



**“Determinantes de la Inflación Peruana: un Enfoque de Econometría Espectral”**

**Trabajo de Investigación presentado para optar al Grado Académico de Magíster en  
Economía**

**Presentado por**

**Sr. Bill William Gee Caballero**

**Sr. Jhony Manuel Limo Anculle**

**Asesor: Profesor Diego Martín Winkelried Quezada**

**2016**

A Zamira, mi compañera, mi mejor amiga, por ser  
un cristal en mi vida.

B.W.G.

A nuestros padres: Kelly y William, y Nora y Willy, por su apoyo incondicional;

a nuestro profesor de Econometría y asesor Diego Winkelried, por su orientación para la elaboración de esta tesis; y

a los profesores Jorge González Izquierdo y Carlos Gatti, por haber marcado en nuestra vida académica.

## **Resumen ejecutivo**

Tres teorías económicas que explican el cambio de los precios en la economía se evalúan utilizando el análisis espectral. Se replica la prueba de predictibilidad propuesto por Breitung y Candelon (2006) para contrastar la teoría cuantitativa del dinero, la curva de Phillips Nueva Keynesiana, y el efecto traspaso del tipo de cambio y los precios internacionales para el caso peruano. A diferencia de una prueba de predictibilidad en el análisis temporal o en el dominio del tiempo, el análisis espectral o en el dominio de las frecuencias permite responder si existe información relevante en una variable para predecir otra y, adicionalmente, identificar a partir de cuándo y en qué longitud esta información es relevante. Los resultados de la prueba validan los planteamientos de las teorías. Es decir, se comprueba que el dinero es relevante para predecir la inflación solo en frecuencias bajas o en alta periodicidad en concordancia con la teoría cuantitativa del dinero y que la brecha producto como *proxy* de los costos marginales sirve para conocer movimientos futuros de los precios en frecuencias altas o en baja periodicidad como lo explica la curva de Phillips.

## Índice

<b>Índice de tablas</b> .....	<b>vi</b>
<b>Índice de gráficos</b> .....	<b>vii</b>
<b>Índice de anexos</b> .....	<b>viii</b>
<b>Capítulo I. Introducción</b> .....	<b>1</b>
<b>Capítulo II. Marco analítico</b> .....	<b>3</b>
1. La teoría cuantitativa del dinero.....	3
2. La curva de Phillips Nueva Keynesiana.....	5
3. Inflación, tipo de cambio y precios internacionales .....	7
<b>Capítulo III. Metodología</b> .....	<b>9</b>
1. Análisis espectral .....	9
1.1 Preliminares.....	9
1.2 Espectro poblacional y sus propiedades .....	9
1.3 Las autocovarianzas .....	11
2. Predictibilidad en el dominio de frecuencias .....	14
<b>Capítulo IV. Evidencia Empírica</b> .....	<b>17</b>
1. Análisis bivariado .....	17
2. Extensión a un análisis trivariado .....	22
<b>Conclusiones</b> .....	<b>25</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>30</b>
<b>Nota biográfica</b> .....	<b>39</b>

## Índice de tablas

Tabla 1.	Frecuencias y períodos de rechazo de hipótesis nula de no predictibilidad ( $H_0$ :Crecimiento del dinero no causa inflación) .....	18
Tabla 2.	Frecuencias y períodos de rechazo de hipótesis nula de no predictibilidad con el control de una variable de interés .....	24

## Índice de gráficos

Gráfico 1.	Prueba de predictibilidad (inflación y tasa de crecimiento del dinero) .....	18
Gráfico 2.	Prueba de predictibilidad (inflación y brecha producto) .....	20
Gráfico 3.	Prueba de predictibilidad (inflación y depreciación nominal).....	21
Gráfico 4.	Prueba de predictibilidad (inflación y crecimiento de precios importados al por mayor) .....	22

## Índice de anexos

Anexo 1.	Dinero e inflación en Chile, Colombia y México.....	31
Anexo 2.	Extensión metodológica: VAR trivariado .....	33



## Capítulo I. Introducción

Entender las causas detrás del movimiento de los precios de la economía es relevante para todos los agentes de la economía. Los agentes privados toman decisiones de acuerdo con los precios de la economía, por lo que conocer su evolución agrega valor. De igual manera, para los bancos centrales es importante predecir el desarrollo de la inflación en el corto y largo plazo para poder enfrentar las presiones inflacionarias adecuando su política monetaria en el momento necesario.

Si bien la mayoría de investigaciones que estudian la evolución de los precios se basa en el análisis temporal o en el dominio del tiempo, este documento utiliza el análisis espectral o en el dominio de las frecuencias para contrastar las principales teorías económicas sobre la inflación. El análisis espectral describe una serie de tiempo de manera muy útil, ya que permite identificar su composición temporal. En otras palabras, permite comprender cuán relevantes son los ciclos en diferentes frecuencias en la evolución de la variable.

Los autores que utilizan el dominio de frecuencias para examinar tendencias macroeconómicas y, en específico, los determinantes de la inflación se han incrementado en el tiempo. Por ejemplo, Lucas (1980) y Summers (1983) plantearon procedimientos de filtrados espectrales, que tienen lugar en el dominio de frecuencias, para examinar la neutralidad del dinero y la ecuación de Fisher.

Geweke (1982, 1984) y Hosoya (1991) desarrollan la noción de predictibilidad en el dominio de frecuencia, muestran cómo medir la relación de predictibilidad de corto y largo plazo en series de tiempo y cuál es la retroalimentación sobre la base de la banda de frecuencias. Es decir, su prueba responde si existe información relevante en una variable para predecir otra y, adicionalmente, identifica a partir de cuándo y en qué longitud esta información es relevante.

Thoma (1992) utiliza este tipo de pruebas y examina la respuesta del producto a *shocks* de dinero y encuentra que movimientos de baja frecuencia del crecimiento del dinero, o lo que es equivalente a una alta periodicidad (18 meses a más), causan movimientos de frecuencia similar en la producción industrial. En un trabajo posterior, Thoma (1994) extiende su análisis para considerar la inflación, aquí demuestra que los ciclos en el crecimiento del dinero, de uno a dos años, causan ciclos de frecuencias altas de la inflación.

Por su parte, Yao y Hosoya (2000) desarrollan una prueba Wald de causalidad para determinadas frecuencias que se basa en restricciones no lineales de los parámetros autoregresivos. Posteriormente, utilizando un VAR bivariado, Breitung y Candelon (2006) construyen una prueba de predictibilidad en el dominio de frecuencias que puede ser expresado fácilmente como una prueba de Wald con solo dos restricciones lineales.

En este documento de investigación, se utiliza la prueba de predictibilidad propuesta por Breitung y Candelon (2006) para determinar la temporalidad del impacto del crecimiento del dinero, la brecha producto (en tasa de crecimiento), la depreciación del tipo de cambio nominal y el crecimiento de los precios internacionales sobre la inflación peruana. Se encontró que todas las variables tienen información relevante para predecir la inflación; no obstante, estas difieren en su temporalidad.

Una gran ventaja en el uso de la econometría espectral en este documento es la posibilidad de estudiar los determinantes de la inflación y reconocer su influencia en un plazo específico. La econometría en el dominio temporal no es claramente concluyente con el concepto de plazo. Por otro lado, la prueba de causalidad de Granger (en el dominio) está construida para un análisis de predictibilidad en el largo plazo, por lo que se estaría perdiendo información relevante para frecuencias medias y altas. Lo útil de este estudio es la posibilidad de presentar a todos los determinantes de la inflación en su plazo respectivo.

El resto del documento se organiza como sigue: el capítulo 2 presenta el marco teórico que desarrolla las principales teorías económicas que explican a la inflación, el capítulo 3 introduce el análisis espectral de series de tiempo y desarrolla la prueba de predictibilidad elaborada por Breitung y Candelon (2006). El capítulo 4 muestra los resultados de las pruebas junto con la evidencia empírica relevante y, una extensión a un análisis trivariado. Finalmente, en una sección aparte se presentan las conclusiones del estudio.

## Capítulo II. Marco analítico

En el presente apartado, se presentarán tres teorías relevantes que explican la relación de predictibilidad a la inflación: la teoría cuantitativa del dinero, la curva de Phillips, y el efecto traspaso del tipo de cambio y los precios internacionales. El Banco Central de Reserva del Perú define a la inflación como un aumento permanente en el nivel de precios en una economía que conlleva a una pérdida de valor de la moneda local (Banco Central de Reserva del Perú). La inflación se medirá como la variación en el índice de precios al consumidor dentro de una canasta básica representativa.

### 1. La teoría cuantitativa del dinero

La teoría cuantitativa del dinero ha pasado por muchas transformaciones y versiones. La primera relación presentada entre el nivel de precios de una economía y la cantidad de dinero en circulación fue propuesta por Hume (1752) en su obra *Of Money, and Other Economic Essays*. Su propuesta es reconocida hoy, pues se asemeja a los postulados de los teóricos modernos. Los enfoques modernos por desarrollar son los siguientes: enfoque de transacciones, de ingresos y de la escuela de Cambridge.

El enfoque de transacciones fue desarrollado en Estados Unidos a principios del siglo XX por Fisher, de la Universidad de Yale, y por Simons, Knight y Viner, de la Universidad de Chicago (Fernández-Baca, 2008). La ecuación cuantitativa bajo este enfoque muestra la relación entre la cantidad de dinero en circulación, la velocidad del dinero, el nivel total de transacciones dentro de un período específico y el nivel de precios por unidad de transacciones:

$$MV=PT \tag{1}$$

Una especificación alternativa a la ecuación (1) muestra con más detalle el valor del dinero en términos de bienes, en la cual se evidencia que es directamente proporcional al nivel de transacciones e inversamente proporcional a la cantidad de dinero en circulación y la velocidad del mismo (Fernández-Baca, 2008):

$$1/P=T/MV \tag{2}$$

Friedman y otros economistas de la escuela monetarista consideraron que había dificultad para medir efectivamente el volumen total de las transacciones en una economía, pues la contabilidad nacional medía el nivel de transacciones de bienes finales (Fernández-Baca, 2008). Por ello, se obtuvo la versión o el enfoque de ingresos de la teoría cuantitativa que se muestra a continuación:

$$MV=PY \tag{3}$$

o en su versión en diferencia de logaritmos:

$$m-p=y-v \tag{4}$$

donde cada una de las variables escritas en minúsculas representan una tasa de cambio aproximada. En este sentido, Friedman (1956) consideró las ecuaciones (3) y (4) como un avance; sin embargo, Feige (1964), en contraposición, explica que el nivel de ingresos (o el PIB) no es un buen estimador (o sustituto) del nivel total de transacciones, puesto que el PIB solo considera transacciones en bienes finales. De esta manera, se está dejando de lado gran parte de la explicación de la función del dinero como medio de pago.

Por otro lado, a fines del siglo XIX y a inicios del siguiente, la escuela de Cambridge desarrolló una versión distinta de la teoría cuantitativa a la cual se le denominó el enfoque de los saldos en efectivo o la ecuación de los saldos monetarios (Fernández-Baca, 2008):

$$M=kPY \tag{5}$$

Como se observa en la ecuación (5), la fracción  $k$  representa la inversa de la velocidad del dinero y muestra la relación entre el medio circulante ( $M$ ) y el ingreso ( $PY$ ). Aquí la cantidad de dinero en circulación es una fracción del ingreso nominal. Esta ecuación es igual de útil que las anteriores.

Finalmente, McCallum y Nelson (2010), y la literatura económica en general ha considerado a la teoría cuantitativa del dinero como una teoría de largo plazo para el estudio de la predictibilidad del dinero al nivel de precios, o del crecimiento de la masa monetaria a la inflación. Asimismo, es necesario recalcar que la ecuación cuantitativa siempre se cumple; no obstante, para Le Heron y Carre (2006) la teoría cuantitativa que refiere a una relación de

predictibilidad del dinero hacia el nivel de precios solo puede estar garantizada en el largo plazo con una credibilidad y reputación formada desde el Banco Central. Con lo anterior, se asegura el concepto de neutralidad del dinero en el largo plazo, ya que tanto la velocidad del dinero es constante y el PIB está en su nivel de pleno empleo:

$$\pi = p = m \tag{6}$$

## 2. La curva de Phillips Nueva Keynesiana

La relación entre el nivel de desempleo y la inflación tiene su origen en el estudio empírico que realizó Phillips (1958), para el Reino Unido entre 1861 y 1957, en el cual formaliza una relación entre la tasa de desempleo y la tasa de cambio de los salarios nominales. Posteriormente, Solow y Samuelson (1960) hicieron este mismo estudio para Estados Unidos, y la denominaron curva de Phillips.

Fue recién a fines de la década de 1970 que empezaron a emerger argumentos desde el ámbito microeconómico (microfundado) para explicar la existencia de esta relación en el corto plazo. Al análisis anterior, se le incorporó el concepto de rigideces nominales. Por un lado, Taylor (1980) encontró que existían rigideces o fricciones a la hora de fijar o pactar el salario nominal y, por el otro, Calvo (1983) mostró que en un contexto de competencia monopolística los precios fijados por algunas firmas podían permanecer rígidos en ciertos períodos de operación de las mismas.

Para encontrar la curva de Phillips Nueva Keynesiana (NKPC, en adelante), se seguirá la metodología de Galí (2008), que a su vez desarrolla el trabajo de Calvo (1983) para encontrar el nivel de fijación de precios óptimo a través de la maximización de los beneficios. El problema de fijación de precios de la firma es el siguiente:

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left( P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right) \right\} \tag{7}$$

sujeto a la siguiente restricción de demanda:

$$Y_{t+k|t} = \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} \tag{8}$$

donde  $1 - \theta$  es la probabilidad que tienen un grupo de firmas para reajustar sus precios en un período determinado,  $Q_{t,t+k} := \beta^k (E_t(C_{t+k}/C_t))^{-\sigma} (P_t/E_t(P_{t+k}))$  representa el factor estocástico de descuento de los retornos nominales,  $\Psi_{t+k}(Y_{t+k|t})$  es la función de costos que depende del producto en  $t+k$  para una firma que reajustó su precio óptimo en  $t$  (Galí, 2008, pág. 44).

Definiendo un *mark-up* ( $M$ ) sobre el nivel de costos marginales nominales ( $\psi_{t|t}$ ) de forma que  $P_t^* = M\psi_{t|t}$  y linealizando la solución del problema propuesto en (8) y (9) alrededor del estado estacionario definido en inflación cero resulta el nivel óptimo de fijación de precios *à la Calvo*:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \{ \widehat{mc}_{t+k|t} + (p_{t+k} - p_{t-1}) \} \quad (9)$$

donde  $\widehat{mc}_{t+k|t} = mc_{t+k|t} - \log(M)$ . Luego de algunos desarrollos matemáticos, se podrá encontrar la relación hacia adelante (*forward-looking*) de la inflación con su futuro y el nivel de costos marginales reales:

$$\pi_t = \beta E_t(\pi_{t+1}) + \lambda \widehat{mc}_t \quad (10)$$

donde  $\lambda := \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)(1-\alpha)}{\theta(1-\alpha+\alpha\varepsilon)}$  y  $1 - \alpha$  es la participación del trabajo en el producto. La ecuación (10) puede ser reexpresada como una suma en valor corriente y valor futuro esperado de los desvíos del nivel de costos marginales reales respecto de su valor de estado estacionario como se propone a continuación:

$$\pi_t = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t(\widehat{mc}_{t+k}) \quad (11)$$

Este resultado no solo es mostrado por Galí (2008), sino también en el documento de investigación de Schreiber (2009) para enfatizar que esta teoría (de la NKPC) está formulada para funcionar en el corto plazo para explicar los ciclos económicos y eventualmente podría fallar para explicar el comportamiento de la inflación en el largo plazo (Schreiber, 2009, pág. 5).

Finalmente, se mostrará la NKPC que relaciona la inflación con su valor esperado futuro y la brecha producto ( $\tilde{y}_t$ ). Esta última representará, en adelante, una *proxi* de los costos marginales

reales anteriormente analizados (Dupuis, 2004). La curva de Phillips Nueva Keynesiana (como una curva de oferta agregada) se muestra a continuación:

$$\pi_t = \beta E_t(\pi_{t+1}) + \kappa \tilde{y}_t \quad (12)$$

### 3. Inflación, tipo de cambio y precios internacionales

El modelo base de equilibrio general estocástico (DSGE) de una economía abierta fue desarrollado por Obstfeld y Rogoff (1995), en el cual se incluye un continuo infinito de bienes para dos economías que intercambian bienes y donde cada una comercia localmente con su propia moneda. Dentro de esta investigación (para el caso peruano), es necesario que una de las dos economías sea pequeña respecto de la otra. Bajo este requerimiento, Galí y Monacelli (2005) desarrollaron también un modelo de equilibrio general en economía abierta con un continuo infinitesimal de bienes de consumo con características similares a las propuestas por Obstfeld y Rogoff.

Se desarrollará a continuación el modelo simple de Galí (2008) para evaluar el impacto y la relación entre el tipo de cambio nominal y la inflación (Galí, 2008, págs. 153-156). Existen dos bienes de consumo: bienes consumidos localmente ( $C_{H,t}$ ) y bienes importados ( $C_{F,t}$ ) que cumplen la siguiente igualdad:

$$P_{H,t}C_{H,t} + P_{F,t}C_{F,t} = P_t C_t \quad (13)$$

El índice de precios al consumidor tiene una función CES respecto del precio de cada uno de los bienes de consumo es  $P_t = [(1 - \omega)P_{H,t}^{1-\eta} + \omega P_{F,t}^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}}$ , donde  $\eta$  es el coeficiente de elasticidad sustitución constante. Asimismo, los términos efectivos de intercambio se definen como el cociente entre el precio de los bienes importados y el precio de los bienes locales:

$$S_t = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} \quad (14)$$

Al tomar logaritmos a (14) y asumiendo que  $\eta = 1$ , la expresión anterior resulta como  $s_t := \log(S_t) = p_{F,t} - p_{H,t}$ . Con la loglinealización, el índice de precios al consumidor (en logaritmos) es como sigue:

$$\begin{aligned}
p_t &= (1 - \omega)p_{H,t} + \omega p_{F,t} \\
&= p_{H,t} + \omega s_t
\end{aligned}
\tag{15}$$

Tomando la primera diferencia de logaritmos, se observa que la inflación total (proveniente del índice de precios al consumidor, cuya canasta depende de bienes locales y foráneos) depende de una inflación doméstica y de una inflación inercial.

$$\pi_t = (1 - \omega)\pi_{H,t} + \omega\pi_{F,t}
\tag{16}$$

El precio de los bienes importados depende del tipo de cambio nominal entre los países comerciantes y el precio en moneda extranjera de los mismos bienes. La ecuación (17) mostrará en logaritmos esta igualdad:

$$p_{F,t} = e_t + p_t^*
\tag{17}$$

Juntando los resultados de las ecuaciones (15), (16) y (17), se obtiene una igualdad que relaciona la inflación total de una economía con la inflación proveniente de las fluctuaciones de los precios domésticos ( $\pi_{H,t}$ ) y de los precios extranjeros ( $\pi_t^*$ ), así como de la depreciación nominal del tipo de cambio ( $\Delta e_t$ ).

$$\begin{aligned}
\pi_t &= (1 - \omega)\pi_{H,t} + \omega(\Delta e_t + \pi_t^*) \\
&= \pi_{H,t} + \omega\Delta e_t + \omega s_t^*
\end{aligned}
\tag{18}$$

donde  $1 - \omega$  es considerado como el efecto de sesgo doméstico; es decir, cómo los consumidores tienen una preferencia particular por comprar bienes producidos localmente.



### Capítulo III. Metodología

En este apartado, se realizará una revisión teórica del análisis espectral en las series de tiempo desarrollado por Hamilton (1994), la cual incluye los siguientes tópicos: el espectro poblacional, el periodograma muestral y sus propiedades. Seguidamente, se presentará el análisis de predictibilidad en el sentido de Granger dentro de un dominio de frecuencias siguiendo a Breitung y Candelon (2006).

#### 1. Análisis espectral

##### 1.1 Preliminares

En el análisis de series de tiempo tradicional, el valor de la variable  $y_t$  en el tiempo  $t$  se describe en términos de la secuencia de innovaciones  $\{\varepsilon_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$  en modelos de la siguiente forma:

$$y_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \quad (19)$$

Donde se presta mucha atención a las implicancias de esta representación en la covarianza entre  $y_t$  e  $y_\tau$  en distintos tiempos  $t$  y  $\tau$ . Esto se conoce como análisis de las propiedades de  $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$  en el dominio de tiempo. El análisis espectral, o el dominio de la frecuencia, describe el valor de la variable  $y_t$  como una suma ponderada de funciones periódicas de la forma  $\cos(\omega t)$  y  $\sin(\omega t)$ , donde  $\omega$  denota una frecuencia en particular:

$$y_t = \mu + \int_0^\pi \alpha(\omega) \cos(\omega t) d\omega + \int_0^\pi \delta(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (20)$$

El objetivo es determinar cuán importantes son los ciclos en diferentes frecuencias para la representación del comportamiento de  $y_t$ . Ambos análisis no se excluyen mutuamente. Cualquier proceso estacionario en covarianzas tiene tanto la representación en el dominio de tiempo como en el dominio de la frecuencia.

##### 1.2 Espectro poblacional y sus propiedades

Se denota a  $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$  como un proceso estacionario en covarianzas con media  $E(y_t) = \mu$  y la  $j$ -ésima autocovarianza como sigue:

$$E(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu) = \gamma_j \quad (21)$$

Asumiendo que estas autocovarianzas son absolutamente sumables, la función generadora de autocovarianzas se expresa de la siguiente manera:

$$g_y(z) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j z^j \quad (22)$$

donde  $z$  denota un escalar complejo. Si se divide a (22) entre  $2\pi$  y se le evalúa en algún  $z$  representado por  $z = e^{-i\omega}$ , donde  $i = \sqrt{-1}$  y  $\omega$  es un escalar real, se obtiene el espectro poblacional de  $Y$ :

$$s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} g_y(e^{-i\omega}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{-i\omega j} \quad (23)$$

Como se puede observar, el espectro poblacional es una función de  $\omega$ . Dado cualquier valor de  $\omega$  y la secuencia de autocovarianzas  $\{\gamma_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$ , se puede calcular el valor de  $s_y(\omega)$ . El teorema de De Moivre nos permite escribir  $e^{-i\omega j}$  como sigue a continuación:

$$\begin{aligned} e^{-i\omega j} &= \cos(\omega j) - i\text{sen}(\omega j) \\ e^{i\theta} &= \cos(\theta) + i\text{sen}(\theta) \end{aligned} \quad (24)$$

Al utilizar el teorema de De Moivre en la definición de espectro se obtiene lo siguiente:

$$s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j [\cos(\omega j) - i\text{sen}(\omega j)] \quad (25)$$

Recordando el hecho de que en proceso estacionario en covarianzas  $\gamma_j = \gamma_{-j}$  se puede transformar al espectro como sigue:

$$s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \gamma_0 [\cos(0) - i\text{sen}(0)] + \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j [\cos(\omega j) + \cos(-\omega j) - i\text{sen}(\omega j) - i\text{sen}(-\omega j)] \right\} \quad (26)$$

Utilizando las propiedades de las funciones pares, impares y algunos resultados elementales de trigonometría

$$\cos(0) = 1$$

$$\begin{aligned}
\text{sen}(0) &= 0 \\
\text{sen}(-\theta) &= -\text{sen}(\theta) \\
\text{cos}(-\theta) &= \text{cos}(\theta),
\end{aligned} \tag{27}$$

se obtiene esto:

$$s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(\omega j) \right\} \tag{28}$$

Si se asume que la secuencia de autocovarianzas  $\{\gamma_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$  es absolutamente sumable, la ecuación (28) implica que el espectro poblacional existe y que  $s_y(\omega)$  es una función real y continua de  $\omega$ . Adicionalmente, se puede mostrar que si  $\gamma_j$  representan las autocovarianzas de un proceso estacionario en covarianzas, entonces  $s_y(\omega)$  será no negativo para todo el dominio de frecuencias. También es necesario apuntar que, dado  $\cos(\omega j) = \cos(-\omega j)$  para cualquier  $\omega$ , el espectro es simétrico alrededor de  $\omega = 0$ .

Finalmente, dado que  $\cos[(\omega + 2\pi k) j] = \cos(\omega j)$  para cualquier entero  $k$  y  $j$ , se desprende de la ecuación (28) que  $s_y(\omega + 2\pi k) = s_y(\omega)$  para cualquier entero  $k$ . Por lo tanto, el espectro es una función periódica de  $\omega$ . Si se conoce el valor de  $s_y(\omega)$  para todo  $\omega$  entre 0 y  $\pi$ , se puede inferir el valor de  $s_y(\omega)$  para cualquier frecuencia.

### 1.3 Las autocovarianzas

Si se conoce la secuencia de autocovarianzas  $\{\gamma_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$ , en teoría se puede calcular el valor de  $s_y(\omega)$  para cualquier  $\omega$  a partir de  $s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{-i\omega j} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(\omega j) \right\}$ . Lo contrario también es cierto: si conocemos el valor de  $s_y(\omega)$  para todo  $\omega$  en  $[0, \pi]$ , se puede calcular el valor de la  $k$ -ésima autocovarianza  $\gamma_k$  para cualquier  $k$  dado. En otras palabras, el espectro poblacional  $s_y(\omega)$  y la secuencia de autocovarianzas contienen exactamente la misma información.

La siguiente proposición 1 contiene la fórmula para calcular cualquier autocovarianza partiendo del espectro poblacional.

Si se denota a  $\{\gamma_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$  como una secuencia de autocovarianzas absolutamente sumables y se define  $s_y(\omega)$  como  $s_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{-i\omega j}$ , entonces,

$$\int_{-\pi}^{\pi} s_y(\omega) e^{i\omega k} d\omega = \gamma_k \quad (29)$$

o de manera equivalente:

$$\int_{-\pi}^{\pi} s_y(\omega) \cos(\omega k) d\omega = \gamma_k \quad (30)$$

Si  $k = 0$ , entonces el resultado respecto de lo anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$$\int_{-\pi}^{\pi} s_y(\omega) d\omega = \gamma_0 \quad (31)$$

Es decir, el área debajo del espectro población entre  $\pm\pi$  es igual a  $\gamma_0$ , la varianza de  $y_t$ . De manera más general, dado que  $s_y(\omega)$  es no negativo y si se quiere calcular  $\omega$  para cualquier  $\omega_1$  entre 0 y  $\pi$ , el resultado sería un número positivo que se podría interpretar como la porción de la varianza  $y_t$ , que está asociada con las frecuencias  $\omega$  que son menores que  $\omega_1$  en valor absoluto. Dado que  $s_y(\omega)$  es simétrico, por lo que

$$\int_{-\omega_1}^{\omega_1} s_y(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\omega_1} s_y(\omega) d\omega \quad (32)$$

representa la porción de la varianza de  $y_t$  que podría ser atribuida a componentes aleatorios periódicos cuyas frecuencias son iguales o menores que  $\omega_1$ .

¿Qué significa atribuir cierta porción de la varianza de  $Y$  a ciclos con frecuencias iguales o menores que  $\omega_1$ ? Para responder esta pregunta, considere el siguiente proceso estocástico. Suponga que el valor de  $Y$  en la fecha  $t$  está determinado por

$$Y_t = \sum_{j=1}^M [\alpha_j \cos(\omega_j t) + \delta_j \text{sen}(\omega_j t)] \quad (33)$$

Aquí,  $\alpha_j$  y  $\delta_j$  son variables aleatorias con media cero, lo que ocasiona que  $E(Y_t) = 0$  para todo  $t$ . Además, las secuencias  $\{\alpha_j\}_{j=1}^M$  y  $\{\delta_j\}_{j=1}^M$  son serialmente y mutuamente no correlacionadas tal que:

$$\begin{aligned}
E(\alpha_j \alpha_k) &= \begin{cases} \sigma_j^2 & \text{para } j = k \\ 0 & \text{para } j \neq k \end{cases} \\
E(\delta_j \delta_k) &= \begin{cases} \sigma_j^2 & \text{para } j = k \\ 0 & \text{para } j \neq k \end{cases} \\
E(\alpha_j \delta_k) &= 0 \text{ para todo } j \text{ y } k.
\end{aligned} \tag{34}$$

Por lo que la varianza de  $Y_t$  sería:

$$\begin{aligned}
E(Y_t^2) &= \sum_{j=1}^M [E(\alpha_j^2) \cos^2(\omega_j t) + E(\delta_j^2) \sin^2(\omega_j t)] \\
E(Y_t^2) &= \sum_{j=1}^M \sigma_j^2 [\cos^2(\omega_j t) + \sin^2(\omega_j t)] \\
E(Y_t^2) &= \sum_{j=1}^M \sigma_j^2
\end{aligned} \tag{35}$$

Por lo tanto, para este proceso, la porción de varianza que se debe a los ciclos con frecuencias  $\omega_j$  esta dada por  $\sigma_j^2$ . Si las frecuencias están ordenadas como  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_M < \pi$ , la porción de la varianza de  $y_t$  que se atribuye a los ciclos de frecuencias menores o iguales que  $\omega_j$  está dada por  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_j^2$ . Para estimar la  $k$ -ésima autocovarianza necesitamos  $y_t$  e  $y_{t-1}$ , se procede como sigue:

$$\begin{aligned}
Y_t &= \sum_{j=1}^M [\alpha_j \cos(\omega_j t) + \delta_j \sin(\omega_j t)] \\
Y_{t-1} &= \sum_{j=1}^M [\alpha_j \cos(\omega_j(t-k)) + \delta_j \sin(\omega_j(t-k))] \\
E(Y_t Y_{t-1}) &= \sum_{j=1}^M \{E(\alpha_j^2) \cos(\omega_j t) \cos[\omega_j(t-k)] + E(\delta_j^2) \sin(\omega_j t) \sin[\omega_j(t-k)]\} \\
E(Y_t Y_{t-1}) &= \sum_{j=1}^M \sigma_j^2 \{\cos(\omega_j t) \cos[\omega_j(t-k)] + \sin(\omega_j t) \sin[\omega_j(t-k)]\}
\end{aligned} \tag{36}$$

Si se usa la siguiente identidad trigonométrica  $\cos(A - B) = \cos(A) \cos(B) + \sin(A) \sin(B)$ , para  $A = \omega_j t$  y  $B = \omega_j(t - k)$ , se tiene que  $A - B = \omega_j k$ ; por lo que la  $k$ -ésima autocovarianza se convierte en  $E(Y_t Y_{t-1}) = \sum_{j=1}^M \sigma_j^2 \cos(\omega_j k)$ .

Dado que la media y las autocovarianzas de  $y_t$  no son funciones del tiempo, el proceso se describe como estacionario en covarianzas; no obstante, la forma de las autocovarianzas implica que la secuencia de autocovarianzas  $\{Y_j\}_{k=0}^{\infty}$  no es absolutamente sumable.

Existe un resultado general conocido como el “Teorema de la representación espectral” que dice que cualquier proceso estacionario en covarianzas  $y_t$  puede ser expresado en términos de una

generalización de la forma propuesta en (20) líneas arriba. En otras palabras, para cualquier frecuencia dada  $\omega$  entre  $[0, \pi]$ , luego de definir las variables aleatorias  $\alpha(\omega)$  y  $\delta(\omega)$  se puede escribir el proceso estacionario con autocovarianzas absolutamente sumables de la siguiente forma:

$$Y_t = \mu + \int_0^\pi [\alpha(\omega) \cos(\omega t) + \delta(\omega) \sin(\omega t)] d\omega \quad (37)$$

Los procesos aleatorios representados por  $\alpha(\cdot)$  y  $\delta(\cdot)$  poseen media cero. Asimismo, para cualquier frecuencia  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \pi$ , la variable  $\int_{\omega_1}^{\omega_2} \alpha(\omega) d\omega$  está no correlacionada con  $\int_{\omega_3}^{\omega_4} \alpha(\omega) d\omega$  y la variable  $\int_{\omega_1}^{\omega_2} \delta(\omega) d\omega$  está no correlacionada con  $\int_{\omega_3}^{\omega_4} \delta(\omega) d\omega$ ; mientras que, para cualquier  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \pi$  y  $0 < \omega_3 < \omega_4 < \pi$ , la variable  $\int_{\omega_1}^{\omega_2} \alpha(\omega) d\omega$  está no correlacionada con  $\int_{\omega_3}^{\omega_4} \delta(\omega) d\omega$ .

## 2. Predictibilidad en el dominio de frecuencias

En este apartado, se seguirá la metodología econométrica empleada por Breitung y Candelon (2006). Denotemos a  $z_t = [x_t, y_t]'$  como un vector de dos dimensiones de series de tiempo observadas en  $t = 1, \dots, T$ , donde  $x_t$  es la variable que se desea estudiar. Asimismo, se asume que  $z_t$  tiene una representación VAR finita de la siguiente forma:

$$\Theta(L)z_t = \varepsilon_t \quad (38)$$

donde  $\Theta(L) = I - \Theta_1 L - \dots - \Theta_p L^p$  es un polinomio de rezagos de  $2 \times 2$  con  $L^k z_t = z_{t-k}$ . Se asume que el vector de error  $\varepsilon_t$  es un ruido blanco con  $E(\varepsilon_t) = 0$  y  $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma$ , donde  $\Sigma$  es definida positiva. Para fines expositivos, se asume que la representación VAR no presenta ningún termino determinístico; no obstante, para las aplicaciones empíricas el modelo incluye constante, tendencia o variables dicotómicas.

Sea  $G$  una matriz triangular inferior, de manera que  $G'G = \Sigma^{-1}$ , y que  $E(\eta_t \eta_t') = I$  y  $\eta_t = G\varepsilon_t$ . Si se asume que el sistema es estacionario, la representación MA del sistema sería el siguiente:

$$z_t = \Phi(L)\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(L) & \Phi_{12}(L) \\ \Phi_{21}(L) & \Phi_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

$$z_t = \Psi(L)\eta_t = \begin{bmatrix} \Psi_{11}(L) & \Psi_{12}(L) \\ \Psi_{21}(L) & \Psi_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \end{bmatrix} \quad (39)$$

donde  $\Phi(L) = \Theta(L)^{-1}$  y  $\Psi(L) = \Phi(L)G^{-1}$ . Utilizando esta representación, la densidad espectral de  $x_t$  puede ser expresada así:

$$f_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ |\Psi_{11}(e^{-i\omega})|^2 + |\Psi_{12}(e^{-i\omega})|^2 \right\} \quad (40)$$

La medida de predictibilidad sugerida por Geweke (1982) y Hosoya (1991) se define como

$$\begin{aligned} M_{y \rightarrow x}(\omega) &= \log \left[ \frac{2\pi f_x(\omega)}{|\Psi_{11}(e^{-i\omega})|^2} \right] \\ &= \log \left[ 1 + \frac{|\Psi_{12}(e^{-i\omega})|^2}{|\Psi_{11}(e^{-i\omega})|^2} \right] \end{aligned} \quad (41)$$

La medida  $M_{y \rightarrow x}$  será cero si  $|\Psi_{12}(e^{-i\omega})|^2 = 0$ , por lo que se diría que  $y$  no causa a  $x$  en la frecuencia  $\omega$ .

Para testar la hipótesis que  $y$  no causa  $x$  en la frecuencia  $\omega$ , se considera la hipótesis nula  $H_0$ :  $M_{y \rightarrow x}(\omega) = 0$  dentro de un marco teórico bivariado. Utilizando el hecho que  $\Psi(L) = \Phi(L)G^{-1}$  y que  $\Psi_{12}(L) = -\frac{g_{22}\theta_{12}(L)}{|\Theta(L)|}$ , donde  $g_{22}$  es el elemento inferior de la diagonal de  $G^{-1}$  y  $|\Theta(L)|$  es el determinante de  $\Theta(L)$ . Se desprende que  $y$  no causa a  $x$  en la frecuencia  $\omega$  si se cumple que:

$$|\Theta_{12}(e^{i\omega})| = \left| \sum_{k=1}^p \theta_{12,k} \cos(k\omega) - \sum_{k=1}^p \theta_{12,k} \text{sen}(k\omega) i \right| = 0 \quad (42)$$

donde  $\theta_{12,k}$  es el elemento (1,2) de  $\Theta_k$ . Entonces, el conjunto de condiciones necesarias y suficientes para que se cumpla  $|\Theta_{12}(e^{i\omega})| = 0$  es el siguiente:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^p \theta_{12,k} \cos(k\omega) &= 0 \\ \sum_{k=1}^p \theta_{12,k} \text{sen}(k\omega) &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

Dado que  $\text{sen}(k\omega) = 0$  para  $\omega = 0$  y  $\omega = \pi$ ,  $\sum_{k=1}^p \theta_{12,k} \text{sen}(k\omega) = 0$  puede ser obviado en estos casos. El procedimiento que se presenta se basa en las restricciones lineales mostradas en

(52). Para simplificar las notaciones, denote  $\alpha_j = \theta_{11,k}$  y  $\beta_j = \theta_{12,j}$ , por lo que las ecuaciones VAR para  $x_t$  se escribirían como sigue:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_{1t} \quad (44)$$

La hipótesis  $M_{y \rightarrow x}(\omega) = 0$  es equivalente a la restricción lineal  $H_0: R(\omega)\beta = 0$ , donde  $\beta = [\beta_1 \dots \beta_p]$  y

$$R(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & \cos(2\omega) & \dots & \cos(p\omega) \\ \text{sen}(\omega) & \text{sen}(2\omega) & \dots & \text{sen}(p\omega) \end{bmatrix} \quad (45)$$

El estadístico  $F$  ordinario para la hipótesis nula  $H_0: R(\omega)\beta = 0$  se atribuye a  $F(2, T - 2p)$  para  $\omega \in (0, \pi)$ , donde  $p$  es el rezago óptimo del sistema bivariado en análisis.



## Capítulo IV. Evidencia Empírica

### 1. Análisis bivariado

Existe vasta literatura empírica que se enfoca en los determinantes de la inflación. Por ejemplo, Hendry (2001) demuestra que la inflación del Reino Unido entre 1875-1991 respondió a los excesos de demanda de todos los sectores de la economía: bienes y servicios, factores de producción, dinero, activos financieros, tipo de cambio y déficits del gobierno; y, a los contingentes históricos como las grandes guerras y la crisis del petróleo.

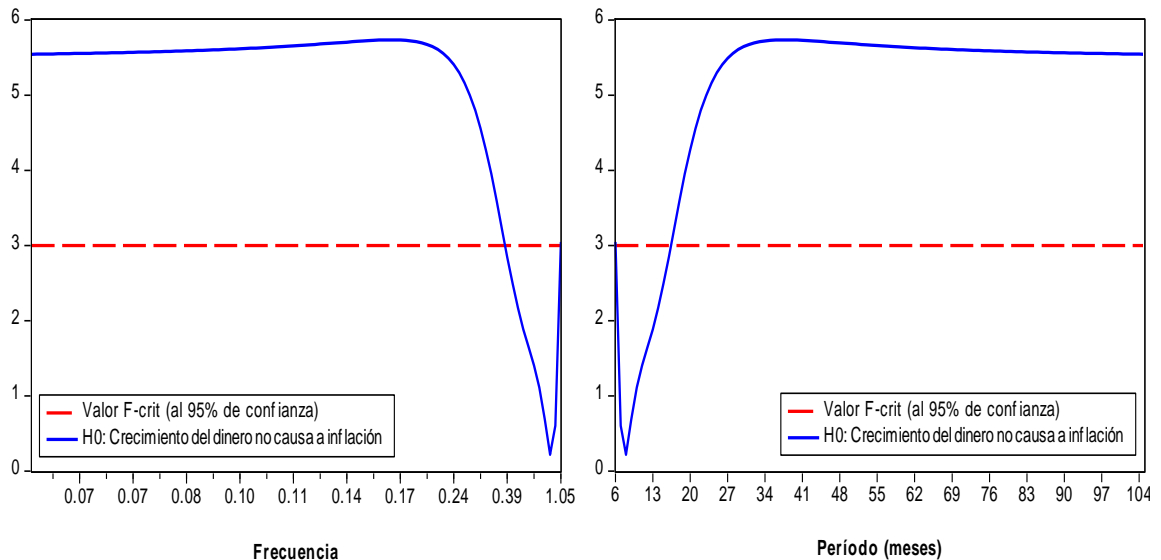
En esta sección, se aplican las pruebas de predictibilidad en el dominio de frecuencias propuestas por Breitung y Candelon (2006) para determinar la predictibilidad del dinero, la brecha producto, el índice de precios mayoristas importados y el tipo de cambio nominal, sobre la inflación. Se utiliza datos mensuales de la base monetaria, el PIB, el índice de precios mayoristas importados (IPMM) y el tipo de cambio nominal, obtenidos del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) y del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). El período de la muestra es enero-1994 hasta diciembre-2015.

El primer paso del trabajo consiste en determinar si las series por utilizar presentan raíces unitarias en su representación autoregresiva. Luego de realizar el test Dickey-Fuller Aumentado bajo la metodología de Dolado, Jenkinson y Sosvilla-Rivero (1990), no se encontró raíz unitaria en la inflación. Dado este escenario, se utilizaron las primeras diferencias de los logaritmos de cada serie; es decir, las tasas de crecimiento de las mismas. Es importante añadir que el problema de raíz unitaria es relevante solo en la frecuencia  $\omega = 0$ . Posteriormente, se plantean VAR bivariados respecto de la inflación, en los cuales se utilizaron los criterios de información (Akaike y Schwartz) para identificar el rezago óptimo de cada sistema.

Los resultados de la prueba de predictibilidad en el dominio de frecuencia están representados en las figuras mostradas líneas abajo. Asimismo, se reportan las pruebas de predictibilidad con su valor crítico al 95% de confianza (línea entrecortada) para todas las frecuencias en el intervalo de  $(0, \pi)$ . La hipótesis nula de no predictibilidad se rechaza en diferentes rangos de frecuencias dependiendo del modelo que se esté evaluando.

En la Figura 1, se observa que la hipótesis nula de no predictibilidad se rechaza en el rango  $\omega \in [0, 0.349]$  para el caso de la inflación y el crecimiento del dinero. Este rango corresponde a períodos a partir de 18 meses en adelante.

**Gráfico 1.** Prueba de predictibilidad (inflación y tasa de crecimiento del dinero)



Fuente: Elaboración propia, 2016.

Con el objetivo de comparar los resultados obtenidos para Perú, se condujo un ejercicio análogo para Chile, Colombia y México. La Tabla 1 muestra las frecuencias y periodos donde se rechaza la hipótesis nula de no predictibilidad del crecimiento del dinero hacia la inflación correspondiente para cada país. México contiene el rango de frecuencia más extenso  $\omega \in [0, 0.524]$  mientras que Perú tiene presenta el más estrecho. Explicar las diferencias entre los países escapan el objeto de este estudio. En el Anexo 1, se muestran los resultados gráficos correspondientes a la Tabla 1.

**Tabla 1. Frecuencias y períodos de rechazo de hipótesis nula de no predictibilidad ( $H_0$ : Crecimiento del dinero no causa a inflación)**

	<b>Perú</b>	<b>Chile</b>	<b>Colombia</b>	<b>México</b>
<b>Frecuencia</b>	[0 - 0.349]	[0 - 0.449]	[0 - 0.483]	[0 - 0.524]
<b>Período (meses)</b>	[18 - $\infty$ )	[14 - $\infty$ )	[13 - $\infty$ )	[12 - $\infty$ )

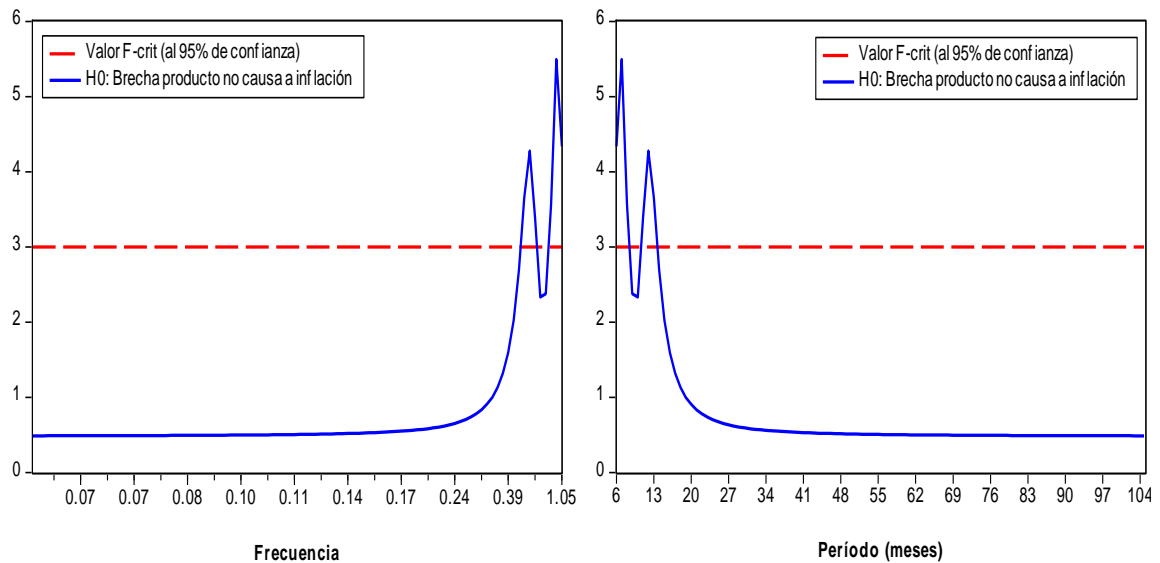
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Estos resultados van en línea con la teoría cuantitativa del dinero, la cual le otorga al dinero un rol protagónico en la determinación de la evolución de la inflación en el largo plazo y que tenía un consenso muy fuerte a finales de los años 60. Como se desarrolló en la sección II, Friedman y Schwartz (1969) argumentan que la inflación es un fenómeno puramente monetario. Estudios más recientes también demuestran que agregados monetarios contienen información relevante para la predicción de variables macroeconómicas como la inflación. Dentro de esta línea, encontramos a Stock y Watson (1989), Ramsey y Lampart (1998), Assenmacher-Wesche y Gerlach (2006, 2008). Para el caso peruano, Lahura (2010) utiliza modelos de corrección de errores para demostrar que M3 es el único agregado monetario que ayuda a predecir la inflación peruana.

Por otra parte, en el Gráfico 2 se muestra la prueba de predictibilidad para el caso de la inflación y la brecha de producto. La hipótesis nula de no predictibilidad se rechaza en el rango de frecuencias  $\omega \in [0.524, 1.47]$  que corresponde a un intervalo de 6 a 12 meses.

Los primeros estudios que asocian las fluctuaciones de la inflación a cambios en costos marginales o matrices de producción incluyen a Taylor (1979, 1980), Calvo (1983) y Rotemberg (1987). Taylor (1979, 1980) basa su análisis en contratos salariales escalonados; mientras que, Calvo (1983) utiliza un modelo con precios escalonados basado en posibilidades aleatorias de ajuste de precio como se explicó en la sección II. En esa misma línea, Rotemberg (1987) utiliza ajustes de costos cuadráticos. Dentro de los estudios recientes, se encuentran Galí y Gertler (1999) que utilizan costos marginales reales en vez de la brecha producto y demuestran que son un fuerte predictor para la inflación. Mallik y Chowdhury (2001) examinan la relación entre inflación y crecimiento del producto para Bangladesh, India, Pakistán y Sri Lanka, y concluyen que existe mucha retroalimentación entre ambas variables para los cuatro países.

**Gráfico 2. Prueba de predictibilidad (inflación y brecha producto)**

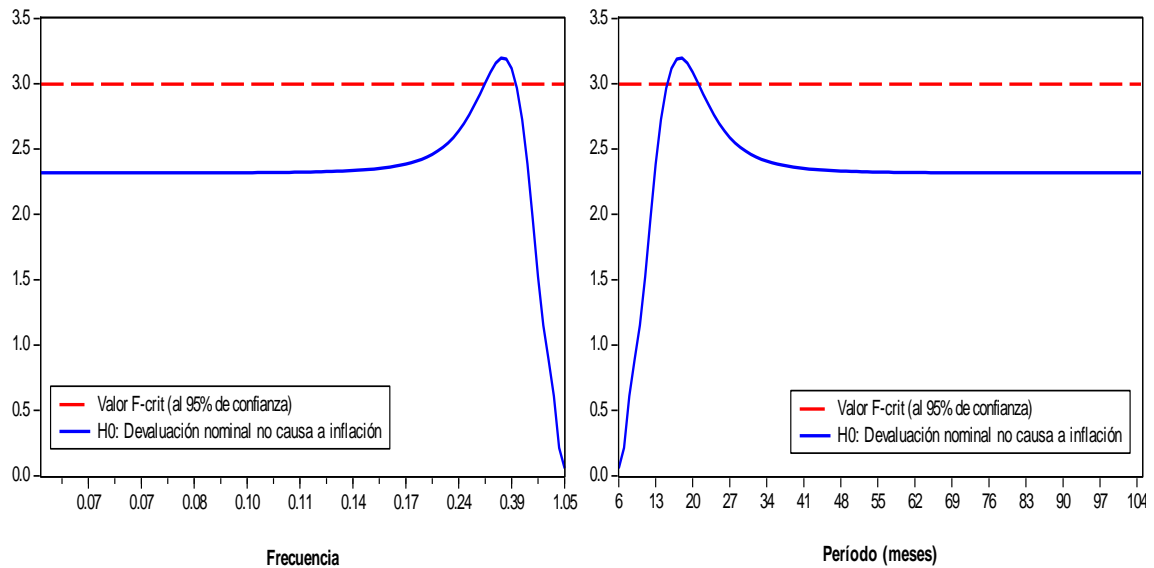


Fuente: Elaboración propia, 2016.

Respecto de la inflación y la depreciación del tipo de cambio, en la Figura 3 se muestra que la hipótesis nula es rechazada en el rango  $\omega \in [0.314, 0.393]$ , que corresponde a un intervalo de 16 a 20 meses.

La literatura empírica relevante sobre el efecto traspaso del tipo de cambio hacia la inflación incluye a Taylor (2000), Mihaljek y Klau (2008) y Winkelried (2011). Taylor (2000) muestra que el efecto traspaso ha disminuido en países desarrollados en la década de los 90 debido a que el ambiente europeo era de tasas de inflación bajas, en comparación a las tasas de inflación elevadas registradas en décadas pasadas. Mihaljek y Klau (2008) estima el efecto traspaso del tipo de cambio hacia la inflación en 14 economías emergentes desde 1994 hasta mediados del 2006, donde se incluyen modelos con asimetrías y efectos frontera en el tipo de cambio. Por su parte, Winkelried (2011) utiliza un VAR estructural para demostrar que el efecto traspaso en el caso peruano ha venido decreciendo como sucedió en países industrializados pero sigue siendo significativo.

**Gráfico 3. Prueba de predictibilidad (inflación y depreciación nominal)**

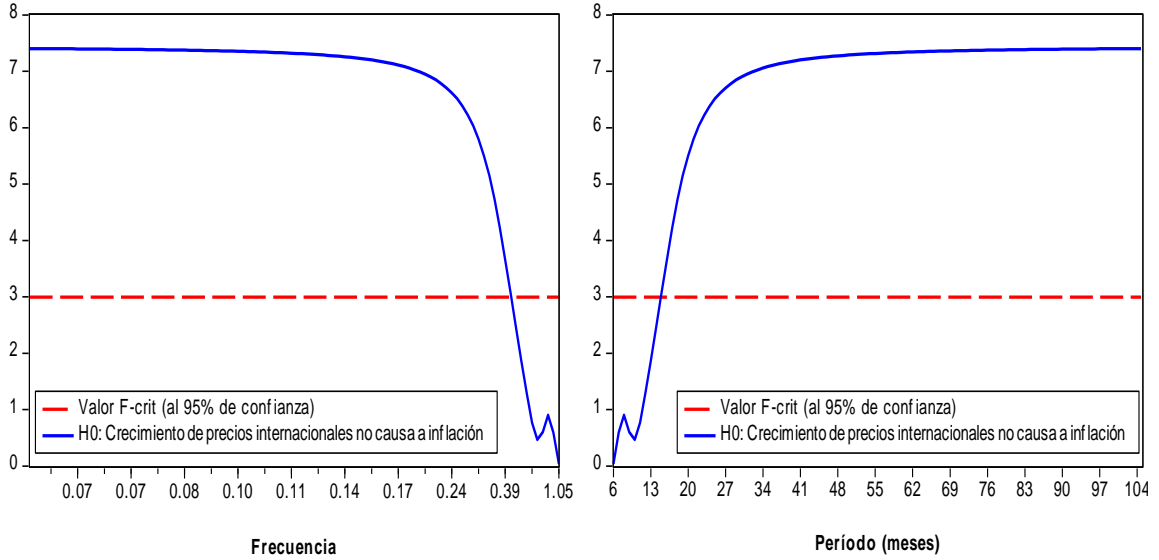


Fuente: Elaboración propia, 2016.

Finalmente, en la Figura 4 se evidencia que la hipótesis nula de no predictibilidad de la variación del índice de precios importados al por mayor hacia la inflación es rechazada en el rango de frecuencias  $\omega \in [0, 0.449]$ , es decir, transformado a períodos cobra relevancia a partir de 16 meses en adelante.

Mahdavi y Zhou (1997) utilizan modelos de corrección de errores para demostrar que el precio de algunos *commodities* tiene mucha más información para predecir la inflación que el precio del oro. Por su parte, Jalil y Tamayo-Zea (2011) calculan impulsos respuesta de VAR cointegrados para probar prueba que en cinco países latinoamericanos (Brasil, Chile, Colombia, México y Perú) los shocks de los precios internacionales de los alimentos impactan en la inflación doméstica de estos países, demuestran también que gran parte de esta transmisión se debe al impacto en la inflación subyacente.

**Gráfico 4. Prueba de predictibilidad (inflación y crecimiento de precios importados al por mayor)**



Fuente: Elaboración propia, 2016.

## 2. Extensión a un análisis trivariado

En este apartado, se observará el comportamiento dinámico conjunto entre dos variables controlando la presencia de una tercera variable dinámica de interés. Entonces, como lo observa Hosoya y Takimoto (2013), la importancia radica en el estudio del *feedback* que ofrece una variable a otra limpiando el efecto existente de la tercera.

Sea  $z_t = (x_t, y_t, w_t)'$ , consideremos las siguientes regresiones:

$$x_t = \gamma_0 + \gamma_1 w_{t-1} + \gamma_2 w_{t-2} + \dots + \gamma_p w_{t-p} + \xi_t \quad (46)$$

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 w_{t-1} + \delta_2 w_{t-2} + \dots + \delta_p w_{t-p} + \varphi_t \quad (47)$$

Las ecuaciones (46) y (47) muestran la regresión de  $x_t$  y  $y_t$  sobre los  $p$  rezagos de  $w_t$ . Se redefinen los residuos observables de las ecuaciones anteriores, de tal modo que,  $\hat{\xi}_t = x_t | w_t$  y  $\hat{\varphi}_t = y_t | w_t$ . Siendo  $z_t^* = (x_t | w_t, y_t | w_t)'$ , el nuevo VAR bivariado se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} x_t | w_t \\ y_t | w_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{11}^*(L) & \Psi_{12}^*(L) \\ \Psi_{21}^*(L) & \Psi_{22}^*(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1t}^* \\ \eta_{2t}^* \end{bmatrix} \quad (48)$$

Las ecuaciones (40) y (41) quedarían reescritas para este nuevo modelo de la siguiente manera:

$$f_{x|w}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ |\Psi_{11}^*(e^{-i\omega})|^2 + |\Psi_{12}^*(e^{-i\omega})|^2 \right\} \quad (49)$$

$$M_{y|w \rightarrow x|w}(\omega) = \log \left[ 1 + \frac{|\Psi_{12}^*(e^{-i\omega})|^2}{|\Psi_{11}^*(e^{-i\omega})|^2} \right] \quad (50)$$

Finalmente, la regresión bivariada de nuestro interés ahora es

$$x_t|w_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i^* x_{t-i}|w_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i^* y_{t-i}|w_{t-i} + \mu_t, \quad (51)$$

donde los  $\beta_i^*$  son los parámetros autorregresivos de interés en este modelo. Así la hipótesis nula para la no predictibilidad de  $y|w$  en  $x|w$  es  $H_0: R\beta^* = 0$ , donde  $R$  es la misma matriz presentada en la ecuación (45). Las dos filas de  $R$  nuevamente representan los coeficientes de las combinaciones lineales que son las restricciones de Wald sobre los parámetros autorregresivos.

Partiendo de la ecuación (51) y la nueva hipótesis nula, se trabajaron doce VAR bivariados para evaluar la predictibilidad de las variables de interés: tasa de crecimiento del dinero, brecha producto (en tasas), devaluación nominal del tipo de cambio y cambio en los precios internacionales, sobre la inflación controlando por una de las otras variables.

En la Tabla 2, se muestran los resultados de los intervalos de rechazo (en períodos y frecuencias) de la hipótesis nula de no predictibilidad sobre la inflación de las doce estimaciones. Asimismo, en el Anexo 2, se presentan los resultados gráficos correspondientes a la Tabla 2.

**Tabla 2. Frecuencias y períodos de rechazo de hipótesis nula de no predictibilidad con el control de una variable de interés**

	Control de una variable			
	Crecimiento de dinero	Brecha producto	Devaluación nominal	Crecimiento de precios internacionales
<b>1. Crecimiento de dinero</b>				
Período (meses)		[14 - $\infty$ ]	[13 - $\infty$ ]	{6} U [11 - $\infty$ ]
Frecuencia		[0 - 0.45]	[0 - 0.48]	[0 - 0.57] U {1.05}
<b>2. Brecha producto</b>				
Período (meses)	[7 - 9] U [13 - 18]		[6 - 13]	[6 - 9] U [10 - 41]
Frecuencia	[0.35 - 0.48] U [0.7 - 0.9]		[0.48 - 1.05]	[0.15 - 0.63] U [0.7 - 1.05]
<b>3. Devaluación nominal</b>				
Período (meses)	N.I.R.	N.I.R.		N.I.R.
Frecuencia	N.I.R.	N.I.R.		N.I.R.
<b>4. Crecimiento de prec. int.</b>				
Período (meses)	[23 - $\infty$ ]	[13 - $\infty$ ]	N.I.R.	
Frecuencia	[0 - 0.27]	[0 - 0.48]	N.I.R.	

(\*) NIR: No existe intervalo de rechazo de la hipótesis nula de no predictibilidad de la variable sobre la inflación.

Fuente: Elaboración propia, 2016.



## Conclusiones

Este documento presenta teoría y evidencia sobre los determinantes de la inflación peruana. Se muestran tres teorías relevantes: la teoría cuantitativa del dinero, la curva de Phillips Nueva Keynesiana, y el efecto traspaso del tipo de cambio y los precios internacionales representados por el modelo de economía abierta propuesto por Galí (2005). Dentro de la teoría cuantitativa del dinero, se explican los tres principales enfoques: transacciones, ingresos y saldos en efectivo, que corresponden a diferentes etapas de la teoría económica, pero convergen en la existencia de una relación de predictibilidad del crecimiento del dinero sobre la inflación. La curva de Phillips Nueva Keynesiana es trabajada por el modelo de Calvo (1983) que, finalmente, deriva en una ecuación *forward-looking* de la inflación con su futuro y el nivel de costos marginales (a través de la brecha producto). Finalmente, el modelo de economía abierta de Galí concluye en una combinación lineal que caracteriza a la inflación total de una economía con la fluctuación de los precios domésticos, y las variaciones de los precios internacionales y tipo de cambio.

La metodología escogida ha sido el análisis espectral, que es un trabajo en el dominio de las frecuencias. A diferencia del análisis temporal o del dominio del tiempo, permite contestar dos preguntas adicionales a la existencia de predictibilidad: a partir de cuándo y por cuánto. Sin embargo, es importante notar que ambos análisis no son opuestos, ya que se complementan en muchos sentidos como se explica en la sección III. Dentro de esta misma sección, se desarrolla la teoría sobre el espectro poblacional y sus propiedades siguiendo a Hamilton (1994). Luego, siguiendo la propuesta de Breitung y Candelon (2006) se presenta la medida de predictibilidad en el dominio de las frecuencias.

En general, los resultados encontrados han sido consistentes con las teorías económicas presentadas. Se encontró que el crecimiento del dinero, la brecha producto como *proxy* de los costos marginales de la economía, la devaluación nominal del tipo de cambio y el cambio de los precios internacionales tienen información relevante para predecir la inflación. Sin embargo, difieren respecto del comienzo y la longitud de esta relación. Mientras el crecimiento del dinero y el cambio de los precios internacionales afectan en frecuencias bajas (o de alta periodicidad) a la inflación, la brecha producto hace lo propio solo en frecuencias altas (o de baja periodicidad). Por otro lado, la información contenida en el tipo de cambio para predecir la inflación solo es relevante a partir del mediano plazo y por un período muy corto. Finalmente, una extensión valiosa para la academia será ofrecer resultados predictivos del análisis multivariado del modelo trabajado en este documento de investigación para una futura presentación.

## Bibliografía

- Assenmacher-Wesche, K., & Gerlach, S. (2008). Interpreting Euro Area Inflation at high and Low Frequencies. *European Economic Review, Elsevier, vol.52(6)*, 964-986.
- Banco Central de Reserva del Perú. (s.f.). *Glosario de términos económicos*. Obtenido de <http://www.bcrp.gob.pe/publicaciones/glosario/i.html>
- Breitung, J., & Candelon, B. (2006). Testing for Short- and Long-Run Causality: A Frequency-Domain Approach. *Journal of Econometrics, 132*, 363-378.
- Calvo, G. A. (1983). Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics, XII*, 383-398.
- Crowder, W. J. (1996). The International Convergence of Inflation Rates during Fixed and Floating Exchange Rate Regimes. *Journal of International Money and Finance, 15(4)*, 551-575.
- Dolado, J. J., Jenkinson, T., & Sosvilla-Rivero, S. (1990). Cointegration and Unit Roots. *Journal of Economic Surveys, 4(3)*, 249-73.
- Dupuis, D. (2004). *The New Keynesian Hybrid Phillips Curve: An Assessment of Competing Specifications for the United States*. Canadá: Banco de Canadá.
- Feige, E. (1964). *The Demand for Liquid Assets: A Temporal Cross-Section Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Fernández-Baca, J. (2008). *Teoría y Política Monetaria*. Lima: Biblioteca Universitaria.
- Friedman, B., & Schwartz, A. J. (1969). *A Monetary History of the United States, 1867-1960*. Princeton: Princeton University Press.
- Friedman, M. (1956). *The Quantity Theory of Money. A Reestament*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Friedman, M. (1969). *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Aldine Publishing.
- Galí, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*. New Jersey: Princeton University Press.
- Galí, J., & Gertler, M. (1999). Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis. *Journal of Monetary Economics* , 195-222.
- Galí, J., & Monacelli, T. (2005). Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. *Review of Economic Studies, 72(3)*, 707-734.
- Geweke, J. (Junio de 1982). Measurement of Linear Dependence and Feedback Between Multiple Time Series. *Journal of the American Statistical Association, 77(378)*, 304-313.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Hendry, D. F. (2001). Modelling UK Inflation, 1875-1991. *Journal of Applied Econometrics, 255-275*.

- Hosoya, Y. (1991). The Decomposition and Measurement of the Interdependence between Second-Order Stationary Process. *Probability Theory and Related Fields*, 88, 429-444.
- Hosoya, Y. (2001). Elimination of Third-Series Effect and Defining Partial Measures of Causality. *Journal of Time Series Analysis*, 22, 537-554.
- Hosoya, Y., & Takimoto, T. (2013). *Partial Measures of Time-Series Interdependence*. Discussion Paper No. 2013-9, Kyushu University, Faculty of Economics, Japan.
- Hume, D. (1752). *Of Money, and Other Essays*. Political discourses.
- Jalil, M., & Tamayo-Zea, E. (2011). Pass-Through of International Food Prices to Domestic Inflation during and after the Great Recession: Evidence from a Set of Latin American Economies. *Desarrollo y Sociedad - Primer Semestre*, 135-179.
- Lahura, E. (2010). Monetary Aggregates and Monetary Policy: an Empirical Assessment for Peru. *Central Bank of Peru Working Paper*.
- Le Heron, E., & Carre, E. (2006). *Credibility Versus Confidence in Monetary Policy*. Centre de Recherches et d'Etudes sur le Canada et le Québec, Sciences Sociales. Edward Elgar.
- Lucas, R. E. (1980). Two Illustrations of the Quantity Theory of Money. *The American Economic Review*, 70(5), 1005-1014.
- Mahdavi, S., & Zhou, S. (1997). Gold and Commodity Prices as Leading Indicators of Inflation: Tests of Long-Run Relationship and Predictive Performance. *Journal of Economics and Business*, 475-489.
- Mallik, G., & Chowdhury, A. (2001). Inflation and Economic Growth: Evidence from Four Asian Countries. *Asia-Pacific Development Journal*, 123-135.
- McCallum, B. T., & Nelson, E. (2010). *Money and Inflation: Some Critical Issues*. Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Washington, D.C.
- Mihaljek, D., & Klau, M. (2008). Exchange Rate Pass-Through in Emerging Market Economies: What Has Changed and Why? *BIS Papers*, 35, 103-130.
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (1995). Exchange Rate Dynamics Redux. *Journal of Political Economy*, 103(3), 624-660.
- Phillips, W. (1958). The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957. *Economica*, 25, 283-299.
- Ramsey, J., & Lampart, C. (1998). Decomposition of Economic Relationship by Timescale using Wavelets: Money and Income. *Macroeconomic Dynamics*, 2, 49-71.
- Rotemberg, J. J. (1987). The New Keynesian Microfoundations. *NBER Macroeconomics Annual* 2, 69-104.
- Samuelson, P., & Solow, R. (1960). Analytical aspects of anti-inflation policy. *American Economic Review*, 50, 177-194.
- Schreiber, S. (2009). *Low-Frequency Determinants of Inflation in the Euro Area*. Macroeconomic Policy Institute, Düsseldorf.

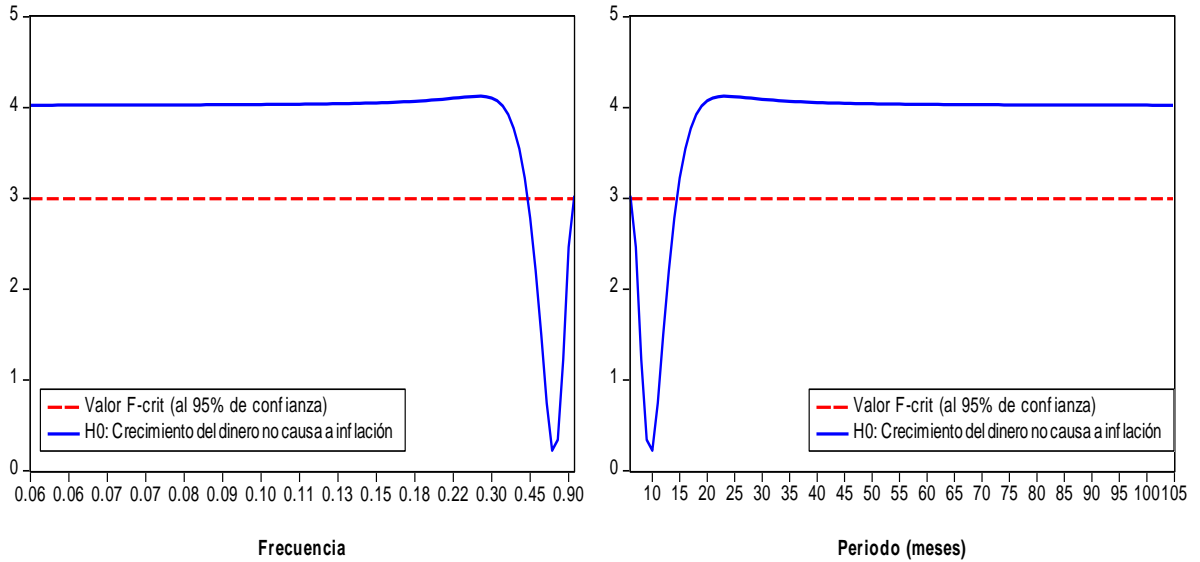
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1989). Interpreting the Evidence on Money-Income Causality. *Journal of Econometrics Vol 64.*, 279-306.
- Summers, L. H. (1983). The Non-Adjustment of Nominal Interest Rates: A Study of the Fisher Effect. *Macroeconomics, Prices and Quantities*.
- Taylor, J. B. (1979). Staggered Wage Setting in a Macro Model. *American Economic Review*, 69, 108-113.
- Taylor, J. B. (1980). Aggregate Dynamics and Staggered Contracts. *Journal of Political Economy*, LXXXVIII, 1-22.
- Whiteman, C. H. (1984). Lucas on the Quantity Theory: Hypothesis Testing without Theory. *American Economic Review*.
- Winkelried, D. (2011). Exchange Rate Pass-Through and Inflation Targeting in Peru. *Central Reserva Bank of Peru*.



## **Anexos**

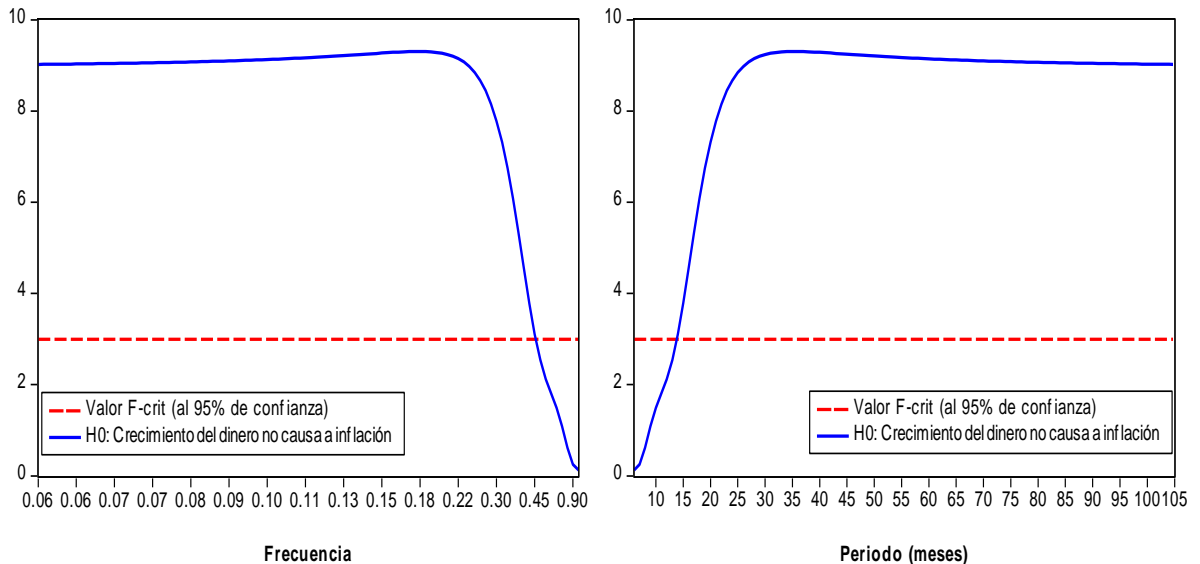
## Anexo 1. Dinero e inflación en Chile, Colombia y México

### Prueba de predictibilidad entre inflación y crecimiento del dinero para Chile



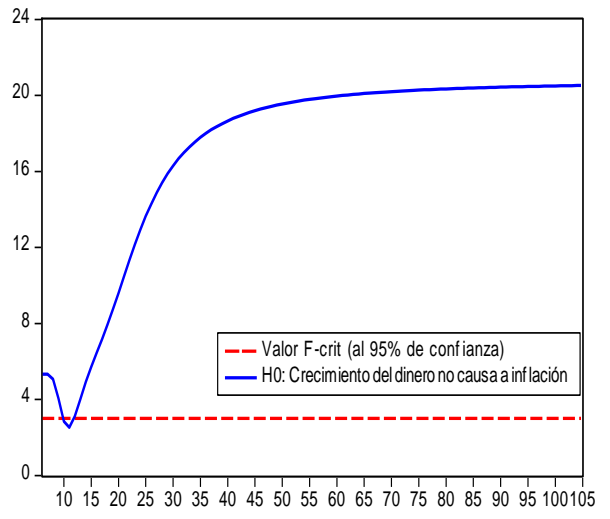
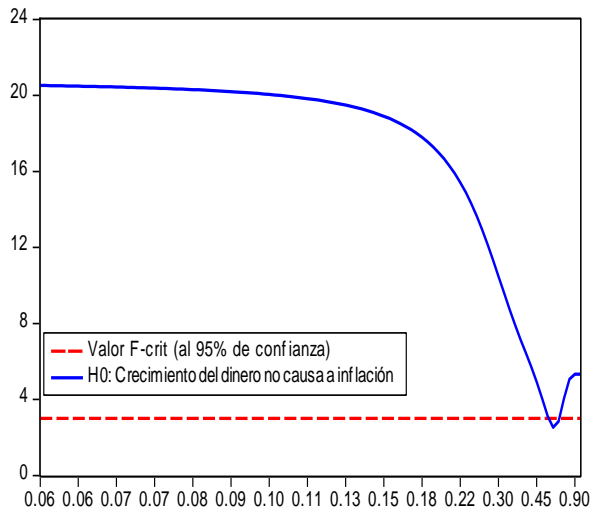
Fuente: Elaboración propia, 2016.

### Prueba de predictibilidad entre inflación y crecimiento del dinero para Colombia



Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad entre inflación y crecimiento del dinero para México



Frecuencia

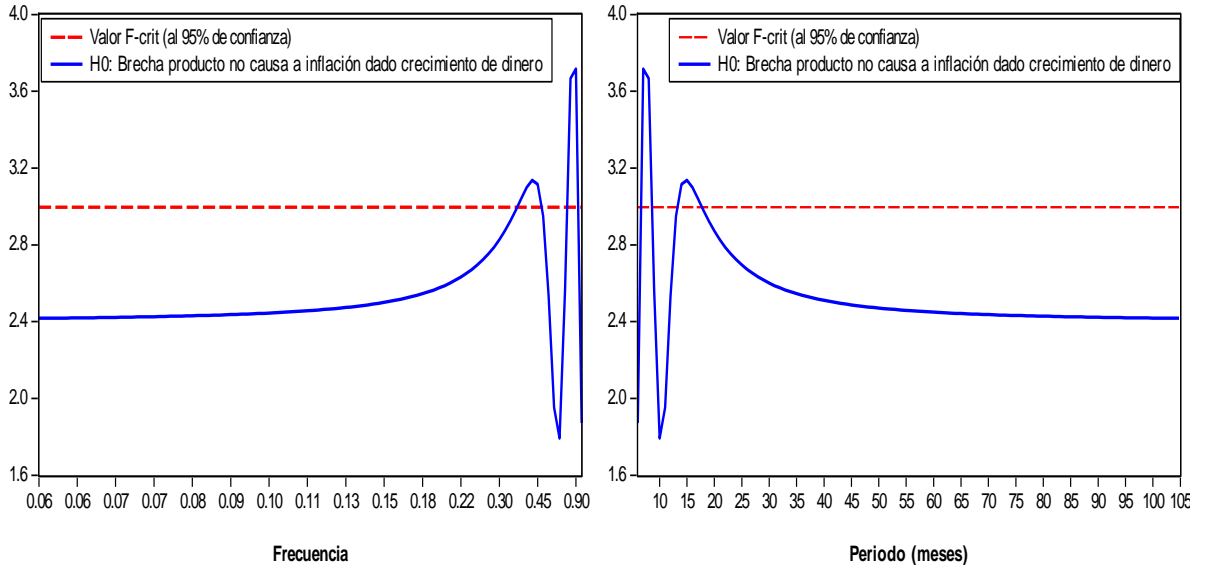
Periodo (meses)

Fuente: Elaboración propia, 2016.



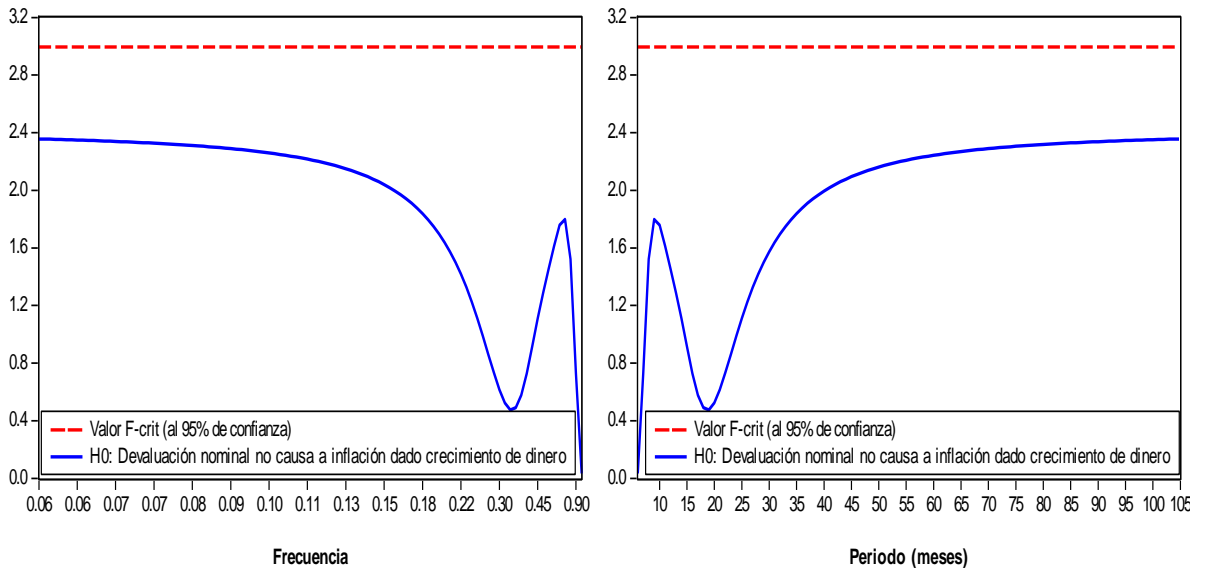
## Anexo 2. Extensión metodológica: VAR trivariado

Prueba de predictibilidad (entre inflación y brecha producto) dado el efecto del crecimiento del dinero



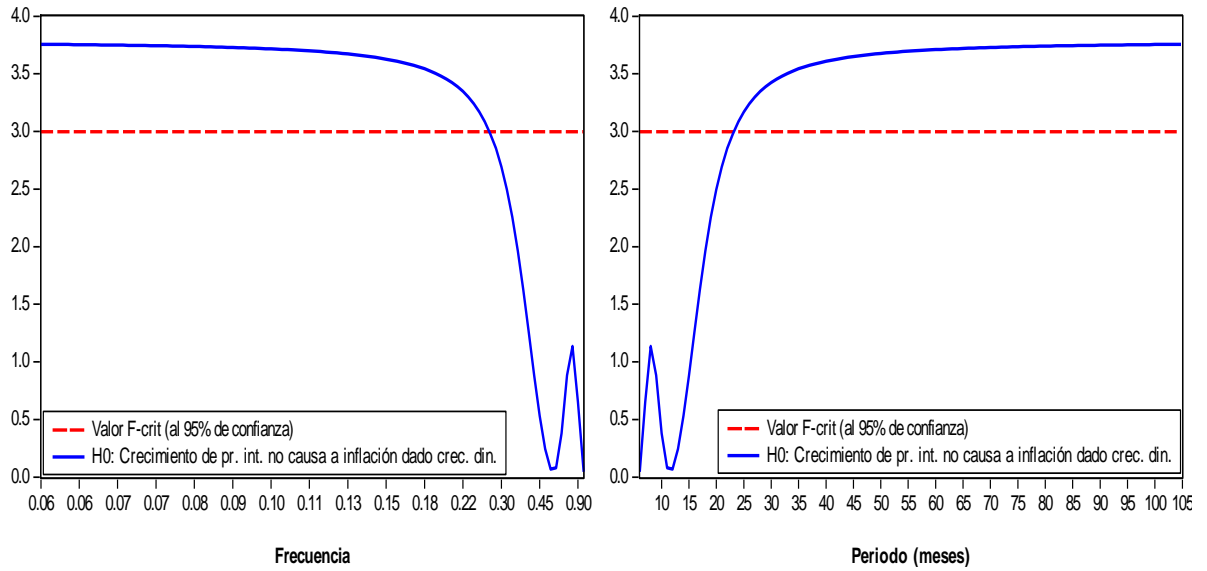
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y devaluación nominal) dado el efecto del crecimiento del dinero



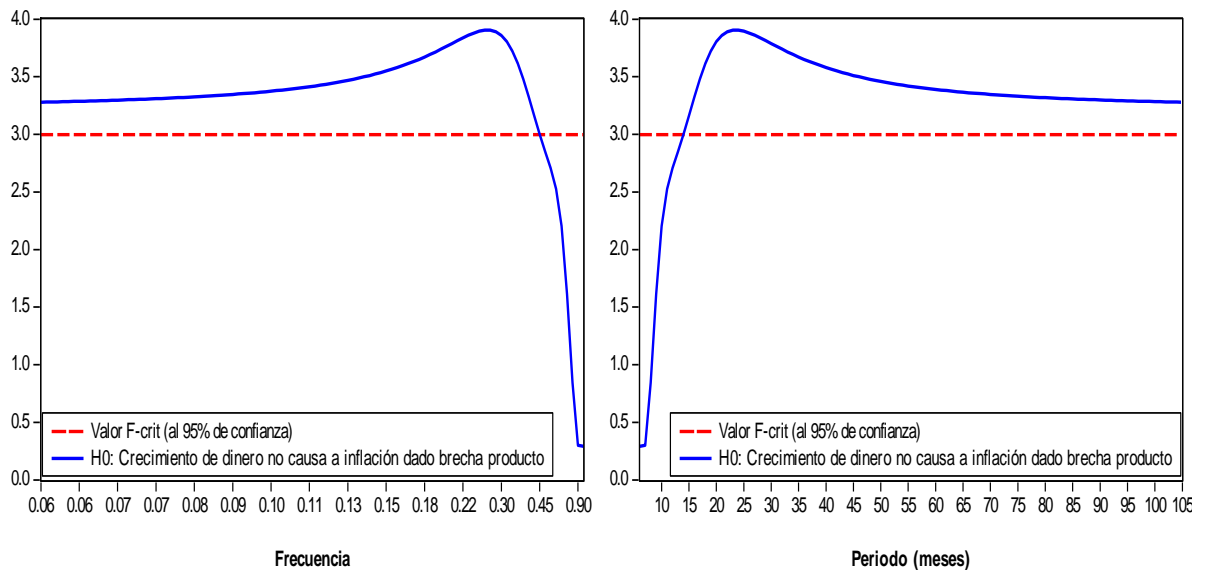
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento de precios internacionales) dado el efecto del crecimiento del dinero



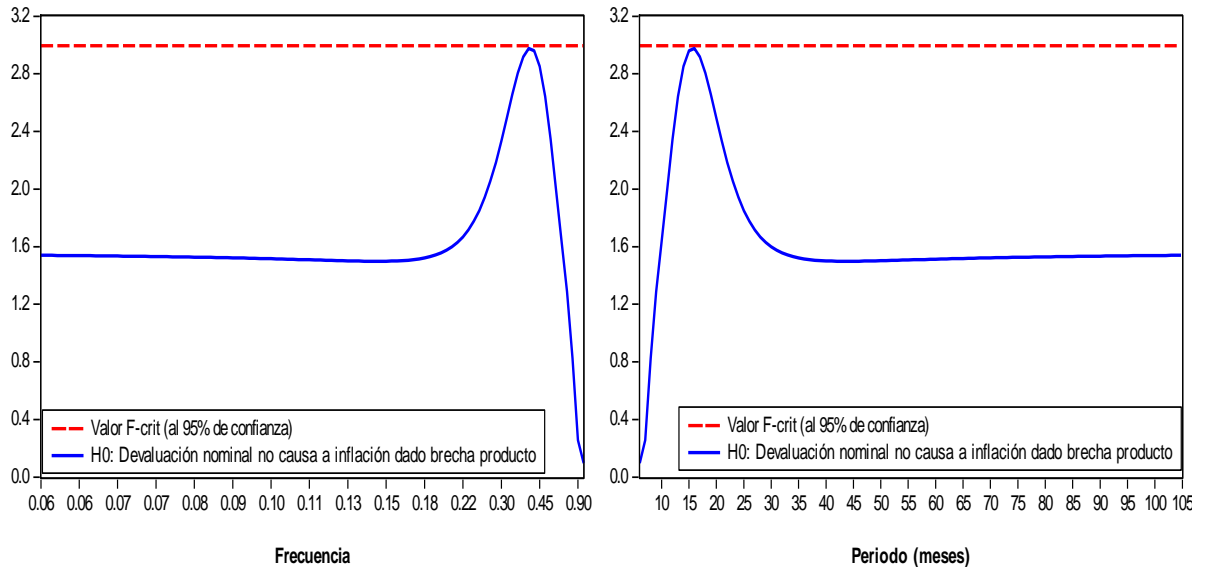
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento del dinero) dado el efecto de la brecha producto



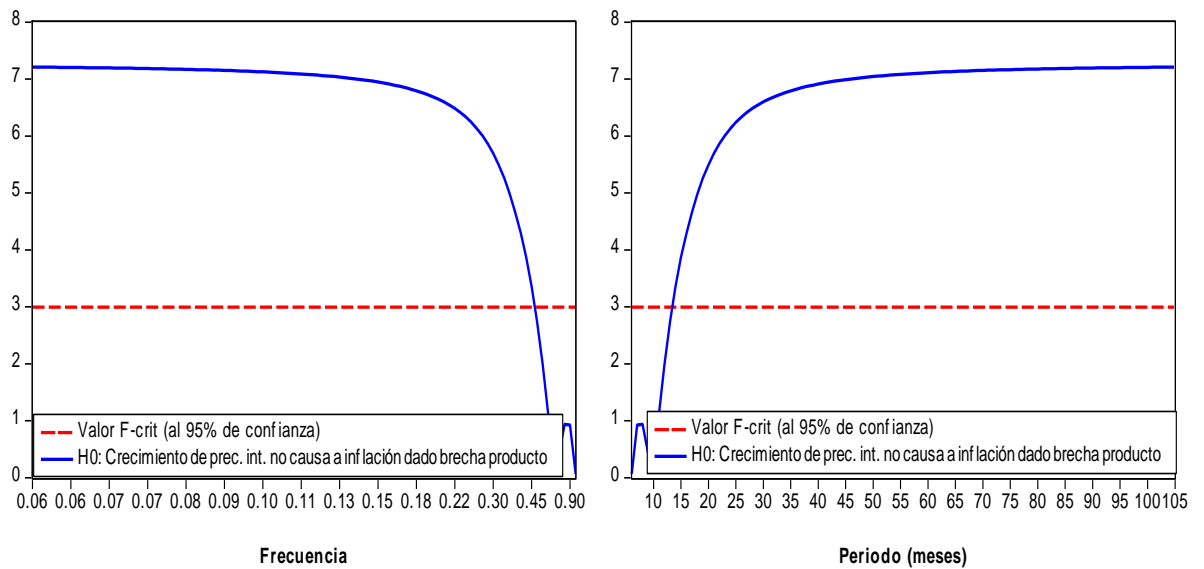
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y devaluación nominal) dado el efecto de la brecha producto



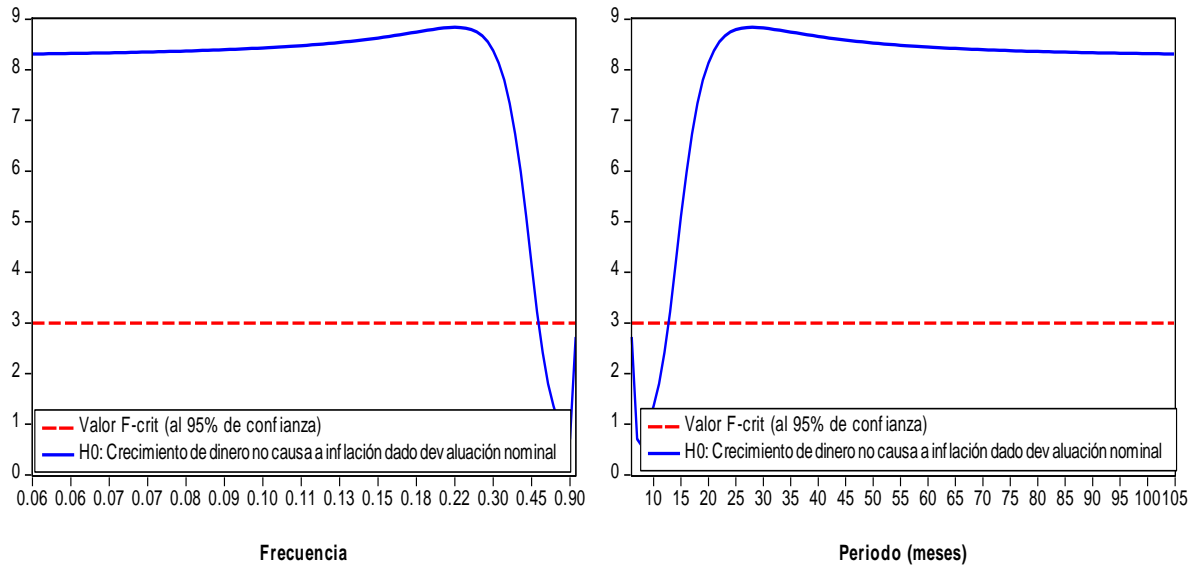
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento de precios internacionales) dado el efecto de la brecha producto



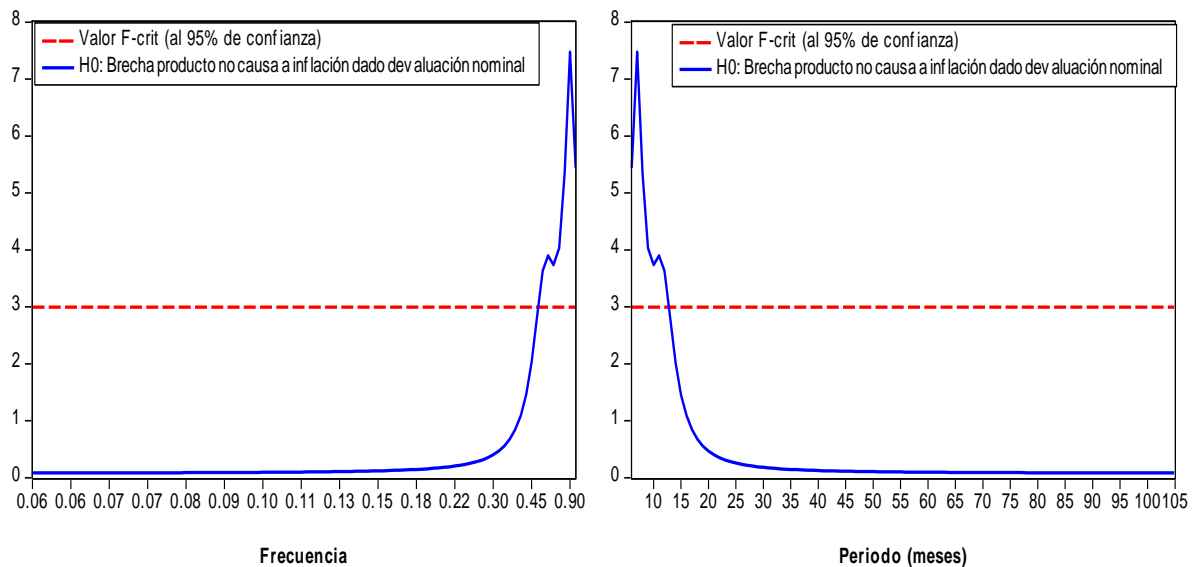
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento del dinero) dado el efecto de la devaluación nominal



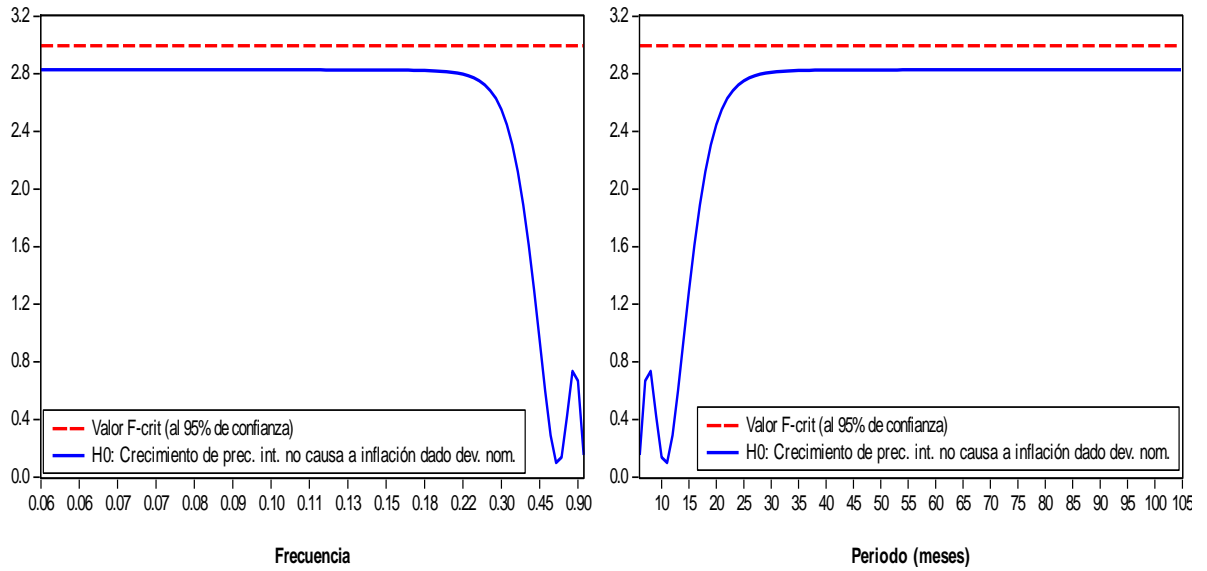
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y brecha producto) dado el efecto de la devaluación nominal



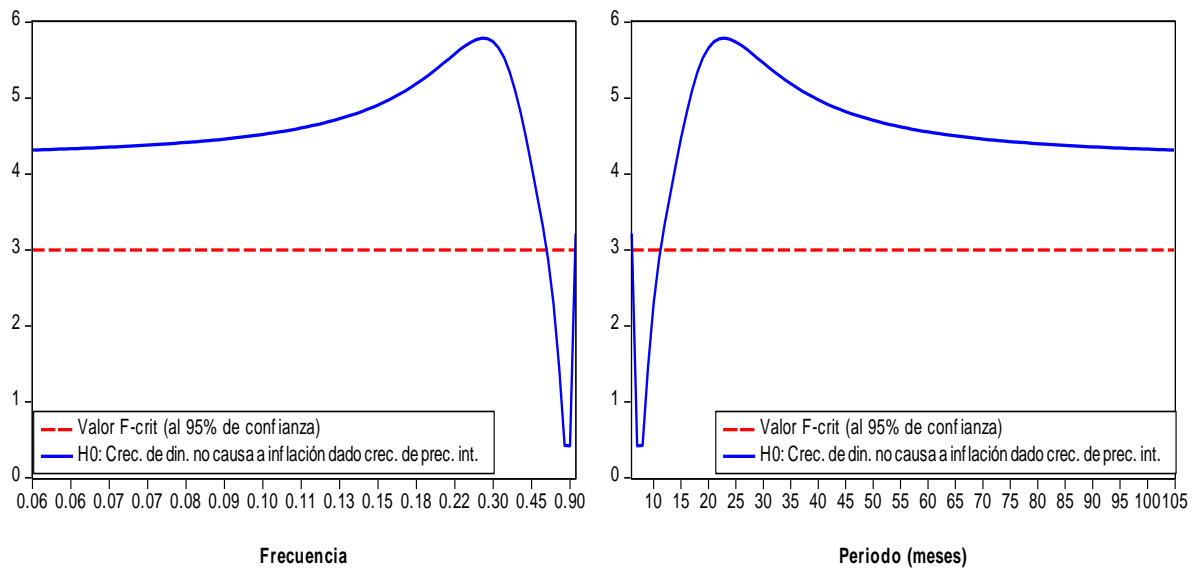
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento de precios internacionales) dado el efecto de la devaluación nominal



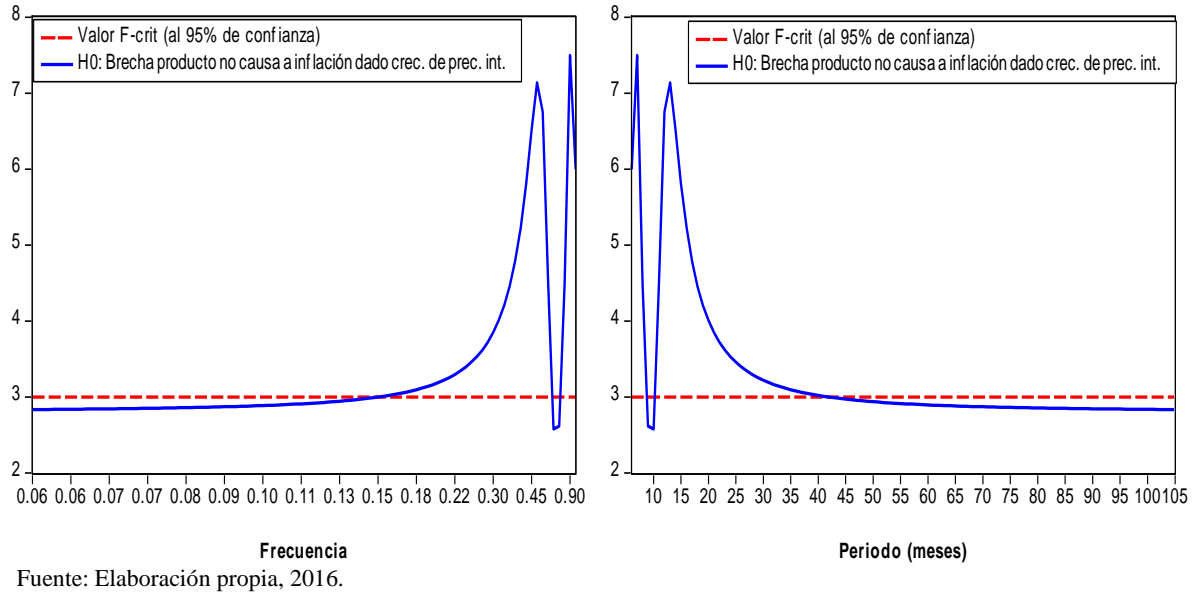
Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y crecimiento del dinero) dado el efecto del crecimiento de precios internacionales

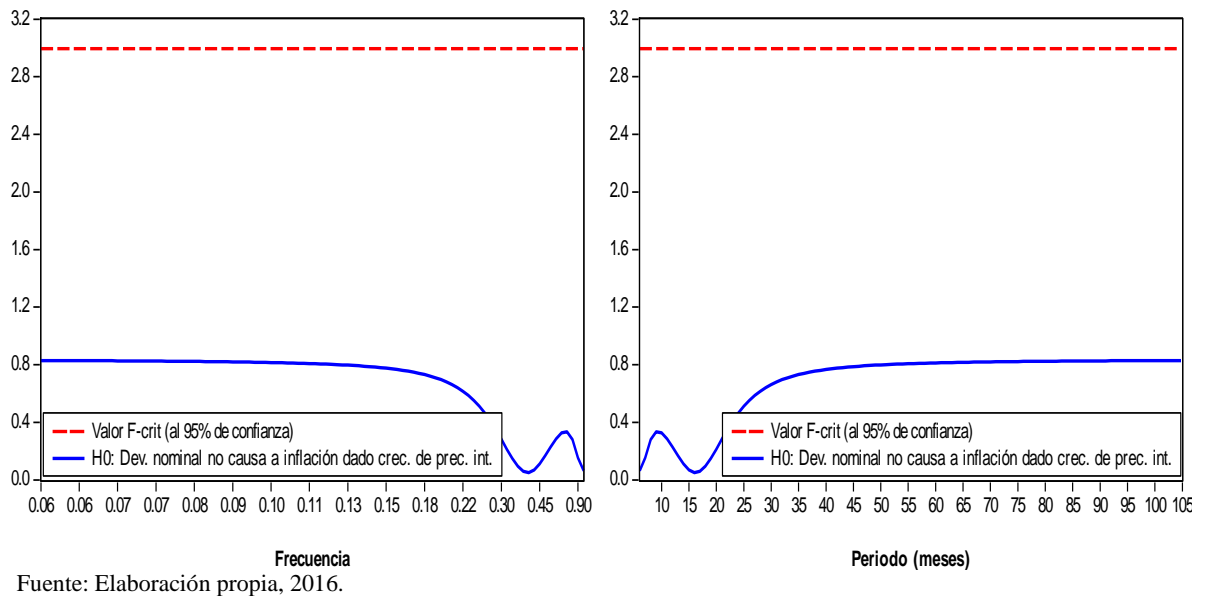


Fuente: Elaboración propia, 2016.

Prueba de predictibilidad (entre inflación y brecha producto) dado el efecto del crecimiento de precios internacionales



Prueba de predictibilidad (entre inflación y devaluación nominal) dado el efecto del crecimiento de precios internacionales



## **Nota biográfica**

### **Bill Gee**

Bachiller de Economía. En 2012, participó de una investigación hecha por la Facultad de Ingeniería con los profesores Luciano Stucchi y Rafael Aita, en la cual se presentó el documento: «Estudio de la no-linealidad en el comportamiento de los sectores emergentes en la economía postindustrial: el ejemplo del sub-sector de *smartphones*». Durante los primeros meses de 2013, trabajó en el área de Administración y Finanzas en calidad de Asesor en la empresa La Unión Corredores de Seguros. Ese mismo año, se desempeñó como Asistente de Investigación del Departamento de Ciencias Sociales y Políticas a cargo de la doctora Liuba Kogan. Desde el año 2010, se desempeña como docente a tiempo parcial en la categoría de Jefe de Prácticas de cursos de Matemáticas y Macroeconomía. A inicios de 2016, realizó una consultoría a la Municipalidad de Lima en la cual estimó un modelo de predicción de recaudación de arbitrios de limpieza pública para el Cercado de Lima. Actualmente, tiene el cargo de Asistente de Investigación del profesor Jorge González Izquierdo en el Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico (CIUP). Próximamente publicarán un estudio hecho sobre la tasa natural de interés real, la regla de Taylor y varias especificaciones de la curva de Phillips.

### **Jhony Limo**

Nació en el año 1992 en la ciudad de Arequipa, terminó sus estudios secundarios en el colegio nacional San Juan Bautista de la Salle. Se trasladó a Lima en el año 2010 para estudiar economía en la Universidad del Pacífico. En el año 2013, viajó al Reino Unido por un programa de intercambio estudiantil con la Exeter University. En 2014, volvió a Perú y, paralelamente a sus estudios universitarios, comenzó la maestría en Economía por la Universidad del Pacífico. Concluyó el pregrado en el semestre 2015-I y concluirá el postgrado en el semestre 2016-I. Se desempeñó como Research Analyst en Thorne & Associates, una boutique financiera basada en Lima y conducida por Alfredo Thorne por dos años. Actualmente, trabaja en IFC, parte de Grupo Banco Mundial, en el área de Advisory para América Latina y el Caribe.