo si:

$$(i) \quad E_p(|M_t|) < \infty, \text{ para todo } t$$

$$(ii) \quad E_p(M_t / F_s) = M_s, \text{ para todo } s \leq t$$

Definición 2.1.6 El teorema de representación de la martingala, supone que M_t es un Q –martingala, cuya volatilidad σ satisface la condición adicional que

siempre sea diferente de cero (con probabilidad 1). Luego si N_t es otra Q -martingala, existe un F -proceso previsible ϕ tal que $\int_0^T \phi_t^2 \sigma_t^2 dt < \infty$ con probabilidad 1, y N_t puede ser escrita como:

$$N_t = N_0 + \int_0^t \phi_s dM_s$$

Donde ϕ_t es esencialmente única.

Uno de los más importantes conceptos en finanzas es la medida de probabilidad de riesgo neutro (también conocida como una medida de la martingala) [1], en la cual para un proceso X_t en un determinado tiempo t , el siguiente valor en el tiempo es igual al presente valor observado, condicionado a su historia F_t .

2.5. Valorización del Derivado

Hasta el momento se han presentado las herramientas matemáticas necesarias para la valorización de un derivado en general – Lemma de Itô, el Teorema de Cameron-Martin-Girsanov, y el Teorema de la Representación de la Martingala. A continuación, mostraremos el procedimiento para valorizar un derivado [1]:

1. Modelamos el proceso de difusión del activo subyacente X_t , mediante una ecuación diferencial estocástica, gobernada por un término determinístico basado en dt , y un término browniano basado en dW_t , tal como se muestra en la ecuación (1.2), dada en la medida de probabilidad P .
2. Encontrar una medida de probabilidad Q bajo la cual X_t es una martingala. Con este fin realizamos lo siguiente:

- a. Definimos un proceso descontado B_t^{-1} , y formamos el proceso

descontado del activo subyacente $Z_t = B_t^{-1}$, y un arbitrario payoff descontado $B_t^{-1}V$. Cabe resaltar que el payoff V es el resultado del derivado que queremos valorizar.

- b. Utilizamos el Teorema de Cameron-Martin-Girsanov para hacer que Z_t sea una martingala en la medida de probabilidad Q , con lo que dZ_t quedará expresada en términos de $d\tilde{W}_t$.
 - c. Bajo la medida de probabilidad Q , convertimos el payoff descontado $B_t^{-1}V$ en un proceso $E_t = E_Q(B_t^{-1}V/F_t)$, de modo que E_t es una Q -martingala.
 - d. Dado que E_t y Z_t son martingalas en la medida de probabilidad Q , invocamos el Teorema de la Representación de la Martingala, de modo que obtendremos un F -proceso previsible ϕ_t , tal que $dE_t = \phi_t dZ_t$. Esta condición nos asegura poder construir un portafolio replicante del payoff arbitrario V , que sea autofinanciado [1], es decir que el valor en un instante del tiempo del portafolio replicante dependerá únicamente del valor de cada activo que lo conforman en el mismo instante de tiempo.
 - e. La construcción de un portafolio replicante de un payoff V nos permite valorizar adecuadamente el derivado de acuerdo a la Ley de No Arbitraje [1,6].
3. Calcular el valor esperado (expectancia) del resultado (payoff) del derivado en análisis, pero sobre la base del proceso de difusión del activo subyacente en la medida de probabilidad de riesgo neutro o medida de probabilidad Q , descontar el valor esperado del resultado del derivado a la tasa libre de riesgo.

La valorización del tipo de cambio forward utiliza este procedimiento de 3 pasos, y se verá con mayor detalle en el siguiente capítulo.

CAPITULO II

METODOLOGIA DE ESTIMACION DEL PREMIO DE RIESGO

1. Modelamiento del Tipo de Cambio Spot

El Perú está sujeto a un régimen cambiario de flotación administrada, dentro del cual la autoridad monetaria interviene solo para evitar fluctuaciones bruscas en tipo de cambio¹⁵.

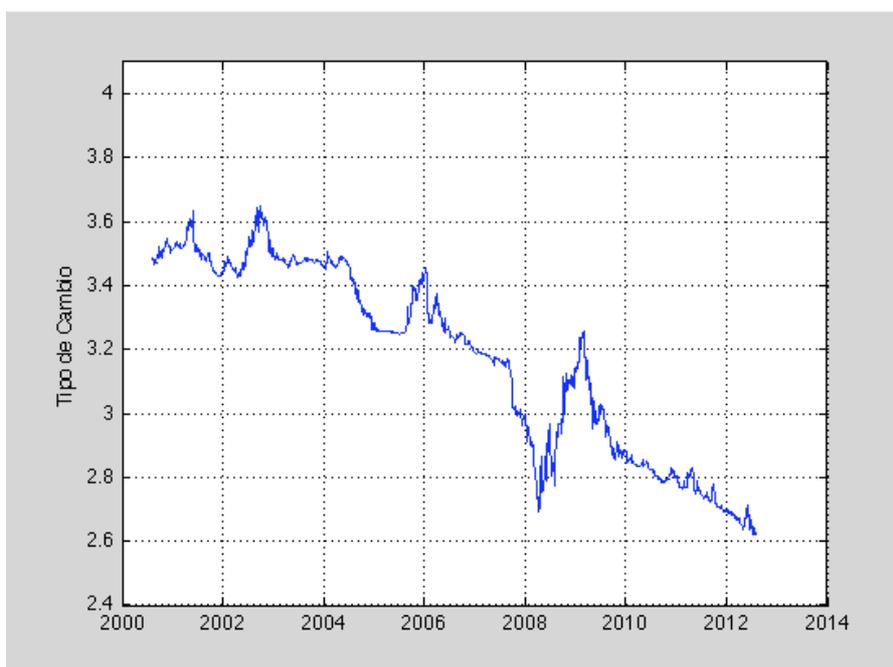


Figura 2 Tipo de Cambio Spot
Periodo 2000 - 2012

En la Figura 2, podemos apreciar el tipo de cambio graficado desde el periodo 2000 hasta agosto de 2012, podemos notar que cada año el tipo de cambio tiende a un valor medio anual, producto de las intervenciones del BCRP, sin embargo, debido entre otros factores al crecimiento sostenido del PBI en el Perú, en ratios

¹⁵ Entre 1990 y 2000, el Perú fue el único país de la Comunidad Andina que mantuvo el régimen cambiario de flotación controlada. Fuente: Carlos Parodi Trece, Globalización y Crisis Financieras Internacionales, 2008.

mayores que el de Estados Unidos, la moneda local ha ido apreciándose con el correr de los años.

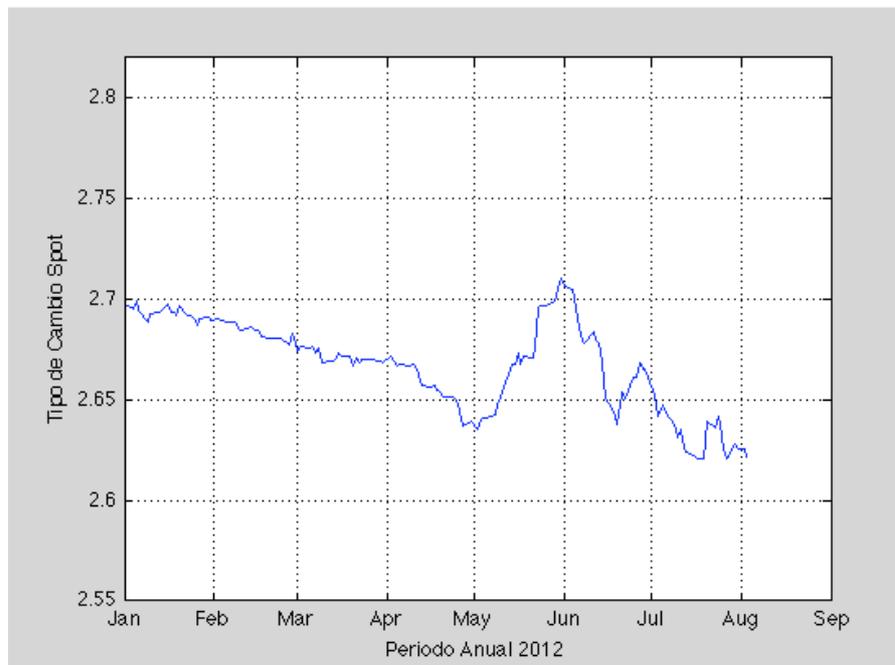


Figura 3. Tipo de Cambio Spot
Período 2012

La Figura 3 muestra la evolución del tipo de cambio spot en lo que va del año 2012, podemos notar claramente la tendencia a un valor medio.

1.1. Modelo del Proceso de Difusión del Precio Spot

El modelo utilizado es el propuesto por Hui y Lo [9], que emplea un modelo logarítmico de reversión a la media (MRL por sus siglas en inglés), para caracterizar el precio spot del tipo de cambio mediante la siguiente ecuación estocástica diferencial:

$$\frac{dS}{S} = \alpha W_t + k \left(\ln \bar{S} - \ln S \right) dt \quad (1.3)$$

Donde:

\bar{S} : Valor medio de reversión del proceso aleatorio del tipo de cambio spot.

S : Proceso aleatorio del tipo de cambio spot.

k : Velocidad de reversión al valor medio de largo plazo.

σ : Volatilidad del proceso aleatorio del tipo de cambio spot.

dW_t : Movimiento browniano (distribución normal media 0 y varianza 1)

La determinación de la ecuación (1.3) es el primer paso del procedimiento de valorización de un derivado descrito en la sección 2.5 del capítulo anterior, donde caracterizamos el tipo de cambio spot, activo subyacente, mediante la calibración de parámetros del modelo MRL propuesto. La calibración de parámetros, como veremos en la siguiente sección, se realizará basado en los valores históricos del activo subyacente, tipo de cambio spot, tomando periodos anuales para la calibración de la velocidad de reversión al valor medio k , y de la volatilidad del proceso aleatorio del tipo de cambio spot σ . Cabe resaltar que se toman valores históricos debido a que el proceso de difusión del tipo de cambio spot esta dado en la medida de probabilidad objetiva o medida de probabilidad P .

En el presente trabajo de tesis se utilizará el tipo de cambio spot diario de cierre, sin embargo, el modelo también es válido para caracterizar el precio del tipo de cambio intradía.

1.2. Calibración de Parámetros

La ecuación (1.3) es aplicable para variables en tiempo continuo, por lo que discretizamos el modelo MRL de acuerdo a lo expuesto por Clewlow [7,8], y de esta manera aproximar los parámetros de la ecuación diferencial estocástica propuesta por Hui y Lo [9]. Con este fin hacemos $x = \ln S$, con lo que se tendría:

$$dx = \sigma dW_t + k \left(\bar{x} - x \right) dt \quad (1.4)$$

La ecuación (1.4) puede ser discretizada de la siguiente forma:

$$\Delta x = \alpha_0 + \alpha_1 x + \sigma \varepsilon_t \quad (1.5)$$

Donde:

- (i) $\alpha_0 = k \bar{x} \Delta t$ y $\alpha_1 = -k \Delta t$
- (ii) $\varepsilon_t \sim N(0,1)$
- (iii) $\Delta X = \ln \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)$

Esto implica que las observaciones del tipo de cambio spot a través del tiempo, pueden ser consideradas como observaciones de una relación lineal entre ΔX_t y X_t en presencia de ruido (representada por $\sigma \varepsilon_t$). Por tanto, realizando una regresión lineal de las observaciones de ΔX_t versus X_t , podemos estimar los valores de α_0 y α_1 , en la medida que estimamos el intercepto y la pendiente de la ecuación lineal de regresión respectivamente. Desde que conocemos el intervalo de tiempo entre observaciones Δt podemos calcular k y \bar{x} . La volatilidad σ puede ser calculada de la distribución normal del error de la regresión.

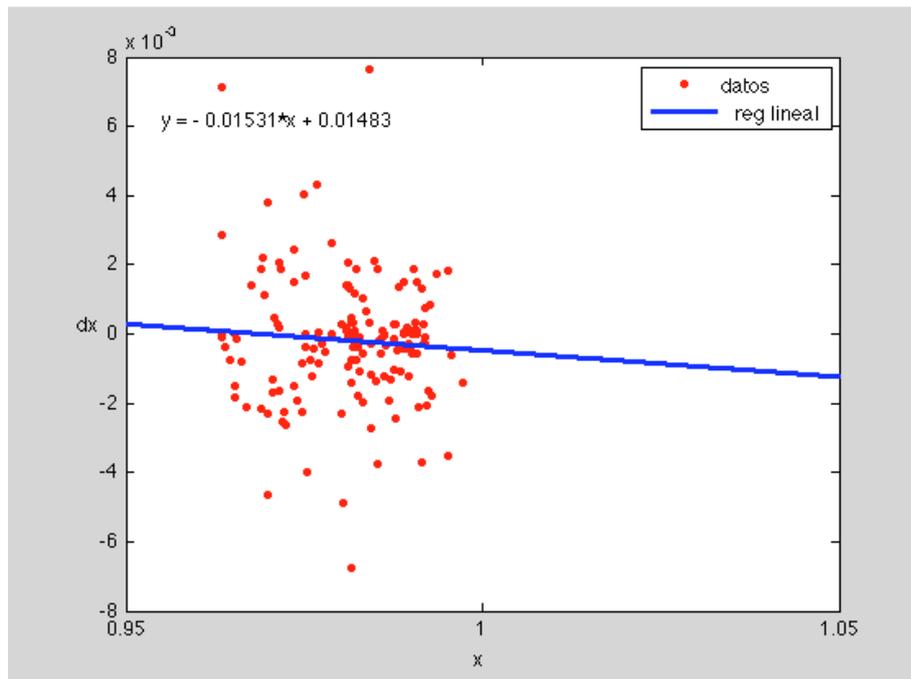


Figura 4. Regresión lineal de las ratios de reversión a la media del tipo de cambio spot del periodo 2012

Por ejemplo, la información del tipo de cambio spot del periodo 2012 contiene 151 muestras, con lo que $\Delta t = 0.0066$. La Figura 4 muestra los datos en términos de ΔX_t versus X_t , y también la ecuación de la regresión lineal estimada.

Los parámetros de la regresión lineal para este caso son:

$$\alpha_0 = 0.01483 \text{ (intercepto de la ecuación de regresión)}$$

$$\alpha_1 = -0.01531 \text{ (pendiente de la ecuación de regresión)}$$

Con lo que tendremos la siguiente calibración:

$$\bar{x} = -\frac{\alpha_0}{\alpha_1} = 0.9691$$

$$k = -\frac{\alpha_1}{\Delta t} = 2.3116$$

$$\sigma = 0.0019 * \sqrt{250} = 0.029417, \text{ volatilidad anualizada}$$

Los resultados obtenidos nos indican que la velocidad de reversión k es igual a 2.3116, el valor de medio de largo plazo es $\bar{S} = \exp(x) = 2.6355$ PEN/USD, y la volatilidad σ anualizada es 2.9417%. Cabe indicar que la calibración de los parámetros del proceso de difusión del tipo de cambio spot se ha realizado en la medida de probabilidad objetiva o real.

2. Arbitraje y Probabilidad de Riesgo Neutro en la Estimación del Tipo de Cambio Forward

Uno de los conceptos fundamentales utilizado por la teoría financiera para el modelamiento del Riesgo de Mercado, es la Ley del Precio Único, también conocida como Ley de No Arbitraje [6]. De acuerdo con la Ley de No Arbitraje, el precio a futuro o precio esperado de un activo incierto, no se encuentra determinado por la Ley de los Grandes Números, ya que ésta sólo sugiere un valor probable de acuerdo con las probabilidades históricas. El precio esperado de un activo incierto se encuentra en realidad determinado por un mecanismo completamente diferente, que está asociado a las oportunidades de arbitraje de precios que los agentes económicos pueden aprovechar y que fuerzan un precio de equilibrio esperado [1].

2.1. Valuación de Riesgo Neutro

De acuerdo con Orosco y Tirado [11], la Valuación de Riesgo Neutro es definitivamente la herramienta más importante en el análisis de derivados financieros. Su concepción resultó de evidenciar que las ecuaciones que expresan el precio de derivados financieros sobre activos subyacentes, no incorporan ninguna variable que sea afectada por el grado de aversión al riesgo de los agentes involucrados en su negociación. Entonces, si las preferencias de riesgo de los inversionistas no entran en la ecuación, éstas no pueden afectar la solución.

Por lo tanto, cualquier conjunto de preferencias de riesgo puede ser utilizado para evaluar el precio de un derivado. Específicamente, puede hacerse un supuesto muy conveniente: se puede asumir que todos los inversionistas son neutrales al riesgo [10].

La determinación del precio de cualquier derivado, y específicamente el tipo de cambio forward, puede ser formulada utilizando el siguiente procedimiento [1]:

1. Cambiar la medida de probabilidad del proceso de difusión del activo subyacente, el tipo de cambio spot, esto implica dejar la medida de probabilidad objetiva o real (que está asociada al grado de aversión al riesgo del inversionista), y trabajar con la medida de probabilidad de riesgo neutro.
2. Calcular el valor esperado (expectancia) del resultado (payoff) del derivado en análisis, en este caso el tipo de cambio forward, pero sobre la base del proceso de difusión del activo subyacente (tipo de cambio spot) en la medida de probabilidad de riesgo neutro. Descontar el valor esperado del resultado del derivado a la tasa libre de riesgo.

2.2. El Proceso de Difusión del Tipo de Cambio Spot en la Medida de Probabilidad de Riesgo Neutro

De acuerdo con Wong y Lau [13], el proceso de difusión de riesgo neutro que corresponde al proceso de difusión planteado en la Ecuación 1.3 (medida de probabilidad objetiva o real), puede ser representado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dS}{S} = \sigma dW_t + \left(k \left(\ln \bar{S} - \ln S \right) + (r - r_f) \right) dt \quad (1.6)$$

Donde:

\bar{S} : Valor medio de reversión del proceso aleatorio del tipo de cambio spot,

obtenido mediante la calibración de parámetros del proceso de difusión en la medida de probabilidad objetiva.

S : Proceso aleatorio del tipo de cambio spot.

k : Velocidad de reversión al valor medio de largo plazo, obtenido mediante la calibración de parámetros del proceso de difusión en la medida de probabilidad objetiva.

σ : Volatilidad del proceso aleatorio del tipo de cambio spot, obtenido mediante la calibración de parámetros del proceso de difusión en la medida de probabilidad objetiva.

r : Tasa de interés doméstica de referencia.

r_f : Tasa de interés extranjera de referencia.

dW_t : Movimiento browniano (distribución normal media 0 y varianza 1)

La determinación de la ecuación (1.6) es el segundo paso del procedimiento de valorización de un derivado descrito en la sección 2.5 del capítulo anterior, el detalle de su derivación puede verse en [9,13].

Haciendo $x = \ln S$, $\theta = \left(\ln \left(S - \frac{\sigma^2}{2k} \right) + \frac{(r - r_f)}{k} \right)$, e incorporando el precio de mercado

de riesgo λ , para luego aplicar el Lemma de Itô [9], sobre x en la ecuación (1.6), tenemos:

$$\begin{aligned} S &= \exp(x), & \theta^* &= \theta - \lambda \\ dx &= \alpha dW_t + k(\theta^* - x)dt & x_0 &= \ln S_0 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Donde S_0 es el valor inicial del tipo de cambio spot. La ecuación (1.7) es una forma corta de escribir la ecuación (1.6), y es muy útil en el proceso de simulación del método de Monte Carlo, se tiene además que todos los parámetros del proceso de difusión en la medida de probabilidad de riesgo neutro o medida de

probabilidad Q son conocidos, con excepción del precio de mercado de riesgo λ , cuyo valor vamos a inferir de los precios del tipo de cambio forward.

2.3. Valorización del Tipo de Cambio Forward

De acuerdo con Baxter [1], podemos definir el resultado del derivado (payoff) como:

$$\text{payoff} = S_T - K$$

Donde S_t es el valor en el tiempo futuro T del proceso de difusión en la medida de probabilidad de riesgo neutro, y K es el tipo de cambio forward pactado a T días.

El precio del derivado pactado en el tiempo t viene dado por [5]:

$$f(S_0) = \exp(-r_f(T-t)) E_Q[S_T - K/S_0] \quad (1.8)$$

Donde:

- S_0 : Precio del tipo de cambio spot en el momento de la firma del contrato.
- $f(S_0)$: Valor del contrato forward.
- T : Fecha de liquidación del contrato forward.
- r_f : Tasa de interés libre de riesgo
- S_T : Precio del tipo de cambio spot en la fecha de liquidación del contrato.
- K : Precio pactado del tipo de cambio forward al momento del contrato.
- E_Q : Expectancia condicional, en la medida de probabilidad de riesgo neutro.

La determinación de la ecuación (1.8) es el tercer y último paso del procedimiento de valorización de un derivado descrito en la sección 2.5 del capítulo anterior,

donde la expectativa condicional E_Q es obtenida mediante la simulación de 2000 caminos del método de Monte Carlo del resultado del derivado (payoff = $S_T - K$), el cual a su vez está determinado por el proceso de difusión S_T del tipo de cambio spot en la medida de probabilidad Q dado por la ecuación (1.7).

Toda vez que el contrato forward de tipo de cambio no tiene costo por ninguno de los agentes participantes, el valor del contrato forward $f(S_0)$ se encuentra determinado por el valor de K (precio de tipo de cambio forward pactado) que haga cero la ecuación (1.8).

3. Estimación del Precio del Mercado de Riesgo

Habiendo definido el valor del contrato del tipo de cambio forward $f(S_0)$ (Ecuación 1.8), podemos explicar a continuación el proceso de estimación del Precio de Mercado de Riesgo λ , infiriéndolo del precio del tipo de cambio forward pactado.

En la Ecuación (1.8), a excepción del valor de K que sería conocido e igual al precio pactado del tipo de cambio forward, y del valor de r_f que también sería conocido e igual a la tasa libre de riesgo, el valor esperado dependerá básicamente del proceso de difusión de la variable estocástica S_t que viene a ser el tipo de cambio spot en la medida de probabilidad Q . Pero como ya se ha explicado previamente en la sección 2.2, se han caracterizado todos los parámetros del proceso de difusión (ecuación 1.7), con excepción del precio de mercado de riesgo λ .

Entonces, asumiendo inicialmente un valor de λ de cero, se utiliza el método de Monte Carlo sobre el proceso de difusión de riesgo neutro del precio de tipo de cambio spot para encontrar el valor esperado que plantea la Ecuación 1.8. A continuación, tomando como referencia el trabajo de Orosco y Tirado [11],

mediante un proceso de iteraciones sucesivas (Método de la Secante) sobre el valor esperado, se encuentra el valor de lambda (λ) que haga cero este valor esperado.

De este modo encontraremos un conjunto de valores de lambda (λ), que correspondan a cada precio de tipo de cambio forward pactado.

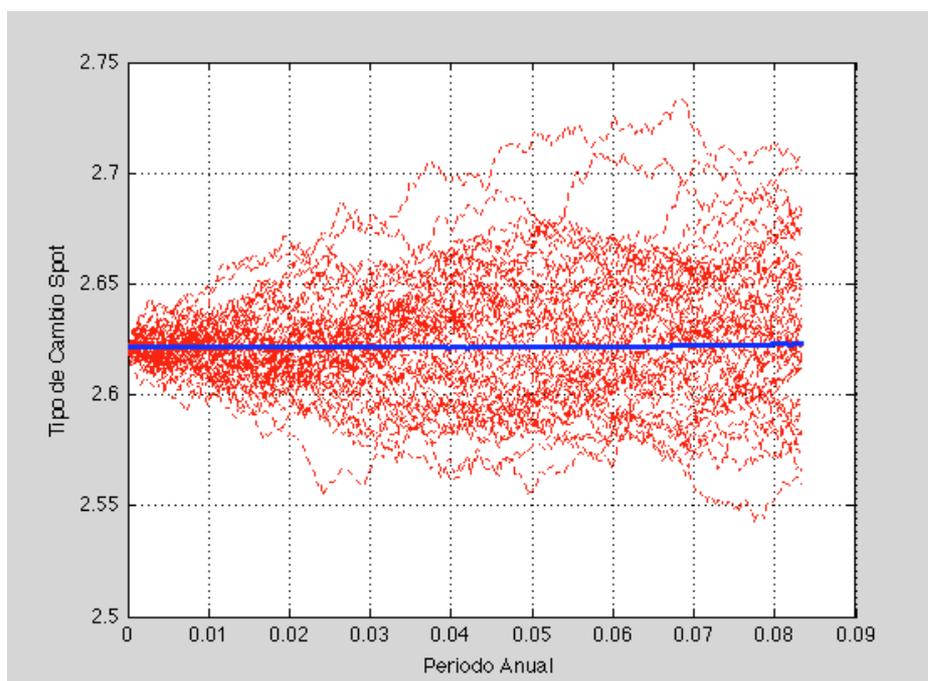


Figura 5. Simulación de Montecarlo del Q-Proceso de Difusión

La Figura 5 muestra los 50 primeros caminos de Monte Carlo, de los 2000 simulados del proceso de difusión S_t en la medida de probabilidad Q , gobernado por la Ecuación 1.7. El eje de las abscisas esta en escala anual, la curva de color azul es el promedio de los 2000 posibles valores de S_t en cada intervalo de tiempo t , la simulación ha permitido calcular el valor de lambda tal que el promedio de la diferencia entre los diferentes valores de S_t ($T = 0.0833$ años ó 30 días) y el tipo de cambio forward a 30 días pactado al tiempo $t = 0$, sea igual a cero.

Podemos observar que el Q -proceso de difusión S_t toma diferentes valores aleatorios al momento final de la simulación, esto está regido por la componente aleatoria de la Ecuación 1.7 (movimiento browniano). En la Figura 6 podemos observar la distribución normal que toman estos valores al tiempo $T = 30$ días.

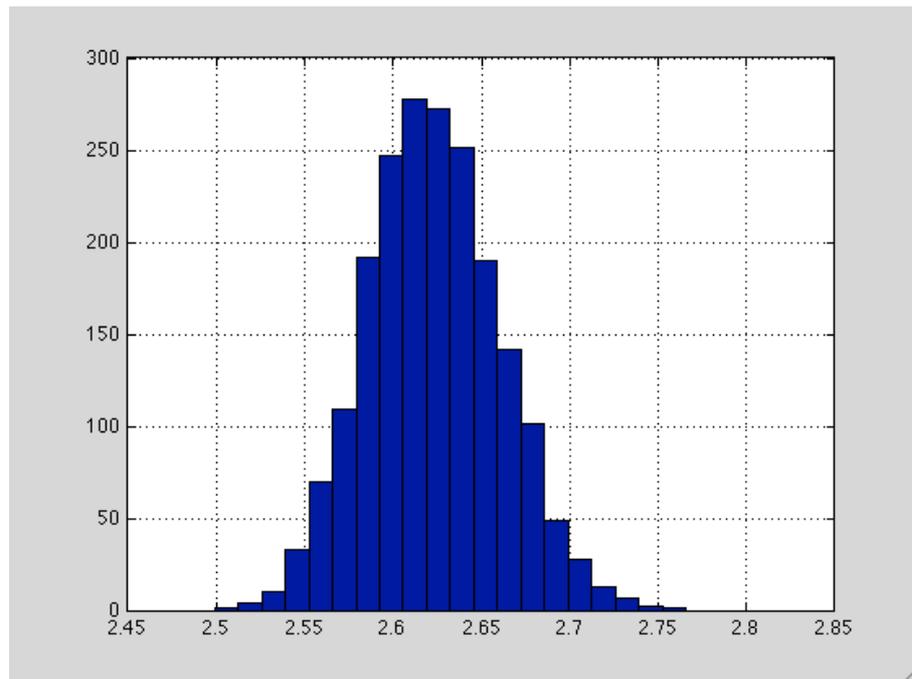


Figura 6. Histograma de los valores en $T = 30$ días del proceso de difusión S_t .

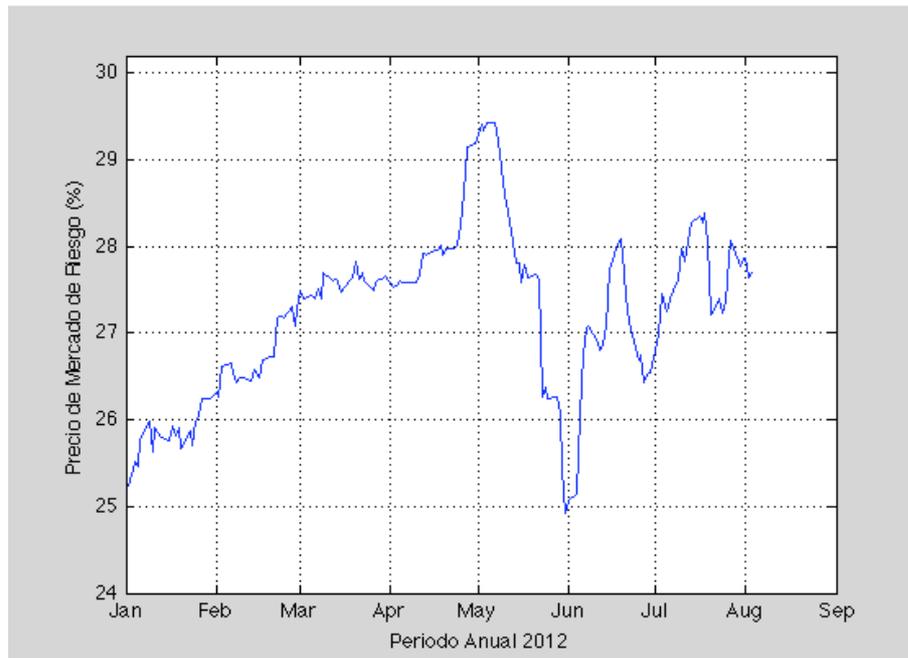


Figura 7. Gráfica del Precio de Mercado de Riesgo en el periodo anual 2012

La Figura 7 muestra el Precio de Mercado de Riesgo expresado en % anual, y calculado para todo el periodo anual 2012.

CAPITULO III

RESULTADOS OBTENIDOS

Para la aplicación de la metodología de estimación del Precio de Mercado de Riesgo descrita en el Capítulo II, se realizó la calibración de los parámetros de la ecuación diferencial estocástica en la medida de probabilidad objetiva o real, para los últimos 3 años¹⁶. Estos parámetros fueron:

	2010	2011	2012	Descripción
\bar{S}	2.8087	2.7161	2.6355	Valor medio de largo plazo al cual revierte el proceso de difusión del precio spot, expresado en PEN/USD.
k	4.4669	2.7477	2.3116	Velocidad de reversión al valor medio de largo plazo.
σ	1.72892	3.2066	2.9417	Volatilidad del proceso aleatorio del precio spot, expresado en % anual.

Cuadro 1 Parámetros del proceso de difusión del precio spot en la medida de probabilidad objetiva

Con base en estos parámetros inicialmente estimados, se estimó el Precio de Mercado de Riesgo para estos periodos anuales. En el Cuadro 2 se presenta la relación de los lambdas promedio anual para los diferentes tipos de cambio forward a 30, 60 y 90 días.

	$\lambda_{p \text{ ro med } i}$ a 30 días	$\lambda_{p \text{ ro med } i}$ a 60 días	$\lambda_{p \text{ ro med } i}$ a 90 días
2010	67.67%	69.97%	71.49%
2011	9.21%	9.73%	10.36%

¹⁶ En el presente trabajo de investigación se han seleccionado la muestra de los años 2010, 2011 y 2012, debido a que se obtuvo acceso a información completa de los precios de tipo de cambio forward a 30, 60 y 90 días, además de las tasas de referencia en soles y dolares.

2012	27.19%	28.9%	29.88%
------	--------	-------	--------

Cuadro 2 Precio de Riesgo de Mercado promedio anual
para el precio forward a 30, 60 y 90 días

El Cuadro 2 nos muestra que el Precio de Mercado de Riesgo promedio anual aumenta ligeramente conforme se incrementa el plazo del contrato del tipo de cambio forward, esta observación va acorde con el supuesto de que a mayor plazo mayor riesgo. En el Anexo I, podemos observar que para un mismo periodo anual la gráfica del Precio de Mercado de Riesgo es similar, pero no igual, para todos los derivados independientemente del plazo del contrato.

El resultado o valor esperado de todo contrato que depende de un activo volátil, tendrá a su vez una volatilidad que depende del comportamiento del activo básico (también llamado activo subyacente). Esta volatilidad del resultado del contrato representa la cantidad de riesgo al que se encuentran expuestos los agentes involucrados en su negociación.

La cantidad de riesgo guarda una relación con el resultado o retorno esperado del contrato, la misma que se explica por la siguiente ecuación [3]:

$$\lambda = \frac{\mu - r_f}{\sigma} \quad (1.9)$$

Donde:

- μ : Retorno esperado de contrato.
- r_f : Tasa de interés libre de riesgo (risk-free rate).
- σ : Volatilidad (riesgo) del contrato.
- λ : Precio de Mercado de Riesgo.

Como se puede apreciar en la Ecuación 1.9, el parámetro lambda (λ) representa el precio de mercado del riesgo del contrato, y el producto de esta cantidad de riesgo (σ) por su precio (λ), representa el premio de riesgo ($\mu - r_f$) que los agentes involucrados esperarían tener al involucrarse en la negociación del referido contrato. Cabe mencionar que este precio de mercado de riesgo, es un factor que no depende de las características particulares del contrato, sino que es un valor que resulta de la percepción del mercado respecto al comportamiento del activo subyacente [3].

Por lo tanto, haber obtenido resultados que nos indican que el precio de mercado de riesgo promedio del contrato de tipo de cambio forward se encuentra en el orden de 27.19% ($\lambda_{promedio}$ a 30 días en 2012), significa que el premio de riesgo promedio que se esperaría del contrato del tipo de cambio forward, sería de 27.19% veces el valor de la volatilidad de su precio.

Entonces, asumiendo que el tipo de cambio forward absorbe toda la volatilidad presente en el precio del tipo de cambio spot, del Cuadro 1 tenemos que la volatilidad es 2.9417% anual en 2012, se puede estimar que el premio de riesgo esperado por los agentes del mercado de divisas en el Perú, debería encontrarse en el orden de 0.8% anual.

En el Anexo I se presentan las simulaciones realizadas para los periodos 2010, 2011 y 2012, en las cuales se muestran la evolución del tipo de cambio anual y del precio de mercado de riesgo de los contratos forward de divisas de 30, 60 y 90 días.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Conclusiones

- a. De los resultados obtenidos podemos notar que existe una tendencia hacia la baja del valor del tipo de cambio spot. Asimismo, durante periodos en los cuales el tipo de cambio spot se mantiene sostenidamente bajo, el precio de mercado de riesgo, y por ende el premio de riesgo, tiende a subir.
- b. Un primer caso que podemos analizar es si asumimos que los valores del tipo de cambio forward usados corresponden preponderantemente a posiciones de agentes que venden dólares a futuro a las mesas de dinero de los bancos. En este caso, podemos asumir adicionalmente que se trata de exportadores que van a recibir dólares y que quieren coberturar el riesgo de que el dólar se desplome por debajo de un umbral propio de las necesidades de cada agente.
- c. En este primer caso, estos agentes estarían dispuestos a pagar un premio de riesgo mayor en la medida que la tendencia del dólar se vislumbra en baja sostenida. La observación indicada en el numeral a) – subida del precio de mercado de riesgo cuando el tipo de cambio spot va a la baja – sería coherente con este primer caso supuesto
- d. Los precios pactados en los contratos de tipo de cambio forward incorporan un premio de riesgo asociado a la volatilidad del precio de tipo de cambio spot. El marco conceptual y metodológico más apropiado para analizar ese premio de riesgo, es el de la teoría financiera y el de derivados financieros.
- e. Con base en la formulación de la determinación del precio de un contrato de tipo de cambio forward, se ha desarrollado una metodología para estimar el precio de mercado de riesgo incorporado en este tipo de contratos.
- f. De los resultados obtenidos podemos observar que conforme se incrementa el plazo del contrato de tipo de cambio forward, el precio de mercado de riesgo se incrementa, lo cual es coherente dado que *ceteris paribus* a mayor plazo

mayor riesgo.

- g. Concluimos que el precio de mercado de riesgo es un factor que define la proporción de la volatilidad (riesgo) del contrato forward de divisas que debería ser incorporada en el premio de riesgo para negociar ese contrato.

2. Recomendaciones

- El modelo logarítmico de reversión a la media del proceso de difusión S_t en la medida de probabilidad de riesgo neutro, también clasificado como modelo de un solo factor ya que asume que sólo el proceso de difusión contiene una variable aleatoria (movimiento browniano), considera que el precio del mercado de riesgo λ es constante en determinados valores de tiempo. Sin embargo, por los resultados obtenidos consideramos que el modelo propuesto puede mejorarse a uno de dos factores [15], donde no sólo el proceso de difusión S_t pueda contener un término aleatorio, sino también el precio de mercado de riesgo pueda modelarse como una ecuación diferencial estocástica.
- En un primer análisis se tomaron periodos de forma anual para la estimación del precio de mercado de riesgo, con lo cual obtuvimos los resultados aquí mostrados. Una mejora para este tipo de análisis sería la determinación de periodos de evaluación basados en las singularidades del tipo de cambio spot, para este fin se podrían utilizar herramientas matemáticas tales como la transformada de Wavelets del tipo de cambio spot.

BIBLIOGRAFIA

1. Baxter, Martin & Andrew Rennie, Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing, Cambridge University Press, 1996.
2. Salih Neftci, An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives, Academic Press, 2000.
3. Xiao, Advanced Monte Carlo Techniques: An Approach For Foreign Exchange Derivative Pricing, University of Manchester, 2007.
4. Sean Fanning, Jay Parekh, Stochastic Processes and their Applications to Mathematical Finance, 2004
5. Ait-Sahalia, Yacine, Financial Engineering: Mathematical Models of Option Pricing & Their Estimations, University of Chicago's Material Course (Business 439-01/81), 1998.
6. Bodie Zvi, Robert C. Merton, Finanzas, Person Educación, 1999.
7. Clewlow L., Strickland C., Energy Derivatives: Pricing and Risk Management, Lacima Publications, 2000.
8. Clewlow L., Strickland C., Kaminski V., Making the Most of Mean Reversion", Energy Power Risk Management, Risk Waters Group 5 (8), 2000.
9. Hui C.H., Lo C.F., Currency Barrier Option Pricing with Mean Reversion, Journal of Futures Markets, 2006.
10. Hull, John C., Options, Futures & Other Derivatives, Prentice Hall, Fourth Edition, 2000.
11. Orosco D., Tirado G., Estimación del Precio de Mercado de Riesgo Incorporado en los Contratos de Clientes Libres del Mercado Eléctrico, Banco Central de Reserva del Perú, 2006.
12. Ramaprasad Bhar, Chiarella Carl and Pham Toan M., Modeling The Currency Forward Risk Premium: Theory And Evidence, 2007.
13. Wong H.Y., Lau K.Y., Path Dependent Currency Options With Mean Reversion, 2007.
14. Jorge Mauro, Una Prueba de la Teoría de la Paridad de las Tasas de Interés para el Caso de Argentina, Universidad Católica Argentina, 2005.
15. Clewlow L., Strickland C., A multi-factor model for energy derivatives. School of Finance and Economics, University of Technology, 1999.

ANEXO I

A continuación, se muestran las simulaciones realizadas para los periodos 2010, 2011 y 2012, en las cuales se muestran la evolución del tipo de cambio anual y del precio de mercado de riesgo de los contratos forward de divisas de 30, 60 y 90 días.

Periodo 2010

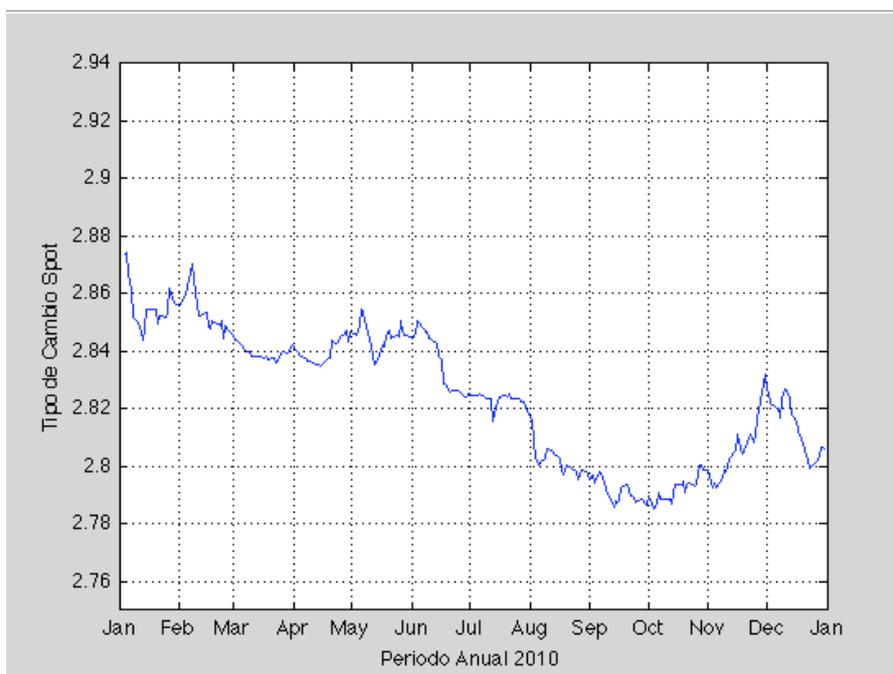


Figura A1. Precio del tipo de cambio spot para el periodo anual 2010

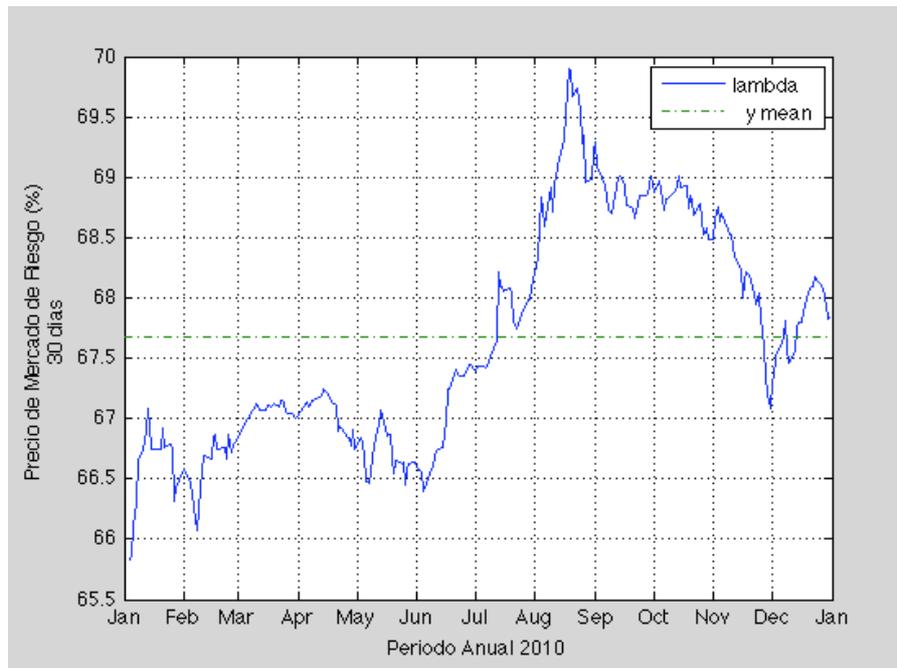


Figura A2. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 30 días, para el periodo anual 2010

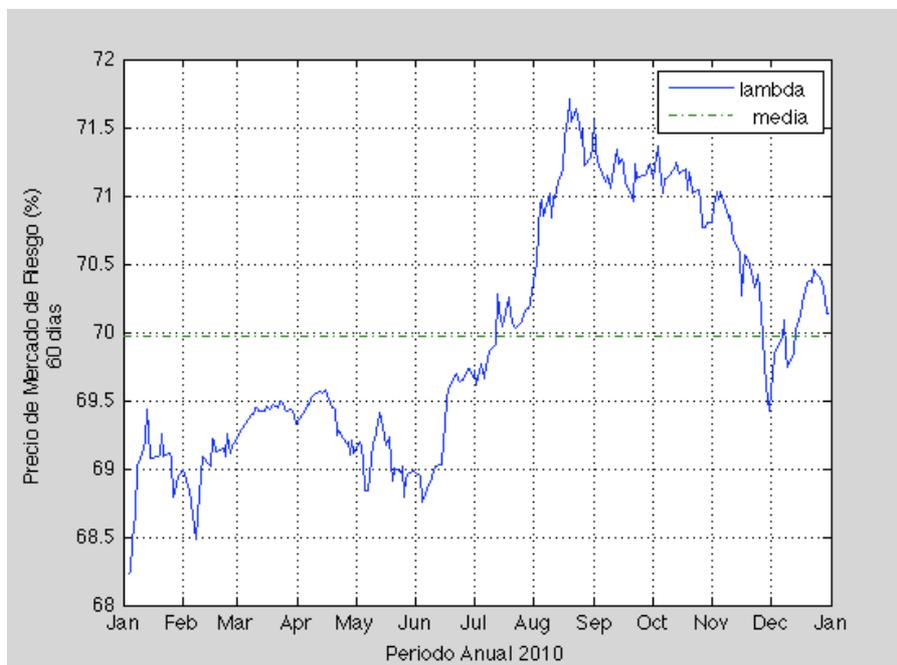


Figura A3. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 60 días, para el periodo anual 2010

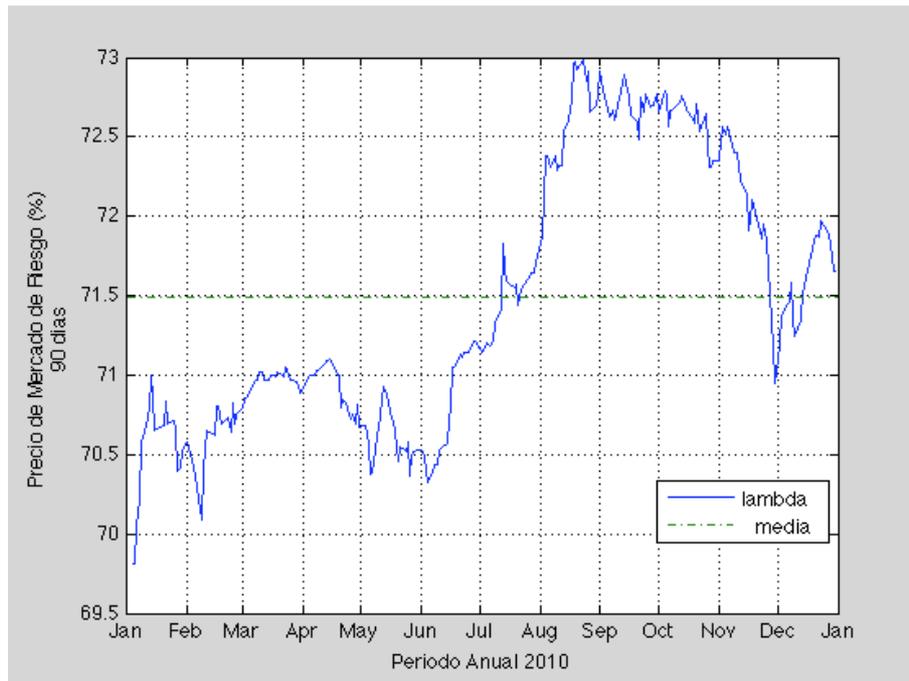


Figura A4. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 90 días, para el periodo anual 2010

Periodo Anual 2011

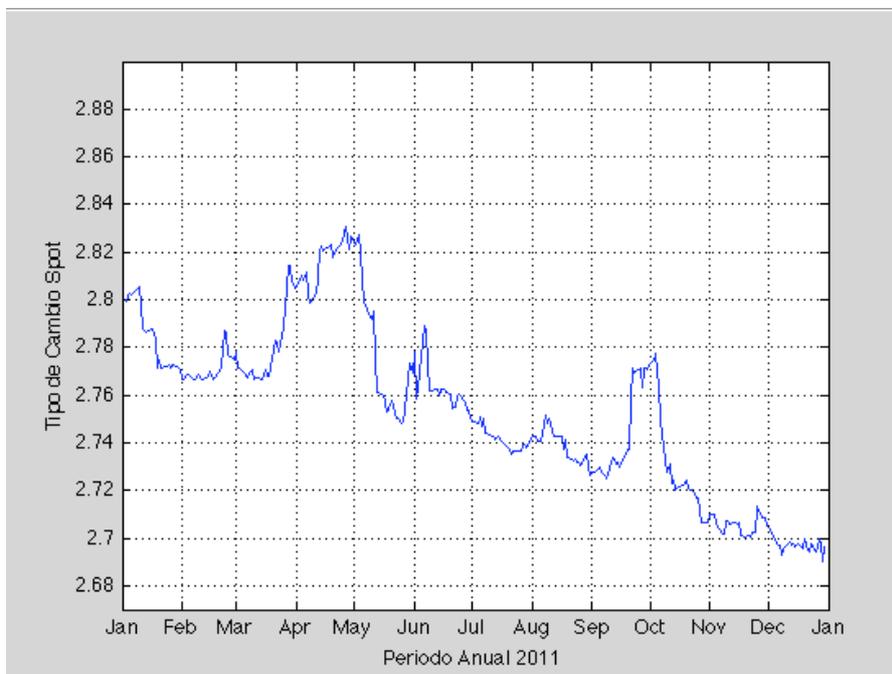


Figura A5. Precio del tipo de cambio spot para el periodo anual 2011

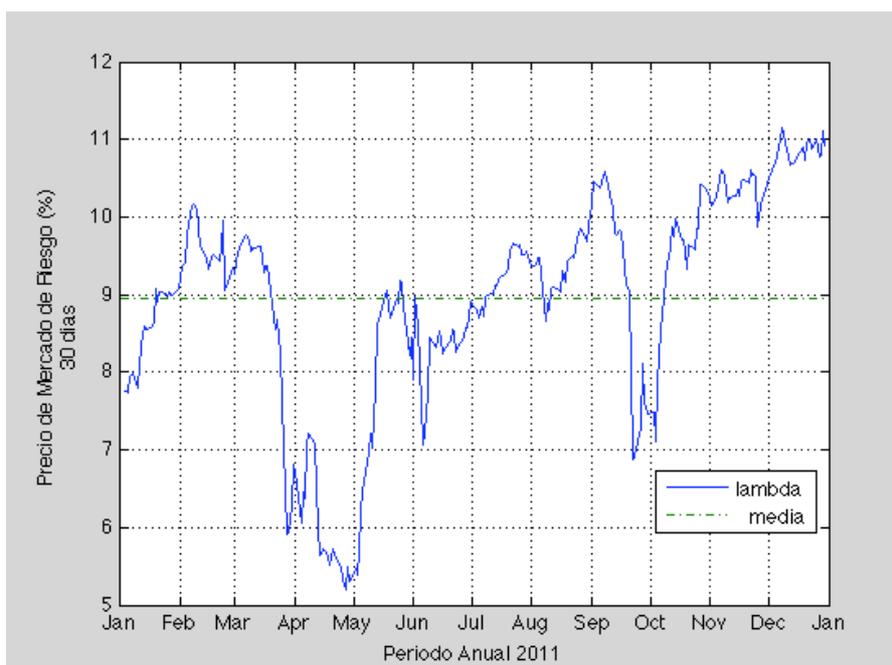


Figura A6. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 30 días, para el periodo anual 2011

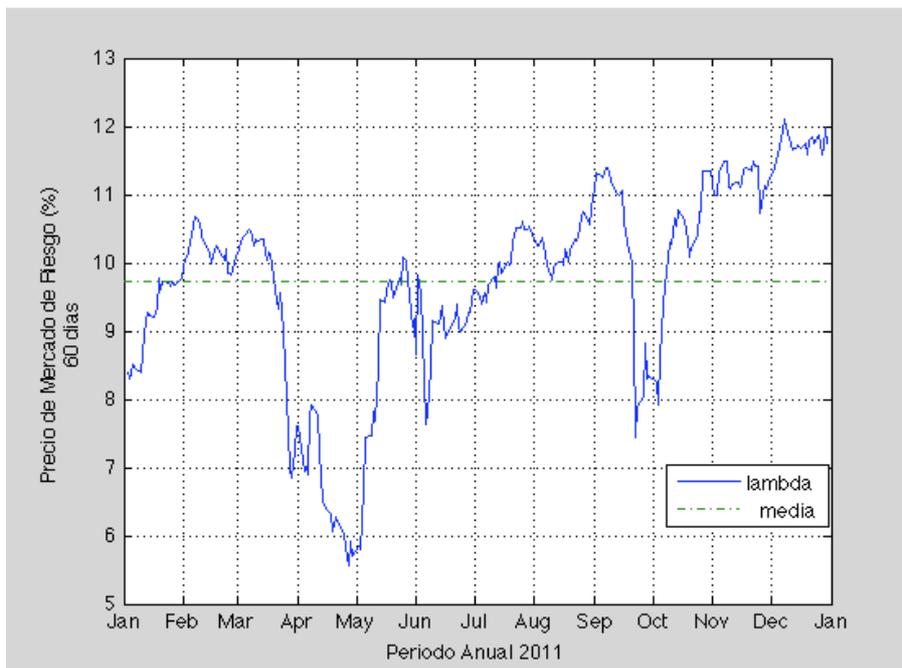


Figura A7. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 60 días, para el periodo anual 2011

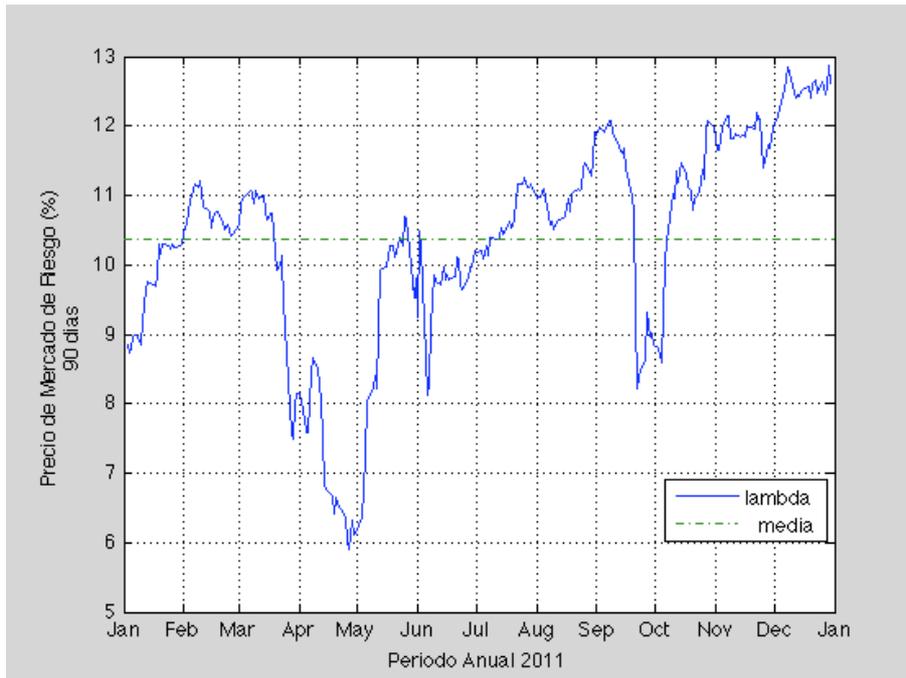


Figura A8. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 90 días, para el periodo anual 2011

Periodo Anual 2012

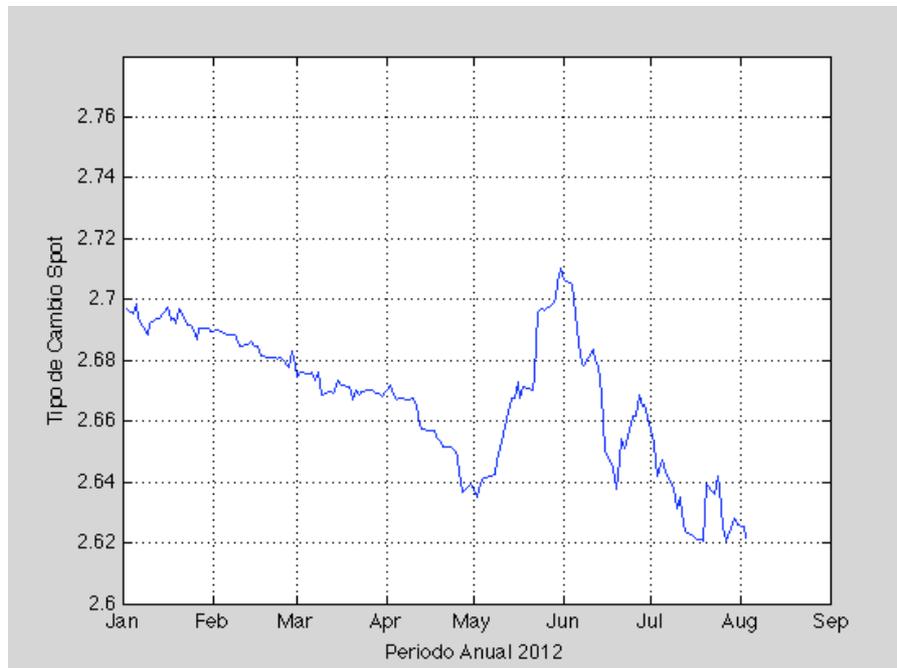


Figura A9. Precio del tipo de cambio spot para el periodo anual 2012

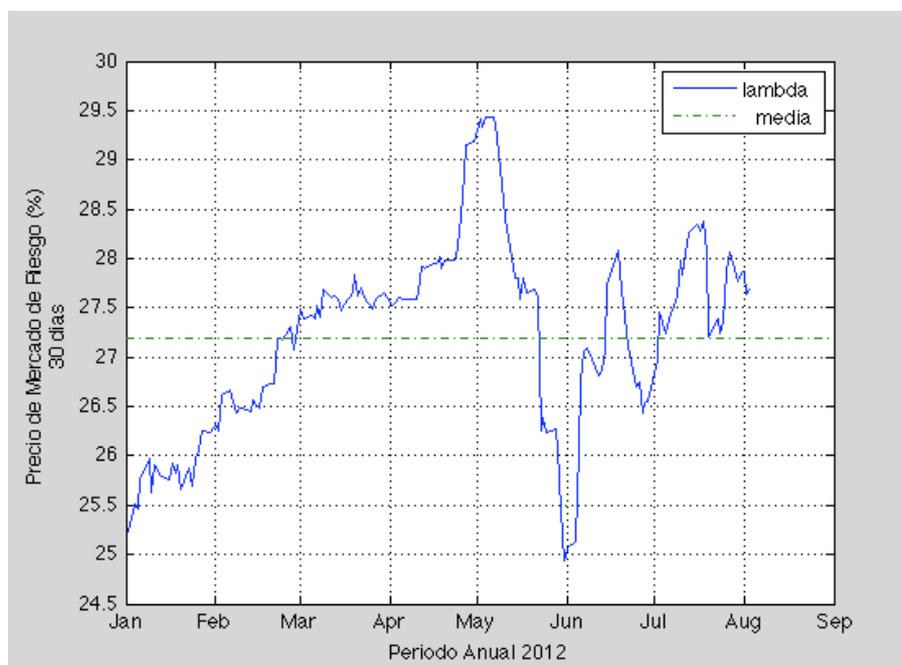


Figura A10. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 30 días, para el periodo anual 2012

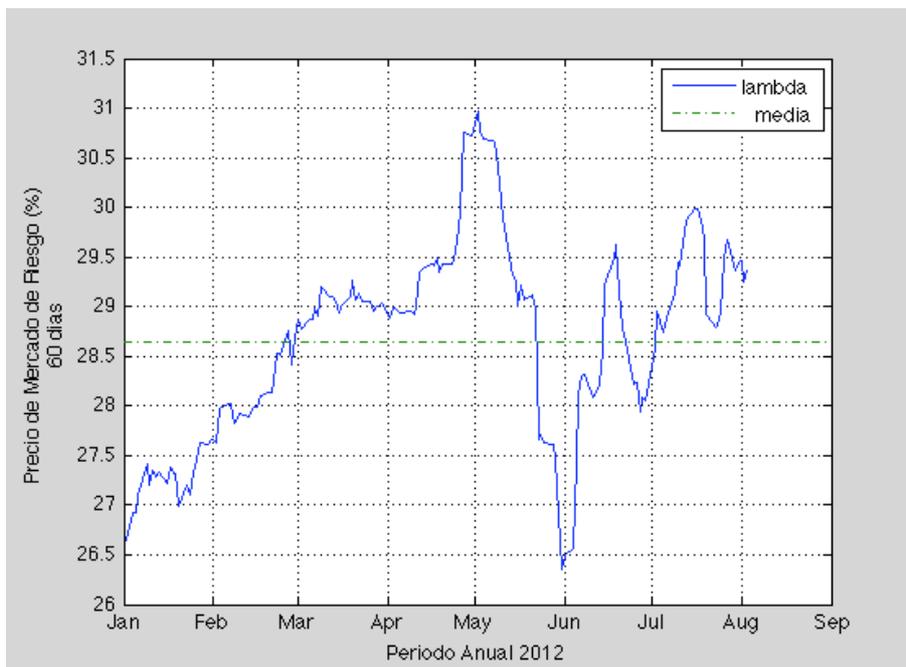


Figura A11. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 60 días, para el periodo anual 2012

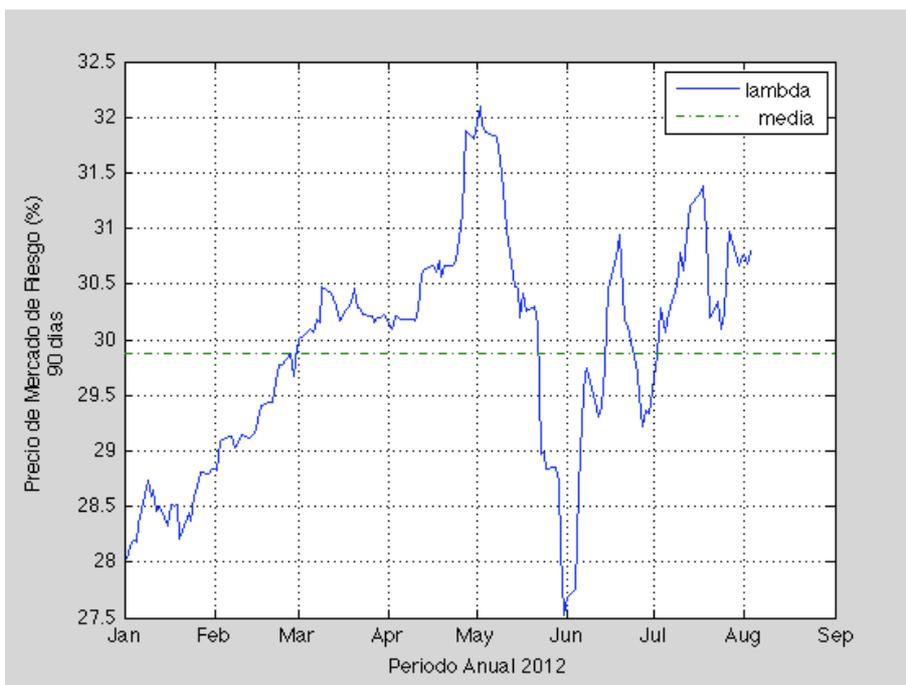


Figura A12. Precio del Mercado de Riesgo del contrato del tipo de cambio forward a 90 días, para el periodo anual 2012